Gustavo Sarmiento

Sobre los Fundamentos Filosóficos de la ciencia de la Naturaleza en la Modernidad

Volumen I
John Keill en torno a la Filosofía Mecánica y la Divisibilidad Infinita de la Magnitud

SOBRE LOS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS DE LA CIENCIA DE LA NATURALEZA EN LA MODERNIDAD

VOLUMEN I

SOBRE LOS FUNDAMENTOS FILOSÓFICOS DE LA CIENCIA DE LA NATURALEZA EN LA MODERNIDAD

VOLUMEN I

JOHN KEILL EN TORNO A LA FILOSOFÍA MECÁNICA Y LA DIVISIBILIDAD INFINITA DE LA MAGNITUD

Gustavo Sarmiento

ISBN: 9781072683858

Imprint: Independently published

Primera edición

Caracas/Venezuela/2019

A Tanya

RESUMEN

La publicación en 1687 de los *Philosophia naturalis principia mathematica* de Isaac Newton suscitó diversas discusiones –muy relevantes para la Filosofía y la Historia de las Ideas– las cuales versaron sobre temas como qué es lo que ha de admitirse como explicación en filosofía natural, cuál es el método a seguir en esta clase de investigaciones, en qué consiste la verdadera filosofía mecánica y qué límites puede tener la explicación mecánica de la naturaleza. La ortodoxia cartesiana y G. W. Leibniz reaccionaron contra doctrinas como la explicación newtoniana de la atracción y su eliminación de la teoría de los vórtices de Descartes; también criticaron la aceptación newtoniana del vacío. Para ellos, al adscribir a la materia una fuerza atractiva, el newtonianismo reintroducía las "cualidades ocultas" de la filosofía escolástica, y abandonaba el espíritu de la verdadera filosofía mecánica.

Una de las figuras importantes del newtonianismo en las discusiones a las cuales esto dio lugar fue el escocés John Keill, cuya obra constituye un interesante punto de partida para el estudio de las disputas entre newtonianos y leibnizianos, y las criticas del newtonianismo al cartesianismo. Este trabajo contiene un análisis detallado de las tesis sobre los fundamentos de la física contenidos en los trabajos publicados por Keill. Dichas tesis versan sobre la naturaleza del mecanicismo, el rol de las causas eficientes y finales en la ciencia natural y el papel de Dios en relación con el mundo. Keill critica a la física cartesiana –siguiendo el precedente de Newton– y propone un método para la filosofía natural que difiere del cartesiano. Tres principios propuestos por él como fundamentos de la física fueron muy influyentes en el siglo XVIII. Los mismos dicen que la cantidad es divisible *in infinitum*, que hay que admitir la existencia del espacio vacío y que a la materia le es inherente una fuerza atractiva, no reductible a una explicación mecánica.

La tesis de nuestro trabajo es que la afirmación del vacío y la defensa de la atracción, así como los puntos de vista de Keill acerca del

papel de Dios en relación con la naturaleza, sobre lo que define a la filosofía mecánica, y el papel de las matemáticas en la misma (incluyendo la validez objetiva de sus demostraciones), son posibilitadas por una concepción particular de los elementos de la certeza y la verdad en la filosofía natural, que es distinta de la concepción cartesiana de la certeza, y también difiere en cierta medida de la de Newton. El trabajo comienza con un examen del papel de Keill en la divulgación del newtonianismo en Gran Bretaña y el Continente, así como de sus críticas a los autores ingleses que intentaron dar cuenta del origen y la evolución del mundo por medio de principios mecánicos de raigambre cartesiana, eliminando a Dios de la explicación del mundo. A continuación estudiaremos la *Introductio ad Veram Physicam*, publicada en 1701, que fue un influyente manual de física newtoniana, empleado como texto de estudio en Oxford y Cambridge, y conocido en el continente. En esta obra revisaremos el método propuesto por Keill para la filosofía natural, su valoración de la geometría y su rechazo del cartesianismo, así como su negación de que la atracción sea una "cualidad oculta." Después examinaremos las ideas de Keill sobre la esencia del cuerpo, el espacio y la existencia del vacío. Finalmente, estudiaremos la manera en que la *Introductio ad Veram Physicam* arguye a favor de la divisibilidad infinita de la magnitud, y examinaremos sus demostraciones geométricas, poniendo de relieve sus antecedentes, que se remontan a autores medievales como Algazel y Duns Scoto, pasando por autores modernos como Jean Baptiste Du Hamel y el cartesiano Jacques Rohault. Veremos las objeciones filosóficas contra la divisibilidad infinita de la materia y las respuestas que les da Keill. Finalmente, consideraremos la influencia que las pruebas y discusiones de nuestro autor ejercieron sobre la *Monadologia physica*, escrita en 1756 por Immanuel Kant.[1] Todo esto preparará el camino para revisar la reacción de los leibnizianos a las doctrinas de Keill, y estudiar las posiciones que, sobre los fundamentos filosóficos de la ciencia de la naturaleza, sostuvieron Leibniz y Newton en esta polémica, lo cual haremos en el segundo volumen de este trabajo.

---

[1] La obra de Keill debe ser contada entre los presupuestos históricos de la evolución de la problemática antinómica en el pensamiento de Kant, que comienza en la *Monadologia physica*, donde Kant por primera vez plantea e intenta solucionar la *Segunda Antinomia de la Razón Pura*.

ÍNDICE

PRÓLOGO

El lector encontrará en este libro una investigación sobre las discusiones de la modernidad en torno a los fundamentos de la filosofía natural, la cual constituyó mi trabajo de ascenso a Profesor Asociado de la *Universidad Simón Bolívar* en Caracas.[1] La publicación en 1687 de los *Philosophia naturalis principia mathematica* de Isaac Newton provocó reacciones de la ortodoxia cartesiana y también observaciones críticas de Christiaan Huygens y G. W. Leibniz, las cuales inicialmente se mantuvieron restringidas al ámbito epistolar. A pesar de sus críticas a Descartes, la física de Leibniz era más afín al cartesianismo que al newtonianismo. Ella dio continuidad a puntos de vista que provenían de Descartes, y reiteró objeciones que ya había hecho el cartesianismo. Hacia 1709 comenzó un intercambio público de ataques entre leibnizianos y newtonianos. Aparecieron artículos y reseñas, la mayoría de ellos en dos importantes publicaciones científicas: las *Acta Eruditorum* de Leipzig y las *Philosophical Transactions* de la *Real Sociedad*. Poco después salió a la luz la *Teodicea* de Leibniz, en la cual se objetaba la manera en que Newton y sus seguidores concebían a la atracción gravitatoria. Los ataques y las correspondientes réplicas no tardaron mucho en transformarse en una abierta y agria querella matemática, científica y filosófica, que incluyó una pluralidad de puntos en discordia: la prioridad de la invención del cálculo, diferentes concepciones filosóficas de la mecánica y la dinámica, así como

---

[1] Gustavo Sarmiento, *Sobre los Fundamentos Filosóficos de la Ciencia de la Naturaleza en la Modernidad: John Keill en torno a la Filosofía Mecánica y la Indivisibilidad Infinita de la Magnitud*. Trabajo de ascenso presentado a la *Universidad Simón Bolívar*, Caracas, Venezuela, y aprobado como requisito para ascender al cargo de Profesor Asociado, 2002.

divergencias en cuanto a las explicaciones de los fenómenos naturales, en particular la gravitación, junto con varias otras discrepancias. Desde el punto de vista filosófico, lo más interesante en estas discusiones no reside en la querella matemática, que ha sido bien estudiada,[2] ni en los detalles científicos de las disputas, sino en su sustrato filosófico. Para la filosofía y la historia de las ideas son muy relevantes las discusiones de la modernidad sobre cuestiones tales como qué es lo que ha de contar como explicación en filosofía natural y cuál es el método a seguir en esta clase de investigaciones, o cuál es la verdadera filosofía mecánica y qué límites puede tener –si los hay– la explicación mecánica de la naturaleza. Con las respuestas a estas interrogantes están vinculadas posiciones que se contradicen en torno a la existencia del vacío, la naturaleza de la atracción y el papel de Dios en el mundo. Todas estas cuestiones conciernen a los fundamentos de la nueva filosofía natural que floreció en la modernidad.

Abordaré mí tema a partir de un estudio de las consideraciones en torno a los fundamentos de la filosofía natural contenidas en la obra del escocés John Keill, quien, del lado británico, fue una de las figuras más importantes en la confrontación entre leibnizianos y newtonianos. En el segundo volumen examinaré esta confrontación. Lo que ahora presento es un análisis detallado de los puntos de vista acerca de los principios de la física contenidos en los trabajos publicados por Keill. Las tesis que encontramos en este autor versan sobre la naturaleza del mecanicismo y la verdadera filosofía mecánica, el rol de las causas eficientes y finales en la ciencia natural y el papel de Dios en relación con el mundo. Siguiendo el precedente de Newton, Keill critica a la física cartesiana, reprueba su metodología y propone un método para la filosofía natural, que difiere del cartesiano y también –en algunos aspectos interesantes– de las reglas newtonianas del filosofar. Tres principios, propuestos por Keill como fundamentos de la física, fueron muy influyentes en el siglo XVIII. Los mismos sostienen que la cantidad es divisible *in infinitum*, que hay que admitir la existencia del espacio vacío y que a la materia le es inherente una fuerza atractiva. Sobre la primera afirmación se ha polemizado a lo

[2] A. R. Hall, *Philosophers at War. The Quarrel between Newton and Leibniz*, Cambridge, 1980.

largo de la historia de la filosofía; y es difícil exagerar la importancia, tanto de las tesis sobre el vacío y la fuerza atractiva, como de las discusiones que suscitaron.

Esta investigación se originó en un problema abordado en mi tesis doctoral, que versó sobre la evolución de la aporía de la división en el pensamiento de Kant.[3] Para este filósofo fue muy importante la oposición entre la tesis que afirma que todo ente compuesto consta en última instancia de partes simples, por lo tanto indivisibles, y la proposición que la contradice, la cual niega la existencia de simples y sostiene que todo compuesto es divisible al infinito. La segunda antinomia de la *Crítica de la Razón Pura* expresa dicha contradicción, que Kant intentó en vano resolver antes de 1781. La problemática antinómica, central en el desarrollo de la filosofía crítica, como el propio Kant dejó constancia y diversos interpretes han demostrado,[4] echa raíces en el periodo precrítico del pensamiento kantiano, y comienza en la *Monadologia physica* de 1756, donde por primera vez este filósofo trata de solucionar la aporía de la división de los cuerpos. El estudio de los presupuestos históricos-genéticos de la problemática antinómica en la *Monadologia physica* me puso en contacto con los escritos de John Keill, cuya influencia sobre el joven Kant es patente de diversas maneras. La obra de Keill forma parte de los presupuestos cuyo estudio detallado ha de contribuir a una mejor comprensión de la problemática antinómica. Dichos presupuestos

---

[3] Gustavo Sarmiento, *La Aporía de la División en Kant*, 2 Vols., Tesis Doctoral, Universidad Simón Bolívar, Caracas, 1998. Publicada como *La Aporía de la División en Kant*, Equinoccio, Caracas, 2004.

[4] Ver: Immanuel Kant, *Gesammelte Schriften*, Edición de la Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Walter de Gruyter & Co., Berlín y Leipzig, 1926, Vol. XII., pp. 257-8. Benno Erdmann, *Ein Nachtrag zu Kants Werken*, Preuss, Jahrbuch 37, 1876, s. 210-214. También su introducción a los *Prolegomena*, Leipzig, 1878, y *Die Entwicklungsperioden von Kants theoretischer Philosophie*, en: *Reflexionen Kants zur Kritik der reinen Vernunft. Aus Kants handschriftlichen Aufzeichnungen*, Benno Erdmann, Ed., Leipzig, 1884, p. XIII-LX. Heinz Heimsoeth, *Atom, Seele, Monade. Historische Ursprünge und Hintergründe von Kants Antinomie der Teilung*, Abhandlungen der geistes und sozialwissenschaftlichen Klasse der Akademie der Wissenschaften und der Literatur in Mainz, Jahrgang 1960, NR. 3, pp. 257-398, p. 263. Karl Vogel, *Kant und die Paradoxien der Vielheit. Die Monadenlehre in Kants philosophischer Entwicklung bis zum Antinomienkapitel der Kritik der reinen Vernunft*, Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan, 1975.

incluyen las discusiones modernas sobre las bases de la física mecánica, a las cuales contribuyeron los trabajos de Keill.

Hay otras razones que justifican la empresa de estudiar la obra de Keill. En primer lugar, la misma tiene su importancia histórica. Desde esta perspectiva, los puntos de vista de Keill constituyen un tema relevante, no sólo por lo que hay en ellos que después sirvió a Kant para construir por primera vez la segunda antinomia de la razón pura, sino por su influencia sobre newtonianos posteriores. Añádase a esto el papel protagónico que este filósofo de la naturaleza tuvo en las disputas a las cuales nos hemos referido antes. Finalmente, su obra contiene discusiones que por sí mismas tienen interés y están ausentes en los trabajos de Newton.

A pesar de ello, es una laguna en la historiografía de ese periodo la ausencia de investigaciones detalladas de la obra de Keill y otros seguidores de Newton. Es normal que desde el comienzo el pensamiento de Newton haya sido muy estudiado. Comenzando en el siglo XVIII, han visto la luz diversas ediciones y traducciones de sus trabajos, así como biografías y comentarios. En el siglo XX se dieron grandes pasos hacia una comprensión más completa de su obra y de las implicaciones de la misma para la historia de las ideas. Aparecieron escritos hasta entonces inéditos, se recopiló y editó su extensa correspondencia, incluyendo manuscritos antes ignorados, escritos por algunos de sus seguidores, como los *Memoranda* de David Gregory.[5] Todo ello ha permitido avanzar en la comprensión del pensamiento de Newton, la cual se ha desplegado en una pluralidad de estudios críticos, artículos y memorias. Otra historia es la de la investigación erudita sobre la obra de sus seguidores, autores como Roger Cotes, George Cheyne, John Freind, J. T. Desaguliers, Wm. J. 'sGravesande, o Keill, quienes han caído en el olvido, con pocas excepciones. Tal vez la más notable sea la del Reverendo Samuel Clarke, cuya correspondencia con Leibniz es bien conocida, aunque el resto de su obra no ha encontrado similar fortuna.

Semejante desatención de la obra de los seguidores de Newton es

---

[5] W. G. Hiscock (Ed.), *David Gregory, Isaac Newton and their Circle. Extracts from David Gregory's Memoranda 1677-1708*, Oxford, 1937.

injustificada. Es verdad que los *Principia mathematica* establecieron una teoría definitiva de la mecánica, mientras que los manuales de la época –escritos por autores como Keill, Desaguliers, 'sGravesande, William Whiston o Henry Pemberton– no van mucho más allá de recoger y divulgar los resultados de Newton. Pero también es cierto que estas obras fueron intermediarias en la transmisión del influjo de Newton. Numerosos estudiantes conocieron la física newtoniana a través de estos manuales y no por medio del estudio directo de los *Principia mathematica*, considerablemente más difíciles y exigentes. Por otro lado, en lo que se refiere a cuestiones de método y a tesis más generales y filosóficas, aquellas que conciernen a los fundamentos de la filosofía natural y en particular a la naturaleza de la fuerza de atracción o la divisibilidad de la materia, a pesar de su conocida subordinación al maestro, algunos de los seguidores de Newton –y esto es particularmente cierto de Keill– desarrollaron opiniones propias, que no siempre concuerdan con las de él. Estas ideas ejercieron influencia sobre otros filósofos naturales en la época, mayor en algunos casos que los puntos de vista del mismo Newton sobre una cuestión particular. De modo que hay diferencias entre los seguidores y el propio Newton. Esto se hace patente cuando se examinan las polémicas entre los newtonianos y Leibniz, ya que muchas veces lo que critican los leibnizianos fue afirmado por seguidores de Newton, y no por este. De lo anterior se sigue que una comprensión completa del impacto del newtonianismo en la filosofía moderna no sólo exige el examen detallado de la obra de Newton, sino también del trabajo de al menos algunas figuras menores. Esto no es sino un caso de una tesis más general, ya que para comprender bien el espíritu de una época y la impronta de nuevas ideas sobre ella, no basta con estudiar la obra de los autores fundamentales que las han aportado, sino que también se debe conocer a las figuras menores que las han recibido y divulgado.

Aunque hoy en día es muy poco estudiado, inclusive en inglés, John Keill fue, por diversos motivos, uno de los más connotados autores newtonianos en el siglo XVIII. Entre dichos motivos destacó su papel como polemista. Keill también fue influyente por adscribir a la materia fuerzas atractivas, no reducibles a mecanismos (de lo cual se desprendía que dichas fuerzas actuaban a distancia), así como por sus razonamientos

a favor de la existencia del vacío. Debido a ello, además de actor importante, Keill fue uno de los iniciadores de las disputas con los leibnizianos, quienes reaccionaron contra sus puntos de vista sobre los fundamentos de la ciencia de la naturaleza. Autor de obras y artículos sobre mecánica newtoniana, astronomía, geometría, cálculo y otros temas, estos trabajos, sobre todo su *Introductio Ad Veram Physicam* (que el año pasado cumplió 300 años de haber sido publicada en Oxford), fueron muy conocidos. Por todas estas razones, el estudio de la obra de Keill constituye un excelente punto de partida para el análisis de las disputas entre newtonianos y leibnizianos en torno a los fundamentos filosóficos de la ciencia de la naturaleza, así como para el examen de las críticas de los newtonianos a las doctrinas cartesianas respecto del mismo tema.

En este momento será conveniente que me refiera a la investigación dentro de la cual se inserta el trabajo que ahora presento. Las criticas de los newtonianos a las tesis físicas del cartesianismo y la posterior confrontación del newtonianismo con Leibniz y sus seguidores, descansan sobre diferentes supuestos filosóficos acerca de la naturaleza, que remiten a divergencias entre posiciones filosóficas aún más fundamentales, que se reflejan en las respectivas maneras de hacer física del newtonianismo y el leibnizianismo. A pesar de sus diferencias, este último coincide con el cartesianismo en varios rasgos fundamentales de su concepción de la filosofía mecánica, por ejemplo, en la interpretación de la acción de los cuerpos unos sobre los otros. Indagar esos supuestos constituye una interrogante general que concierne a los fundamentos filosóficos de la ciencia de la naturaleza en el periodo de introducción de la física newtoniana, y a las discusiones en torno a los mismos. Este trabajo busca dar respuesta parcial a dicha interrogante. De acuerdo con ello, el análisis de la obra de Keill intenta, por un lado, arrojar luces sobre el impacto de la ciencia moderna en la filosofía, y por el otro, preparar el camino para un examen posterior de las disputas entre leibnizianos y newtonianos y, dentro de ellas, para el examen de las posiciones de Leibniz y Newton. A esto hay que añadir que el estudio de las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la magnitud y los argumentos de Keill para defender esta tesis de las objeciones filosóficas de los indivisibilistas puede contribuir a una mejor comprensión de las

discusiones entre indivisibilistas y divisibilistas modernos acerca de la composición de los cuerpos.

Esta investigación, de naturaleza histórica, ha requerido la revisión de una gran cantidad de literatura del pasado. De las obras escritas en los siglos XVII y XVIII, la mayor parte está agotada desde hace mucho tiempo, con certeza lo que proviene de la pluma de autores secundarios, de manera que tener acceso a ella sólo era posible en las grandes bibliotecas. Está de más decir que prácticamente nada se podía encontrar en las del país. Tal dificultad fue uno de los mayores obstáculos que se me presentó cuando inicié mi trabajo. Pude superarla gracias a la ayuda de varias instituciones, a las cuales quiero expresar mi reconocimiento. En primer lugar, debo mencionar un financiamiento otorgado por el *Decanato de Investigaciones y Desarrollo* de la *Universidad Simón Bolívar*, el cual me permitió adquirir algunas obras de literatura secundaria. Pero esto era aún insuficiente. Un viaje a Washington, D. C., realizado en abril de 2001, me hizo posible consultar libros de la época –y literatura secundaria sobre el tema– en la colección de la *Biblioteca del Congreso de los Estados Unidos*. Particularmente útil resultó la *Sección de Libros Raros*, que conserva las obras anteriores al siglo XIX. Las facilidades para la consulta de materiales que otorga esta institución al público general –incluso a quienes no son ciudadanos de ese país– son dignas del mayor reconocimiento y elogio. Algunos materiales, por ejemplo: publicaciones periódicas de los siglos XVII y XVIII cuya consulta y fotocopiado en la *Biblioteca del Congreso* era difícil estuvieron disponibles en formato electrónico en la Biblioteca del *Instituto Smithsoniano*, también en Washington, donde debo agradecer la ayuda del Sr. David Steere, y en la Biblioteca de la *Universidad Johns Hopkins*, en Baltimore, Maryland, gracias al auxilio de la Sra. Sandra Jackson.

Antes de concluir, otros reconocimientos deben ser expresados: La ayuda de mi esposa, Tanya Lasses, fue invaluable para la recopilación del material bibliográfico en Washington y su ordenación de vuelta en Caracas. Mi hijo Carlos Gustavo Sarmiento me ayudó dibujando en la computadora e incorporando al trabajo casi todas las figuras que aparecen en el mismo. A ambos agradezco su colaboración. Finalmente,

quiero expresar una gratitud fundamental hacia mi esposa e hijos por su apoyo mientras realicé esta investigación. Es imposible dejar de someter a la familia a diversas presiones y sacrificios cuando uno emprende esta clase de trabajos y los míos han sido reiteradamente comprensivos. Reconocer su benevolencia no es sino cumplir una obligación.

.

INTRODUCCIÓN

En la *Monadologia physica*, escrita en 1756, Kant se propone unir la "metafísica" con la "geometría," porque ello es necesario para fundamentar la filosofía natural.[1] Pero dicha unión enfrenta grandes dificultades, que es preciso resolver. Los obstáculos son tres: El primero consiste en que la "metafísica" niega que el espacio sea infinitamente divisible, mientras que la "geometría" lo asevera con certidumbre. En segundo lugar, la "geometría" sostiene que el espacio vacío es necesario para el movimiento libre de los cuerpos y la "metafísica" lo niega. Y finalmente, la "geometría" piensa que la atracción universal, la gravitación, es inherente a los cuerpos y actúa a distancia, pero la "metafísica" rechaza tal tesis como un juego de la imaginación.[2] *Esta disputa entre "metafísica" y "geometría" concierne a los fundamentos de los fenómenos naturales y por ende de la física*. Kant tiene en mientes las polémicas de los siglos XVII y XVIII entre leibnizianos y wolffianos –por un lado– y newtonianos –por el otro–. Las confrontaciones entre estas dos maneras de concebir la filosofía natural comenzaron de manera discreta a finales del siglo XVII, alcanzando gran intensidad en el primer cuarto del siglo XVIII. Primero chocaron Newton junto con sus seguidores –el reverendo Samuel Clarke, Roger Cotes, John Keill, John Freind y George Cheyne entre otros– contra Leibniz y los suyos –entre ellos Jacques Bernoulli, en alguna medida Christian Huygens, aunque no

[1] Immanuel Kant, *Methaphysicae cum geometria iunctae usus in philosophia naturali, cuius specimen i. continet monadologiam physicam*, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, pp. 516 ss. Nos referiremos a esta obra como *Monadologia physica* y –a menos que se indique otra cosa– la citaremos a partir del primer volumen de la edición de Weischedel.
[2] *Monadologia physica*, Praenotanda, p. 518.

fue un seguidor de Leibniz, y Christian Wolff–. Una nueva etapa de las disputas del newtonianismo con las filosofías de Leibniz y Wolff, en la cual Kant también está pensando, fue constituida por las confrontaciones que, posteriormente a la muerte de Leibniz y Newton, tuvieron lugar en las Academias de Ciencias de San Petersburgo y Berlín, donde newtonianos como el matemático suizo Leonhard Euler y el astrónomo francés Pierre L. M. Maupertuis enfrentaron a la filosofía wolffiana. Euler y Maupertuis lograron establecer la teoría newtoniana en Prusia, en contra de las metafísicas de Wolff y Leibniz.[3] Tanto en Berlín como en San Petersburgo, las disputas giraron asimismo en torno a los fundamentos de la filosofía natural, arguyendo los newtonianos que la monadología de Leibniz y la doctrina de los elementos wolffiana estaban reñidas con la misma.[4]

Las primeras controversias entre newtonianos y leibnizianos, ampliamente conocidas e influyentes, giraron en torno a una diversidad

---

[3] Un breve recuento de la historia de esas disputas se encuentra en dos artículos de Ronald S. Calinger: "The Newtonian-Wolffian Controversy (1740-1759)", *Journal of the History of Ideas*, 30 (1969), pp. 319-30; y "The Newtonian-Wolffian Confrontation in the St. Petersburg Academy of Sciences (1725-1746)", *Journal of World History*, 11 (1968), pp. 417-35.) Kant expresa bien la intensidad de las disputas y la oposición en que se encuentran las tesis de las filosofías de Leibniz y Wolff, por un lado, y por el otro el newtonianismo, diciendo que unir la *filosofía trascendental* –este término se refiere sobre todo a la cosmología de Wolff– con la geometría parece más fácil que "cruzar grifos con caballos". *Monadologia physica*, Praenotanda, p. 518. Ver también: Irving I. Polonoff, *Force, Cosmos, Monads and Other Themes of Kant's Early Thought*, Kantstudien Ergänzungshefte, 107, Bouvier Verlag Herbert Grundmann, Bonn, 1973.

[4] En las *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, escritas entre 1760 y 1761, Euler expuso el sistema newtoniano y atacó la doctrina de las mónadas. Las cartas LVII-LXIV presentan las disputas entre los monadistas y los newtonianos en torno a la divisibilidad infinita de los cuerpos, polemizando contra las mónadas. Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, Paris, Charpentier, Libraire-Editeur, 1843, publicadas por primera vez en San Petersburgo, 1768 a 1772, Deuxième partie, Lettres LVII-LXIV, pp.320-339. La mayor parte de sus argumentos se dirigen contra los elementos wolffianos, pero también contra las mónadas leibnizianas. Algunos de estos razonamientos ya habían sido expuestos en sus *Gedanken von den Elementen der Körper*, 1746, en Leonhardt Euler, *Opera omnia*, Geneva, 1942, Series III, Vol. ii, pp. 349-56.

.

de tópicos, desde la naturaleza de la atracción y la existencia del vacío hasta cuál es la verdadera filosofía mecánica y el papel de Dios o de las causas finales en la naturaleza. Asimismo, comprendieron disputas sobre la prioridad de la invención del cálculo; y con la ascensión del duque de Hannover –patrón de Leibniz– al trono de Inglaterra como Jorge I, adquirieron inclusive un matiz político.[5] La intensidad de las mismas dividió a filósofos y físicos-matemáticos en Inglaterra y el continente por décadas.[6] Las tesis de la "metafísica," antes mencionadas, provienen de la doctrina de los elementos de Christian Wolff, influida por la monadología leibniziana, pero también diferente a esta en algunos aspectos importantes,[7] aunque en Wolff no se trata exactamente de que el

---

[5] La introducción de André Robinet a su edición de la Correspondencia entre Leibniz y Clarke (*Correspóndance Leibniz-Clarke*, Paris, Presses Universitaires de France, 1957, Introduction, pp. 1 ss.) toca los aspectos políticos de las disputas. Otro estudio histórico sobre el contexto de las mismas, que aborda el papel de Newton como asesor de Clarke, las implicaciones de la sucesión Hannoveriana en Inglaterra, o los debates teológico-filosóficos sobre la gravedad y la eucaristía, puede encontrarse en: D. Bertoloni Meli, "Carolina, Leibniz, and Clarke," *Journal of the History of Ideas*, Vol. 60, No. 3, July 1999, pp. 469-486.

[6] A decir verdad, ellas no concluyeron al morir Leibniz y Newton. Fallecido Leibniz, Keill siguió disputando con Jacques Bernoulli en cuanto al cálculo, y –según vimos– las discusiones de la metafísica de Leibniz y Wolff con la física newtoniana se trasladaron al patio alemán, primero a San Petersburgo, bajo fuerte influencia alemana desde Pedro el Grande, y luego a Prusia. En cierto modo, las controversias en Prusia fueron una continuación de estas.

[7] El punto de vista que consideraba a Wolff como un mero seguidor y sistematizador de las enseñanzas de Leibniz se volvió normal en la historia de la filosofía, desde que fue empleado por los rivales de Wolff hasta la segunda mitad del siglo pasado. Desde entonces ha sido cuestionado por varios interpretes, entre ellos: Charles A. Corr: "Did Wolff follow Leibniz?", *Akten des 4. Internationalen Kant-Kongresses Mainz*. 6-10. April 1974, II, 1, ed. Gerhard Funke, Walter de Gruyter, Berlín, 1974, pp. 11-21; y "Christian Wolff and Leibniz", *Journal of the History of Ideas*, Vol. XXXVI, No. 2, April-June 1975, pp. 241-262. Jean École, "Un essai d'explication rationnelle du monde ou la *Cosmologia generalis* de Christian Wolff", en Jean Ècole, *Introduction a l'opus metaphysicum de Christian Wolff*, Paris, Vrin, 1985, pp. 20-48; publicado por primera vez en *Giornale di metafisica*, 1963/6, pp. 622-650, p. 23 (625)). En cuanto a la *Cosmologia general*, que es la parte de la filosofía wolffiana que nos interesa aquí, es verdad que Leibniz influyó sobre Wolff en doctrinas generales como la que funda el mundo y los cuerpos en entes simples (*Cosmologia generalis*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E.

espacio no sea divisible *in infinitum*, cosa que él acepta respecto del espacio abstracto, sino que la extensión y la continuidad de los cuerpos resultan de la agregación de elementos simples, que son puntos físicos inextensos.[8] La fuerza de la explicación newtoniana de los fenómenos naturales, las tesis de los primeros newtonianos, sus argumentos, y las críticas de los newtonianos a la filosofía wolffiana en Prusia, sobretodo las de Euler, repercutieron en el pensamiento del joven Kant.[9] Por ello,

---

Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1964, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 4. Reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1737, Sectio II, Caput II, §§ 176 ss, pp. 143 ss.), cuyos modos de interacción hacen posibles relaciones temporales, espaciales y causales (*Ontologia*, en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 3, reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1736, Pars II, Sectio I, Caput II, §§ 544 ss., pp. 425 ss., §§ 572 ss., pp. 443 ss., §§ 589 ss., pp. 454 ss.), o la concepción de los cuerpos como entes dotados de una fuerza de inercia y fuerzas activas o motrices (*Cosmologia generalis*, § 130, p. 114; § 131, pp. 114-115; § 132, p. 116; § 147, p. 126; y §§ 135-137, pp. 118-119), de modo que las líneas generales de la visión del mundo y de los cuerpos parecen ser las mismas en Wolff y Leibniz. No obstante, existen diferencias no despreciables entre la doctrina wolffiana de los elementos y la monadología leibniziana, de las cuales aquí bastará con mencionar dos: *i*. Para Leibniz, las mónadas son puntos metafísicos constituidos por formas o almas, dotados de una *vis activa* cuya naturaleza es representativa, mientras que para Wolff los elementos son puntos o unidades físicas, dotadas de una vis activa, pero de naturaleza física en vez de representativa, y con la cual ellos no se identifican (*Cosmologia generalis*, § 187 not., p. 148; § 216 not., p. 166; § 191, p. 150; § 192, pp. 150-151; § 196, p. 152). Y *ii*. En Leibniz los cuerpos están fundados en las substancias simples, pero no están compuestos por ellas, mientras que para Wolff están compuestos en última instancia de elementos. (*Vernünftige Gedanken, von Gott, der Welt und der Seele des Menschen, auch allen Dingen überhaupt –Deutsche Metaphysik–*, en Christian Wolff: *Gesammelte Werke*, I. Abteilung, Deutsche Schriften, Vol. 2. Reimpresión de la edición de Halle, 1751, § 76, p. 36; *Ontologia*, § 793, p. 594; *Cosmologia generalis*, § 176, p. 143.)

[8] *Ontologia*, § 548, p. 428, *Cosmologia generalis*, §§ 219-222, pp. 168-171.

[9] Esto es patente en sus escritos precríticos, donde se apoya en resultados y demostraciones de Newton, Keill y Euler, entre otros newtonianos. En relación con Newton y Keill, ver: Immanuel Kant, *Monadología physica*, Praenotanda, p. 516; Prop. 3, pp. 524, 526; Prop. 10, pp. 548, 550; Prop. 12, p. 556. Un poco más adelante volveremos a referirnos a ello. Respecto de Euler, ver: Kant, *Monadologia physica*, Prop. 4, Schol., p. 530. Los estudiosos de Kant han reconocido desde hace mucho tiempo la influencia de Euler sobre Kant, aunque la misma ha sido interpretada de diferentes maneras. Un estudio de esta

.

en la *Monadologia phsyica* él adoptó los tres principios de la "geometría," pero sin abandonar la metafísica de Wolff, por lo cual modificó la doctrina wolffiana de los elementos para conciliarla con esos principios.[10]

Kant tomó las tres tesis de la "geometría" de la *Introductiones ad Veram Physicam et Veram Astronomiam*, que es una recopilación de varios trabajos de John Keill, aparecida en 1725. Esta obra incluye una epístola, publicada en 1708, en la cual aparecieron por primera vez las tres tesis, propuestas como los principios que están a la base de toda física.[11] Hoy en día, Keill es mejor conocido por su papel en la disputa entre Leibniz y Newton acerca de la prioridad en la invención del cálculo. En un artículo sobre la fuerza centrípeta, él provocó a Leibniz y virtualmente lo acusó de plagio.[12] Posteriormente, ya fallecido Leibniz y continuando esa querella, tuvo una nueva confrontación, esta vez con Johann Bernoulli.[13] En cambio, sus puntos de vista sobre el método y los

---

influencia se encuentra en: H. E. Timerding, "Kant und Euler," *Kant-Studien* 23, 1919, pp. 18–64. También se ha señalado que, aunque no menciona a Euler, en la *Monadologia physica* Kant toma en cuenta sus puntos de vista. El más reciente en decirlo ha sido Martin Schönfeld, *The Philosophy of the Young Kant: The Precritical Project,* New York, Oxford University Press, 2000, p. 169.

[10] Ver Gustavo Sarmiento, *La Aporía de la División en Kant*, Equinoccio, Caracas, 2004, pp. 46 ss. Me he ocupado de la noción kantiana de los elementos en la *Monadologia physica* en Gustavo Sarmiento, "On Kant's Definition of the Monad in the *Monadologia physica* of 1756," *Kant-Studien*, 96, 2005, pp. 1-19.

[11] John Keill, "Epistola ad Cl. virum Gulielmum Cockburn, Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26, 1708-1709, pp. 97-110, p. 97. Keill afirma lo siguiente: "Ponenda sunt fundamenti loco haec tria, quibus omnia Physica innititur, principia: 1. Spatium inane. 2. Quantitatis in infinitum divisibilitas. 3. Materiae vis attractrix." Nótese, sin embargo, que Keill habla de *quantitas* o magnitud, mientras que Kant afirma la divisibilidad *in infinitum* del espacio.

[12] John Keill, "Epistola ad Clarissimum Virum Edmundum Halleium Geometriae Professorum Savilianum, de Legibus Virium Centripetarum," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26 (1708-1709), pp. 174-188, p. 185. El papel de Keill en la disputa sobre el origen del cálculo es analizado por A. Rupert Hall, *Philosophers at War. The Quarrel Between Newton and Leibniz,* pp. 145, 170-77, 203-13.

[13] En la cual el matemático suizo resultó victorioso. Respondiendo a un reto de Keill, Bernoulli formuló las ecuaciones diferenciales de la curva descrita por un

principios de la filosofía natural, así como sus criterios acerca de la continuidad y la divisibilidad infinita de la magnitud, rara vez son mencionados, menos aún estudiados.[14] Sin embargo, Keill fue uno de los más influyentes newtonianos del siglo XVIII, tanto en Gran Bretaña como en el continente. La *Monadologia physica* de Kant así lo atestigua,[15] y no es la única referencia del ascendiente de su obra. Keill

---

proyectil balístico. René Dugas, *La Mécanique au XVIIe Siècle (Des Antécédents Scolastiques a la Pensée Classique)*, Neuchâtel, 1954, p. 546.

[14] Hasta donde llega mí conocimiento, no hay trabajos en los cuales se haya estudiado a Keill en castellano. En lengua inglesa, un artículo reciente escrito por J. M. M. H. Thijssen es una rara excepción a nuestra afirmación. J. M. M. H. Thijssen, "David Hume and John Keill and the Structure of Continua", *Journal of the History of Ideas*, Vol. 53, No. 2, April-June, 1992, pp. 271-86. Thijssen compara las tesis de Keill acerca del continuo con las de Hume, con la finalidad de lograr una mejor comprensión de la posición de Hume. Existen otros trabajos, que sin estar dedicados a este autor, tienen análisis parciales de algunos de sus puntos de vista. Los más importantes son: Robert E. Schofield, *Mechanism and Materialism: British Natural Philosophy in an Age of Reason* (Princeton, Princeton University Press, 1970), pp. 25 ss. E. W. Strong, "Newtonian Explications of Natural Philosophy," *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January, 1957, pp. 49-83; Arnold Thackray, "'Matter in a nut-shell': Newton's Optics and eighteenth century chemistry," *Ambix*, Vol. XV, No. 1, February, 1968, pp. 29-53; Arnold Thackray, *Atoms and Powers: An Essay on Newtonian Matter-Theory and the Devepoment of Chemistry*, Harvard University Press, Cambridge, 1970. Ernst Cassirer se ocupa de él en *El Problema del Conocimiento en la Filosofía y en la Ciencia Modernas*, Vol. II, Traducción de Wenceslao Roces, Fondo de Cultura Económica, México, 1956, pp. 379-80, 389-90.

[15] Además de los principios de la "geometría," tomados de la "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," otras doctrinas de Keill fueron asimiladas por Kant. En la *Introductio ad Veram Physicam: seu lectiones physicae habitae in schola naturalis philosophiae Academiae Oxoniensis. Quibus accedunt Christiani Hugenii …*, 2ª edición (Oxoniae, 1705), prefacio [Traducción al inglés: John Keill, *An introduction to natural philosophy: or, philosophical lectures read in the University of Oxford, Anno Dom 1700. To which are added, the demonstrations of Monsieur Huygens's theorems, concerning the centrifugal force and circular motion,* traducida de la última edición en Latín, 3ª edición, London, Woodfall, 1733, prefacio, viii ss; generalmente citaremos de esta edición, aunque también nos referiremos a la edición en latín de 1705.], Keill enfatiza la importancia de la geometría como requisito de admisión a la filosofía natural; y Kant reitera esto en el prefacio de la *Monadología physica*. (Immanuel Kant, *Monadología physica*, p. 516.). Kant se refiere a las pruebas de la existencia del espacio vacío propuestas por Keill. [John Keill, *Introductio ad Veram Physicam*, lectio 2, pp. 14 ss., lectio 10, pp.

fue prominente sobre todo como divulgador de la filosofía natural de Newton y pugnaz polemista contra Leibniz y los suyos. Por su papel central en las confrontaciones con Leibniz, también por su cercanía a Newton y su activa labor como divulgador de la filosofía experimental, sus puntos de vista respecto de los fundamentos de la filosofía natural influyeron sobre otros autores británicos, y acabaron por provocar la reacción de los leibnizianos en las *Acta Eruditorum* de Leipzig. Esto desencadenó las contiendas entre ambos grupos, en torno al cálculo, los principios de la filosofía natural, los vórtices como explicación de la gravitación, el verdadero mecanicismo y una variedad de puntos. En filosofía natural, el elemento más importante de estas querellas consistió en que los leibnizianos negaron la realidad de la atracción como cualidad inherente a la materia, haciendo suya una acusación del cartesianismo contra la física de Newton; a saber: que al postular una fuerza atractiva en la materia, los newtonianos recurrían a las *cualidades ocultas*, "los

---

100-101; *Introduction to Natural Philosophy*, lecture 2, pp. 17 ss, lecture 10, p. 117; "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," p. 97; *Introductio ad Veram Astronomiam seu Lectiones Astronomicae. Habitae in Schola Astronomica Academiae Oxoniensis*, Editio Secunda, multo Auctior & Emendatio, Londini, G. Straham, 1721, lectio XVII, traducción al inglés: *An Introduction to the True Astronomy: Or, Astronomical Lectures, Read in the Astronomical School of the University of Oxford*, 4th Edition, London, Henry Lintot, 1748, Lecture XVII, pp. 202-3; Immanuel Kant, *Monadologia physica*, prop. 12, p. 556.]. La *Introductio ad Veram Physicam* contiene una demostración del siguiente teorema: toda cualidad que es propagada en líneas rectas desde un centro disminuye en una proporción duplicada de la distancia de ese centro. (Keill, *Introductio ad Veram Physicam*, 1, pp. 4-5; *Introduction to natural philosophy*, 1, pp. 4–7). Sobre la base de este teorema, Kant sugiere como podrían probarse las leyes de las fuerzas de impenetrabilidad y atracción ejercidas por sus elementos o mónadas físicas. (*Monadologia physica*, Prop. 10, pp. 548, 550.). Keill afirma que toda extensión es divisible *in infinitum* y por lo tanto no consta de indivisibles y lo demuestra con argumentos geométricos. (Keill, *Introductio ad Veram Physicam*, 3, pp. 17-18, 22 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, 3, pp. 20–1, 26 ss.). Kant prueba que el espacio es infinitamente divisible por medio de una demostración geométrica basada en una de las pruebas de Keill. (*Monadologia physica*, prop. 3, 524, 526.). En este trabajo hemos usado los textos originales de Keill y sus traducciones al inglés. Kant los conoció en una recopilación posterior de los originales en latín: John Keill, *Introductiones ad Veram Physicam et Veram Astronomiam. Quibus accedunt Trigonometria. De viribus centralibus. De legibus attracionis*, Lugduni Batavorum (Leyden), 1725.

monstruos de la escolástica," que los fundadores de la filosofía mecánica habían desterrado.[16] Para Leibniz la atracción de los newtonianos era, o bien absurda, o bien un milagro perpetuo, en virtud del cual Dios actúa continuamente en el mundo, lo cual rebaja la noción de la perfección divina.[17]

En sus primeras obras, antes de postular los tres principios adoptados después por Kant, Keill polemizó con quienes intentaban dar una explicación del mundo sobre la base de puras leyes mecánicas, la cual tendía a dejar a un lado a Dios, expuso la física y la astronomía newtoniana y atacó al cartesianismo. De estos trabajos, el más importante es la *Introductio ad Veram Physicam*, publicada en 1701, que después constituyó la primera parte de la *Introductiones ad Veram Physicam et Veram Astronomiam*. Es posible aportar elementos para una mejor comprensión de los fundamentos de la filosofía natural que surge en la modernidad, indagando y examinando los principios de la misma que, propuestos por Keill en estas obras, contienen posiciones acerca del método, sobre cuál es la verdadera filosofía natural, qué es lo fundamental en el mecanicismo, y cuál es el papel de Dios en la génesis del mundo actual. Otras disquisiciones versan sobre el rol y la fuerza probatoria de las matemáticas cuando son aplicadas a la filosofía natural.

---

[16] "Et ut verbo dicam, pleraq, omnia monstra Scholastica, studio Bacón, Galilaei, Jungii, Carteéis, Hobbii, Toricellii, Pascallii, Boylii profligata, velut agmine facto per posticum iterum in Philosophiam, nisi cavemus, irrumpent." Así se expresa el autor anónimo de la reseña de las *Praelectiones Chymicae* de John Freind en las *Acta Eruditorum*: "Prælectiones Chymicæ: In quibus omnes fere operatones Chymicæ ad vera principia & ipſius Naturæ leges rediguntur, Oxonii habitæ a Johanne Freind, M.D. Ædis Christi Alumno," *Acta Eruditorum*, 1710: Septiembre, pp. 412-16, p. 414.

[17] Ver, por ejemplo, en la correspondencia Leibniz-Clarke, la primera carta de Leibniz, Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, reimpresión de la edición de Berlín, 1880, Vol. 7, p. 352; la cuarta carta de Leibniz, Ibíd., pp. 375-6, p. 377; la quinta carta de Leibniz, Ibíd., p. 419. Ver también la carta de Leibniz a Hartsoeker del 6 de febrero de 1711, Ibíd., Vol. 3, p. 518; la carta de Leibniz a Harsoeker del 9 de julio de 1711, Ibíd., p 527; y la carta de Leibniz a J. Bernoulli del 27 de mayo de 1716, Gottfried Wilhelm Leibniz, *Mathematische Schriften*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1971, segunda reimpresión de la edición de Halle, 1849-1863, Vol. III/2, pp. 962-3.

Tiene importancia, no sólo para la historia de la filosofía natural, sino de la filosofía misma, el hecho de que en los puntos de vista de este autor hay supuestos sobre lo que constituye la verdad y la certeza en la filosofía natural, así como cuáles son sus criterios, cuestiones estas que conciernen a un tema central de la modernidad, a saber: la autonomía de la razón que se da a sí misma las pautas para distinguir lo verdadero de lo falso. Efectivamente, las críticas al cartesianismo de Keill reposan sobre criterios de certeza diferentes a los de Descartes. Los criterios de Keill se basan en una valoración del papel de la experiencia y las matemáticas en la ciencia de la naturaleza distinta a la cartesiana, y también remiten a una concepción diferente del valor cognoscitivo de los sentidos y el espíritu. A este respecto, el examen de la obra de Keill es útil porque él se ocupa más extensamente de estos temas que Newton. Otro factor que la hace filosóficamente interesante es que, a diferencia de las interpretaciones readaptadas del newtonianismo que se encuentran en los manuales de autores posteriores, Keill no elude el examen de cuestiones filosóficas abstractas, a las cuales dedica tiempo, e incluye en su obra una gran cantidad de elementos de filosofía natural, que no sólo provienen de la modernidad, sino también de la filosofía medieval. Me refiero a su tratamiento de la divisibilidad de la magnitud, en el cual hay una incorporación de motivos medievales a la filosofía natural, que, por cierto, influyó sobre Kant. Y como él es uno de los actores más importantes en las discusiones entre leibnizianos y newtonianos en torno a los fundamentos filosóficos y metafísicos de la ciencia de la naturaleza, el estudio de su obra también es indispensable para abordar adecuadamente esas discusiones. Adicionalmente, dicho estudio aportará a una mejor comprensión del newtonianismo –entendiendo con este término no sólo la obra e influencia de Newton, sino también las de sus seguidores– y de la manera en que el mismo influyó en la historia de las ideas.

Para ello, lo primero que haremos será ver el papel de Keill en la divulgación del newtonianismo en Gran Bretaña y el Continente, y examinar sus críticas a los autores ingleses que intentaron dar cuenta del origen y la evolución del mundo por medio de principios mecánicos de raigambre cartesiana. Después comenzaremos a analizar la *Introductio ad Veram Physicam.* En esta obra revisaremos el método propuesto por

Keill para la filosofía natural, su valoración de la geometría y rechazo del cartesianismo, así como su negación de que la atracción sea una "cualidad oculta." A continuación revisaremos las ideas de Keill sobre la esencia del cuerpo, el espacio y la existencia del vacío, fundadas en sus prescripciones metódicas y su oposición al cartesianismo. Luego nos detendremos por un momento en la "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," que propone las tres tesis de la "geometría." Esto, adicionalmente, preparará el camino para el segundo volumen de esta investigación, que tratará acerca de las polémicas entre leibnizianos y newtonianos en torno a la naturaleza de la atracción, el vacío, y las posiciones que sostuvieron Newton y Leibniz sobre estos y otros temas de la filosofía mecánica. De acuerdo con el plan de este volumen, lo anunciado forma parte del primer capítulo. El estudio de la *Introductio ad Veram Physicam* finaliza en el segundo capítulo, dedicado a la divisibilidad infinita de la magnitud. Allí analizaremos las demostraciones geométricas de dicha divisibilidad presentadas por Keill, junto con sus antecedentes, las objeciones filosóficas contra la divisibilidad infinita de la materia y las respuestas de nuestro autor a las mismas. Finalmente, consideraremos la influencia que a este respecto Keill ejerció sobre Kant.

Detrás de la afirmación de que la materia es divisible *in infinitum* hay una larga historia, que comienza en la antigüedad. La física de Aristóteles era contraria al indivisibilísimo y contiene argumentos contra la tesis de que el continuo pueda estar constituido por una pluralidad de indivisibles.[18] Los filósofos medievales fueron más allá de Aristóteles, e incorporaron una batería de razonamientos geométricos para demostrar que el continuo no consta de indivisibles. En la *Introductio ad Veram Physicam*, John Keill se opone a los indivisibilistas, antiguos y modernos, con argumentos geométricos y filosóficos. Keill recibe la tradición medieval compuesta por discusiones sobre la divisibilidad infinita de toda magnitud y demostraciones geométricas de la misma, que llega a él a través de autores modernos, cartesianos y no-cartesianos, como Jacques Rohault y Jean Baptiste Du Hamel. Algunas de las pruebas de Keill se

[18] *Physica*, VI, 1, 231 a ss., en *The Works of Aristotle*, translated into English under the editorship of W. D. Ross, 1a edición, Oxford, Oxford at the Clarendon Press, 1930, Vol. II.

.

originan en los medievales, en particular Duns Scoto y el filósofo y teólogo árabe Algazel; otras provienen de Du Hamel y Rohault. La obra de Keill también fue un vehículo para la transmisión de esta tradición a otros autores modernos. Aquí el más importante a señalar es Kant, quien en la *Monadologia physica* emplea pruebas geométricas y adapta al espacio ocupado por los elementos de los cuerpos discusiones acerca de la divisibilidad infinita de la magnitud, en ambos casos provenientes de Keill. Sobre esta base, Kant establece que dicho espacio es divisible *in infinitum*, lo cual contradice la afirmación de que los cuerpos constan de substancias o elementos *simples*. He aquí la primera versión de la *aporía de la división de la materia* en el desarrollo del pensamiento kantiano hacia la filosofía crítica, la cual también marca el comienzo de la problemática antinómica. Esta aporía dará lugar a la *Segunda Antinomia* de la *Crítica de la Razón Pura*, a saber: el conflicto irresoluble de la razón, constituido por la tesis que afirma que toda substancia compuesta consta de partes simples, y su antítesis, que sostiene que los compuestos en el mundo son divisibles al infinito y no constan de partes simples.[19] Por otro lado, las afirmaciones de la existencia del vacío y de una fuerza de atracción en la materia –que caracterizaron al newtonianismo– están relacionadas, pues la existencia de un medio vacío es compatible con el pensamiento de que los cuerpos puedan actuar a distancia, unos sobre otros, por medio de fuerzas atractivas, sin necesidad de reducir éstas a una explicación mecánica sobre la base de impulsos y el contacto. En cambio, quienes sólo admiten al contacto como manera de que un cuerpo actúe sobre otro, y critican la atracción newtoniana, son partidarios del *plenum*. En el cartesianismo y el leibnizianismo, el *plenum* está vinculado con una explicación mecánica de la atracción por medio de impulsos.

Nuestra tesis será que la afirmación del vacío y la defensa de la atracción, así como los puntos de vista de Keill acerca del papel de Dios en relación con la naturaleza, sobre lo que define a la filosofía mecánica,

[19] Immanuel Kant, *Crítica de la Razón Pura*, B 462, 463. Hemos empleado la edición de Wilhelm Weischedel: Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Vol. II.

y el papel de las matemáticas en la misma,[20] son posibilitados por una concepción particular de los elementos de la certeza y la verdad en la filosofía natural, que es distinta de la concepción cartesiana de la certeza, y también difiere en cierta medida de la de Newton. A lo largo de este volumen intentaremos comprobar esta tesis. Para ello reconstruiremos los puntos de vista de Keill sobre la certeza, explícitos e implícitos, tarea que terminaremos en las conclusiones, donde además discutiremos diversos problemas y posiciones que se presentan en conexión con la división de la extensión y el continuo. Mostraremos que la incorporación por parte de Keill de la tradición medieval, con sus pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la extensión, no calza completamente en la filosofía mecanicista moderna, lo cual tiene consecuencias respecto de la relación de las matemáticas con la filosofía natural y el papel de esta ciencia en la certeza científica. A este respecto, las ideas de Keill contienen un realismo geométrico implícito, que asigna un papel constitutivo a las matemáticas en la filosofía natural, el cual no se encuentra ni en Descartes, ni en Newton.

Antes de entrar en el examen de la obra de Keill hay algo más a lo cual debemos referirnos. Las explicaciones mecanicistas que con el advenimiento de la modernidad se impusieron en la filosofía natural comparten el pensamiento de que los fenómenos naturales deben ser explicados por medio de la materia, el movimiento y las leyes del movimiento. De acuerdo con esta nueva concepción de la naturaleza, los filósofos mecanicistas eliminaron de la filosofía natural la creencia en la existencia de entidades no observables, como las formas substanciales. Son varios los ejemplos históricos de este proceso. En *The Sceptical Chymist* de 1661,[21] uno de los fundadores de la filosofía mecánica moderna, Robert Boyle, atacó las teorías de la materia de Aristóteles y Paracelso, proponiendo en su lugar la existencia de partículas primarias que, en virtud de sus coaliciones, producen corpúsculos más grandes. Las

[20] Incluyendo la validez objetiva de sus demostraciones, como aquellas de la divisibilidad infinita de toda magnitud.

[21] Robert Boyle, *The Sceptical Chymist*, London, J. M. Dent & Sons Ltd., 1911. Sobre la importancia histórica de Boyle en el desarrollo de la química estructural se puede consultar un trabajo de Thomas S. Kuhn, “Robert Boyle and Structural Chemistry,” *Isis*, Vol. 43, April 1952, pp. 12-36.

.

diferentes substancias resultan del número, la posición y el movimiento de las partículas primarias. Con esto, los fenómenos naturales eran explicados, no por medio de las cualidades y elementos aristotélicos, sino a partir de la organización y el movimiento de las partículas primarias. Este corpuscularismo influyó sobre diversos autores posteriores, británicos y no-británicos, incluyendo a Newton.[22] Eliminando las cualidades y formas aristotélico-escolásticas, la filosofía mecánica consideró a la naturaleza material, cuando no a toda la realidad (tal cual lo hizo el materialismo radical de Hobbes), como constituida por cuerpos en movimiento. La recepción del antiguo atomismo de Leucipo, Demócrito y Epicuro, que nunca había dejado de tener sus partidarios y fue transmitido a la modernidad por los indivisibilistas medievales, rescató la concepción atomista de la estructura de la materia, aunque el mecanicismo no tenía necesariamente que ser –ni lo fue siempre– atomista. Sin embargo, el mecanicismo se combinó a menudo con una filosofía corpuscular.

La mayoría de los primeros filósofos naturales modernos interpretaron mecánicamente a la naturaleza, para encontrar, a partir de la experiencia y la experimentación, leyes de los fenómenos. Pero ellos no se plantearon como tarea la construcción de un sistema de filosofía natural. Tampoco se ocuparon de las relaciones de la filosofía natural con el resto de la filosofía. En consecuencia, el interés por los fundamentos filosóficos que pudiera tener la filosofía natural les fue generalmente ajeno. Esto no quiere decir que nunca tocaran estos temas, ni hicieran consideraciones al respecto,[23] pero cuando las hicieron fue de manera circunstancial, y las mismas no constituyeron el objeto principal de su trabajo. El primero que propone un sistema de toda la física y que la integra al resto de la filosofía, en una gran unidad, fue Descartes. Es bien sabido que el triunfo de la filosofía mecánica debe mucho a este pensador. Radicalmente mecanicista en lo que toca a la substancia

---

[22] Por cierto, la frase "filosofía corpuscular" proviene de Boyle. Ver: *Origin of Forms and Qualities*, en *The Works of the Honorable Robert Boyle*, Thomas Birch (Ed.), London, A. Millar, 1744, Vol. II, p. 454, citado en Kuhn, Art. Cit., p. 18, nota: "that philosophy, which I find I have been much imitated in calling Corpuscularian."

[23] Hay algunas en Boyle, p. ej., y en otros.

extensa, Descartes es una de las figuras importantes en la historia de la ciencia, aun cuando su física haya sido dejada a un lado. Su influencia dominó por encima de todo lo demás hasta el advenimiento de la física de Newton, y sus escritos fueron una poderosa fuente de inspiración, incluso después. [24] Descartes es el primero que fundamenta filosóficamente la física mecanicista de la extensión y el movimiento. Su distinción del alma y el cuerpo le permite determinar la esencia del cuerpo como extensión, de lo cual se sigue la divisibilidad infinita de la materia, la inexistencia del vacío, y la negación de las formas substanciales y las cualidades ocultas.[25] Debido a la unidad de la física con el resto de la filosofía presente en el pensamiento de Descartes, cuando el newtonianismo choca contra el cartesianismo, lo hace no sólo con la física cartesiana, sino también –muchas veces implícitamente– contra sus fundamentos filosóficos.

Uno de los tópicos de la historia de la filosofía es que con el descubrimiento del *ego cogito* y las consecuencias que deriva del mismo, Descartes refunda toda la filosofía, incluyendo la física, sobre nuevas bases. La aplicación de la *duda metódica* lo conduce al *cogito*, y en tanto imperfección, la duda presupone la presencia en él de la idea de lo perfecto, que no puede venir de otra causa que no sea un Dios perfecto, existente y verídico, que, garantizando las ideas claras y distintas, garantiza la distinción real del alma y del cuerpo, con lo cual se desemboca en la física mecanicista de la extensión y el movimiento.[26]

---

[24] Sobre esto se puede leer con provecho el capítulo IV de A. Rupert Hall, *From Galileo to Newton*, New York, Dover Publications, Inc., 1981, pp. 103 ss.

[25] Entre ellas la atracción, que propuesta de manera un tanto cruda por un matemático contemporáneo, para explicar los movimientos de los astros, fue vehemente rechazada por Descartes. Ver su carta a Mersenne del 20 de abril de 1646 en: René Descartes, *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery (Eds.), 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. IV, p. 401.

[26] René Descartes, *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4ª edición, París, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, IV, pp. 31 ss. (en lo sucesivo, a menos que indiquemos lo contrario, nos referiremos a esta edición del *Discurso*); *Principes de la Philosophie*, *Oeuvres de Descartes*, Vol. IX-2: I y II partes. Es bien conocido que para Descartes la esencia del cuerpo es la extensión: Ver, p. ej., *Meditations*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. IX-1: II, pp.

También es sabido que la búsqueda de certeza en el conocimiento condujo a Descartes a reaccionar contra la filosofía escolástica.[27] El *método*, que él empezó a desarrollar en las *Reglas para la dirección de los ingenios*, y dio a conocer por primera vez en el *Discours de la Méthode* de 1637,[28] prescribe fundar el conocimiento en principios evidentes, *que son conocidos por el espíritu*, mediante un acto simple e infalible, la intuición, y de los cuales se deducen ordenadamente sus consecuencias, en un encadenamiento intuitivo-deductivo, guiado por la idea rectora del método, de no admitir como verdadero sino lo que es evidente.[29] El criterio de la evidencia de una verdad está constituido por su claridad y distinción, que son aprehendidas por el espíritu,[30] pues Descartes duda y desconfía del conocimiento sensible.[31]

Para abrir el campo a la física mecanicista hay que dejar a un lado el fundamento de la filosofía natural escolástica, que son las formas substanciales. Toda la física mecanicista supone la negación de las formas substanciales,[32] que según Descartes se originan en la confusión –

23-4, sextas respuestas, p. 239; *Principes de la Philosophie*, II, 4 (p. 65), 9 (p. 68), 11 (pp. 68-9).

[27] René Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit*, traducción y notas de J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996, regla II, pp. 5 ss. A menos que indiquemos lo contrario, nos referiremos a esta edición de las *Reglas*.

[28] Aunque anteriores al *Discurso*, las *Reglas* fueron publicadas mucho después, en 1701.

[29] *Règles pour la direction de l'esprit*, III (pp. 11 ss.), IV (pp. 19-20), VI (pp. 31 ss.); *Discours de la Méthode*, II, pp. 18-19.

[30] El primer precepto del método es "ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse évidemment être telle … et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute." *Discours de la Méthode*, p. 18. Cfr. *Principes de la Philosophie*, I, 43 (p. 43): "… nous ne sçaurions faillir en ne jugeant que des choses que nous apperceuons clairement & distinctement." Estas verdades son aprehendidas por medio de un acto del pensar puro, que es la intuición. *Règles pour la direction de l'esprit*, III (p. 14), IV (pp. 19-20).

[31] *Discours de la Méthode*, IV, p. 32. *Meditations*, resumen, p. 9, I, p. 14 ss., IV, p. 61 ss. *Principes de la Philosophie*, I, 4 (p. 26), II, 3 (pp. 64-5).

[32] "… je supposai, expressément, qu'il n'y avait en elle [la materia] aucune de ces formes ou qualités dont on dispute dans les écoles, ni généralement aucune chose, dont la connaissance ne fût si naturelle à nos âmes, qu'on ne pût pas

arraigada en la tradición– del alma y el cuerpo.[33] No sólo en la confusión de mí alma y mí cuerpo, sino de las dos clases de substancias, fundada en las percepciones sensibles. La observación superficial de los movimientos de los cuerpos lleva a la creencia de que en los cuerpos y en la materia habitan principios de movimiento, cuando ellos no son sino extensión, incapaz de actuar por sí misma. Desde la infancia hemos comenzado a formarnos juicios sobre las cosas de la naturaleza, a partir de las percepciones sensibles, y después hemos mantenido esos juicios; pero en la niñez, nuestro espíritu, demasiado apegado a los sentidos, no percibe las cosas sino de manera confusa, por lo cual toma al cuerpo y al pensamiento por la misma cosa. Entonces se produce una mezcolanza de las ideas, en sí mismas distintas, de pensamiento y extensión.[34] Esta confusión da lugar a las ideas confusas de las formas substanciales, o de las cualidades reales, que Aristóteles, los escolásticos, y nosotros con ellos, nos representamos como pequeñas almas alojadas en el cuerpo.[35] Observamos que nuestra alma mueve al cuerpo y a la vez recibe impresiones sensibles provenientes del mismo. Debido a esto, pensamos que ella está unida al cuerpo, y la concebimos como la forma del cuerpo. Luego extendemos de manera ilegítima esta experiencia a toda la naturaleza, asignando a los cuerpos exteriores principios internos de movimiento, análogos a nuestra alma, que son las formas substanciales. Además de ello, atribuimos a los cuerpos propiedades semejantes a nuestras sensaciones de calor, frío, dureza, etc., que llamamos cualidades reales. La distinción cartesiana del alma y el cuerpo disuelve las ideas confusas de las formas substanciales y las cualidades, reduciendo los atributos de los cuerpos a la extensión y el movimiento, que es lo que, a partir de este momento, ha de ocupar a la física. Con esta crítica, el cartesianismo –y bajo su influencia la filosofía y la ciencia modernas– deja definitivamente de lado a las formas substanciales y a las cualidades

---

même feindre de l'ignorer." René Descartes, *Discours de la Méthode*, V, pp. 42-3. Los corchetes son nuestros.

[33] Respecto de la confusión entre alma y cuerpo como origen de las formas substanciales, ver *Meditations*, sextas respuestas, pp. 239-41, y el comentario de Gilson del *Discours de la Méthode*, pp. 288-9.

[34] *Meditations*, sextas respuestas, p. 240.

[35] Ibíd., pp. 240, 41. Ver también: Gilson, comentario al *Discours de la Méthode*, p. 289.

reales, porque piensa que no nos dan un conocimiento claro y distinto de las cosas, sino que son entidades ocultas, que no las explican.[36]

---

[36] La crítica a las formas substanciales y las cualidades ocultas está expuesta en *Le Monde*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. XI. Descartes niega que las ideas que tenemos de las cualidades de las cosas encuentren siempre su correlato en las cosas mismas, es decir, que tengamos ideas que representen cualidades o formas reales de los cuerpos: "Car encore que chacun se persuade communément, que les idées que nous avons en nostre pensée sont entierement semblables aux objets dont elles procedent, je ne vois point toutesfois de raison, qui nous assure que cela soit; mais je remarque, au contraire, plusieurs experiences qui nous en doivent faire douter." *Le Monde*, Ch. I, pp. 3-4. Varios ejemplos corroboran lo que él piensa, veamos: "Or il n'y a personne qui ne sçache, que les idées du chatoüllement & de la douleur, qui se forment en nostre pensée à l'occasion des corps de dehors qui nous touchent, n'ont aucune ressemblance avec eux. … Or je ne vois point de raison qui nous oblige à croire, que ce qui est dans les objets d'où nous vient le sentiment de la Lumiere, soit plus semblable à ce sentiment, que les actions d'vne plume & d'vne couroye le sont au chatoüllement & à la douleur." Ibíd., I, pp. 5-6. Descartes aboga por una aclaración mecánica de las cosas, que prescinda de las ideas de las cualidades y formas de los cuerpos. Así es, por ejemplo, su explicación del calor y la luz del fuego, que se funda en el movimiento de pequeñas partículas materiales, y prescinde de las formas substanciales, las cualidades y las acciones de la física escolástica: "Lors qu'elle [la llama] brûle du bois, ou quelqu'autre semblable matiere, nous pouvons voir à l'oeil, qu'elle remuë les petites parties de ce bois, & les separe l'vne de l'autre, transformant ainsi les plus subtiles en feu, en air, & en fumée, & laissant les plus grossieres pour les cendres. Qu'vun autre donc imagine, s'il veu, en ce bois, la Forme du feu, la Qualité de la chaleur, & la Action qui le brûle, comme des choses toutes diverses; pour moy, qui crains de me tromper si j'y suppose quelque chose de plus que ce que je vois necessairement y devoir estre, je me contente d'y concevoir le mouvement de ses parties." Ibíd., II, p. 7, los corchetes son nuestros, ver también pp. 9, 10. Los elementos de los cuerpos y los fenómenos de la naturaleza se tienen que resolver mecánicamente. Todas las cualidades y las formas de la física escolástica se explican a partir de la materia, suponiendo en ella solamente la movilidad, el tamaño, la figura y el arreglo de sus partes. Por sí solas, las cualidades y formas no aclaran nada, sino que ellas mismas deben ser explicadas mecánicamente de esta manera, a partir del movimiento de las partes de la materia, regido por las leyes de la naturaleza: "Que si vous trouvez estrange que, pour expliquer ces Elements, je ne me serve point des Qualitez qu'on nomme Chaleur, Froideur, Humidité, & Sécheresse, ainsi que font les Philosophes [se refiere a los escolásticos] : je vous diray que ces Qualitez me semblent avoir elles-mesmes besoin d'explication ; & que, si je ne me trompe, non seulement ces quatre Qualitez, mais aussi toutes les autres, & mesme toutes les Formes des corps inanimez, peuvent estre expliquées, sans qu'il soit besoin de supposer pour cét effet aucune autre chose en leur matiere,

La idea de la unidad de las ciencias, fundada en la unidad del espíritu humano, es central en Descartes.[37] Esta unidad es concebida por él de manera tal que la física depende de la filosofía. Es célebre la imagen de la carta prefacio de la edición francesa de los *Principios*, que muestra a la filosofía como un árbol, del cual las raíces son la metafísica, y cuyo tronco es la física.[38] De acuerdo con dicha imagen, la metafísica es la filosofía primera, seguida por la física. La imagen del árbol también muestra que física y metafísica están estrechamente unidas en el pensamiento cartesiano.[39] Y sin embargo, eso no quiere decir que la experiencia no tenga un lugar en la ciencia de Descartes, ni que su física no refleje la incorporación de la experiencia. Él reconoce no haber logrado en la física la rigurosidad de las demostraciones matemáticas,[40] y

---

que le mouvement, la grosseur, la figure, & l'arrangement de ses parties." Ibíd., V, pp. 25-6, los corchetes son nuestros. Ver también ibíd., VI, pp. 33. Y : "Mais, au contraire, celuy que je suppose [el movimiento como lo concibe Descartes, a diferencia de la física escolástica], suit les mesmes Loix de la Nature, que font generalement toutes les dispositions & toutes les qualitez que se trouvent en la matiere : aussi bien celles que les Doctes appellent, *Modos & entia rationis cum fundamento in re* (des modes & des estrés de raison avec fondement dans la chose), comme *Qualitates reales* (leurs qualitez réelles), dans lesquelles je confesse ingenûment ne trouver pas plus de realité que dans les autres." Ibíd., VII, p. 40, los corchetes son nuestros.

[37] Ver *Règles pour la direction de l'esprit*, I (pp. 2, 3); *Discours de la Méthode*, II, p. 11; y *Principes de la Philosophie*, p. 14.

[38] *Principes de la Philosophie*, p. 14.

[39] Así lo piensa Etienne Gilson: "Lorsque nous nous demandons quel fut le rapport de la physique à la métaphysique cartésienne, nous risquons donc de commettre une erreur grave, et même de poser un problème insoluble, si nous oublions que la démarche initiale de la pensée de Descartes fut précisément le refus de considérer leur séparation comme possible." Étienne Gilson, *Études sur l'histoire de la formation du système cartésien*, Paris, Vrin, 1930, p. 176. Pero hay que precisar que la física cartesiana no es lo que hoy en día se llama "física." Sobre la relación entre metafísica y ciencia en Descartes, ver: Michel Fichant, "La « Fable du Monde » et la signification métaphysique de la science cartésienne," en: Michel Fichant, *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz*, Paris, Presses Universitaires de France, 1998, pp. 59-84.

[40] "... exiger de moi des démonstrations géométriques en une matière qui dépende de la Physique, c'est vouloir que je fasse des choses impossibles … [Por otra parte,] si on ne veut nommer démonstrations que les preuves des géomètres, il faut donc dire qu'Archimède n'a jamais rien démontré dans les Mécaniques ni Vitellion en l'Optique, ni Ptolémée en l'Astronomie, etc., ce qui

sostiene que en esta ciencia la experiencia también es necesaria, junto con la intuición y la deducción.[41] Esto, sin embargo, no quiere decir que los principios de la física provengan de ella, pues estos, verbigracia: la distinción del alma y el cuerpo y la determinación de la esencia del cuerpo como extensión, las leyes del mecanismo y del choque, o la restricción al contacto de la interacción entre los cuerpos, son conocidos de manera clara y distinta por el espíritu.

La física mecanicista de la extensión y el movimiento de Descartes se apoya en el contacto. Él sólo admite al contacto como causa del movimiento de los cuerpos.[42] Para el cartesianismo, todos los movimientos se originan a partir de impulsos, la única manera de concebir claramente su explicación, como consecuencia de la

---

toutefois ne se dit pas." Carta de Descartes a Mersenne, 27 de mayo de 1638, *Oeuvres de Descartes*, Vol. II, p. 142. Los corchetes son nuestros.

[41] Van en contra del orden, en el cual consiste todo el método, aquellos filósofos que "négligent les expériences et croient que la vérité doit sortir de leur propre cerveau comme Minerve de celui de Júpiter." *Règles pour la direction de l'esprit,* V (p. 30). La sexta parte del *Discurso del Método* también expresa la importancia de la experiencia: "Même je remarquais, touchant les expériences, qu'elles sont d'autan plus nécessaires qu'on est plus avancé en connaissance." *Discours de la Méthode*, VI, p. 63. Habiendo adquirido, por medio de la aplicación del espíritu, ciertas nociones generales de la física (Ibíd., p. 61), para pasar de estos principios, de máxima generalidad y simplicidad, a efectos particulares, que pueden ser deducidos de diversas maneras, la experiencia tiene una función que cumplir: "Car à cela je ne sais point d'autre expédient, que de chercher derechef quelques expériences, qui soient telles, que leur événement ne soit pas le même, si c'est en l'une de ces façons qu'on doit l'expliquer, que si c'est en l'autre." Y añade: "Au reste, j'en suis maintenant là, que je vois, ce me semble, assez bien de quel biais on se doit prendre à faire la plupart de celles [se refiere a las experiencias] qui peuvent servir à cet effet ; mais je vois aussi qu'elles sont telles, et en si grand nombre, que ni mes mains, ni mon revenu, bien que j'en eusse mille fois plus que je n'en ai, ne sauraient suffire pour toutes ; en sorte que, selon que j'aurai désormais la commodité d'en faire plus ou moins, j'avancerai aussi plus ou moins en la connaissance de la nature." Ibíd., pp. 64-5, el contenido entre corchetes ha sido añadido por mí. Sobre el papel de la experiencia y la experimentación en Descartes ver: Géraud Tournadre, *L'Orientation de la Sciencie Cartésienne*, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1982, Ch. II, pp. 47 ss.

[42] *Meditations*, VI, p. 69. En los *Principes de la Philosophie*, los principios 25 (p. 76), 28 (p. 78) y 37 (p. 84) presuponen el contacto como causa de movimiento.

impenetrabilidad de la materia.[43] Puesto que extensión y cuerpo son lo mismo, no hay vacío, sino un *plenum*, en el cual es posible dar cuenta de toda interacción entre los cuerpos por medio del antedicho contacto. Esto es lo que, en la física cartesiana, vuelve innecesarias a las formas substanciales y a las cualidades de la escolástica: simpatías y antipatías, atracciones, y otras cualidades, que son rechazadas por no ser claras y distintas como los choques e impulsos. Otra consecuencia de la identificación del cuerpo y la extensión es la divisibilidad infinita de la materia, porque toda extensión siempre es divisible.

A partir de esta concepción de los cuerpos, y mediante las leyes del mecanismo, es posible dar cuenta del origen del mundo. El mecanicismo total respecto de la *res extensa* rige el relato de la génesis del mundo expuesto en *Le Monde.* En esta obra, que Descartes prefirió no publicar cuando supo, en 1633, de la condenación de Galileo por la Iglesia Católica, se presenta la formación del mundo como una fábula que, sin pretender validez histórica, hace inteligible la naturaleza del mundo real, evitando pronunciarse sobre su verdadero origen.[44] Él vuelve a ocuparse de esto en el *Discurso del Método*. En este escrito refiere que decidió investigar lo que sucedería en un nuevo mundo, si Dios confiriera movimiento a la materia creada, de lo cual resultaría un caos; y después no hiciera sino dejar a la naturaleza actuar según las leyes naturales por Él establecidas para este mundo. Descartes trata de mostrar que la materia del caos originario acabaría por quedar dispuesta de manera tal que constituiría un mundo semejante al nuestro.[45] Aunque presentada como mera fábula, esta manera de explicar la génesis del mundo por medio de puros principios mecánicos, que hace posible cuestionar la concepción tradicional del papel de Dios como causa y conservador del mundo, podía conducir al materialismo y al ateismo. Y, efectivamente, comenzaron a aparecer tratados cosmogónicos, por ejemplo: en

---

[43] Ver, por ejemplo, la física del cartesiano Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy. A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke*, *Published in* 1723, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, I, X, §§ 1-3, pp. 38 ss.
[44] *Le Monde*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. XI, esp. : Ch. VI, pp. 31 ss.; VII, pp. 36 ss.
[45] *Discours de la Méthode*, V, pp. 43, 44.

Inglaterra, que intentaron dar cuenta del mundo únicamente a partir de principios mecánicos y sin pretextar ser fábulas. Ello hizo necesario, en el medio inglés de la época, que se les diera respuesta. La física de Newton fue empleada para este propósito. Después de que aparecieron los *Principia mathematica*, los newtonianos ingleses reaccionaron contra el cartesianismo, entre otras cosas porque, según ellos, con su pensamiento mecanicista conducía al ateismo, mientras que la filosofía natural newtoniana proporcionaba un argumento contra el materialismo y el ateismo. De esta manera surgieron una cosmogonía y una teología físicas sobre la base de la ciencia newtoniana. Así ocurre en las *Boyle Lectures* de 1692, dictadas por Richard Bentley y publicadas poco después. Antes de ellas, el propio Robert Boyle se había preguntado si el mecanicismo podía combinarse con el supuesto de que la naturaleza tiene un designio, y se inclinaba hacia una respuesta positiva. Los autores newtonianos pensaron que ambos puntos de vista, el mecánico y el del designio en la naturaleza, podían y debían ser combinados, y que la filosofía natural de Newton era verdadera, entre otras cosas, porque permitía hacerlo.

CAPÍTULO I

JOHN KEILL Y LOS FUNDAMENTOS DE LA FILOSOFÍA NATURAL

§ 1. Vida e influencia de Keill

John Keill fue un importante divulgador de la filosofía natural de Newton y uno de sus primeros seguidores. Sin duda hay que contarlo entre quienes más ayudaron a instituir el estudio de la filosofía experimental y de la física newtoniana, sobre todo en Gran Bretaña, pero también en el continente.

Keill nació en Edimburgo el 1 de diciembre de 1671, realizó sus primeros estudios en esa ciudad y continuó estudios superiores en la Universidad de Edimburgo, donde obtuvo su M.A.[1] como pupilo de David Gregory (1661-1708), quien posiblemente fue el primero –con la excepción del propio Newton– en enseñar la nueva física.[2] En 1691 quedó vacante la *Cátedra Saviliana de Astronomía* en Oxford. Con la

---

[1] (David Kubrin,) "John Keill," en *Dictionary of Scientific Biograhphy*, Charles Coulston Gillispie Ed., New York, Charles Scribner's Sons, 1973, Vol. VII, pp. 275-7; *The Dictionary of National Biography*, Sir Leslie Stephen and Sir Sidney Lee Eds., XXII Vols., London, Oxford University Press, 1917-, Vol. X, pp. 1198-9.

[2] Ver: Robert E. Schofield, *Mechanism and Materialism: British Natural Philosophy in an Age of Reason* (Princeton, Princeton University Press, 1970), p. 25. Gracias a Gregory, la Universidad de Edimburgo se contó entre las primeras donde se enseñó el sistema newtoniano en Gran Bretaña. Ver: René Dugas, *La Mécanique au XVIIe Siècle (Des Antécédents Scolastiques a la Pensée Classique)*, Neuchâtel, 1954, p. 556.

recomendación de Newton, unida al apoyo de Flamsteed,[3] Gregory fue electo para sucederlo (el astrónomo Edmund Halley fue el candidato perdedor),[4] y se llevó con él al joven Keill.

David Gregory fue quien inició el estudio de la filosofía experimental en Oxford,[5] y Keill el primero que enseño filosofía natural por medio de experimentos, al modo matemático. En 1694 Keill fue incorporado como M.A. en *Balliol College*, y a partir de ese año impartió el primer curso de física newtoniana dictado en Oxford.[6] Mediante el

---

[3] John Flamsteed, 1646-1719, fundador del Observatorio de Greenwich y primer *Astrónomo Real* de Inglaterra. Newton envió una carta a Flamsteed pidiéndole ejercer sus buenos oficios en favor de Gregory. Carta de Newton a Flamsteed, 10 de agosto de 1691, en Isaac Newton, *The Corresponce of Isaac Newton*, ed. H. W. Turnbull et al., 7 Vols., Cambridge, Cambridge University Press, 1959-1977, Vol. 3 (1688-1694), 1961, p. 164.

[4] En su carta de recomendación a Arthur Charlett, del 27 de julio de 1691, Newton se refirió a Gregory en estos términos: "He is very skilled in Analysis & Geometry both new & Old. He has been conversant in the best writers about Astronomy & understands that science very well … & is respected the greatest Mathematician in Scotland & that deservedly so far as my knowledge reaches. For I take him to be an ornament to his Country & upon these accounts recommendable to the Electors of the Astronomy Professor in Oxford now vacant." Newton a Charlett, 27 July 1691, *Corresponce of Isaac Newton*, Vol. 3, p. 155. Sobre la vida de Gregory, ver: D. T. Whiteside, "David Gregory," en *Dictionary of Scientific Biograhphy*, Vol. V, pp. 520-1; también puede consultarse la introducción de I. Bernard Cohen a la reimpresión de la obra de David Gregory, *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy*. *To which is Annex'd, Dr. Halley's Synopsis of the Astronomy of Comets*, 2 vols., Johnson Reprint Corporation, New York, 1971, Reimpresión de la edición de 1726, Vol. 1, pp. iv-xxii. En esta introducción también se tratan algunos aspectos de la obra de Gregory y sus relaciones con Newton.

[5] Ver G. L'E. Turner, "The Physical Sciences," en *The History of the University of Oxford*, T. H. Aston General Editor, Volume V, *The Eighteenth Century*, L. S. Sutherland y L.G. Mitchell Eds., Oxford, Clarendon Press, 1986, pp. 659-682, p. 670.

[6] La enseñanza del newtonianismo en Oxford se inició particularmente tarde, en claro contraste con otras universidades; por ejemplo, la Universidad de Edimburgo, *alma mater* de Keill. Ver Dugas, *Op. Cit.,* p. 556. David Brewster, apoyándose en la "Oration in Defense of the New Philosophy" de Addison (1693), donde la nueva filosofía es el cartesianismo, sostiene que el mismo tenía plena fuerza en ese momento. (Sir) David Brewster, *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton,* Vol. 1, Johnson Reprint Corporation, New York, 1965, Reimpresión de la edición de Edimburgo de 1855,

empleo de instrumentos –algunos inventados por él mismo– realizó experimentos demostrativos para enseñar en sus cursos las doctrinas de Newton.[7] 1698 es el año en que publicó su primera obra, titulada *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth. Together With Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth*,[8] en la cual objetaba las teorías sobre la tierra y la creación del mundo propuestas por Thomas Burnet[9] y William Whiston.[10] A la vez que reprochaba dichas teorías, atacaba con fuerza a la filosofía natural cartesiana, en la cual se basaban las mismas, en particular la doctrina de los remolinos o vórtices, y también aprovechó para criticar a Richard Bentley.[11] Tanto Burnet como

---

p. 334. John Playfair dice al respecto: "The Universities of St. Andrews and Edinburg were, I believe, the first in Britain where the Newtonian philosophy was made the subject of the academical prelections. For this distinction they are indebted to James [tío de David] and David Gregory, the first in some respects the rival, but both the friends of Newton." Citado por (Sir) David Brewster, *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton,* Vol. 1, Johnson Reprint Corporation, New York, 1965, Reimpresión de la edición de Edimburgo de 1855, p. 334. Los corchetes son nuestros.

[7] Ver: G. L'E. Turner, "The Physical Sciences," p. 671; *Dictionary of National Biography*, p. 1.198.

[8] John Keill, *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth. Together With Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth*, Oxford, Printed at the Theather, 1698.

[9] Thomas Burnet (1635-1715), *Master of the Charterhouse* (1685-1715); estudió en *Northallerton School* y en *Clare Hall*, *Cambridge*; fellow del *Christ's College* desde 1657. En Cambridge, fue influenciado por Ralph Cudworth, a quien siguió a Christ's College, donde llegó a ser *Fellow* en 1657. Allí trabajó con los Platonistas de Cambridge, especialmente Cudworth y Henry More. Ver *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 2, pp. 612-13; *Dictionary of National Biography*; y *The Correspondence of Isaac Newton*, ed. H. W. Turnbull et al., 7 Vols., Cambridge, Cambridge University Press, 1959–1977, Vol. 2, ed. H. W. Turnbull, Cambridge, Cambridge University Press, 1960, p. 319 nota.

[10] William Whiston (1667-1752), matemático y pastor anglicano; asistente de Newton en Cambridge desde 1701, lo sucedió como profesor en 1703. Al igual que Burnet, Whiston trató de armonizar la religión con la ciencia. El contacto con la obra de los primeros cristianos lo condujo al Arrianismo, por lo cual fue privado de su cátedra en 1710. Whiston es recordado hoy en día por haber revivido el Arrianismo en Inglaterra.

[11] Richard Bentley (1662-1742); *Boyle Lecturer* en la Universidad de Oxford en 1692, curador de la Biblioteca Real y *Fellow* de la Real Sociedad en 1694; en 1700 fue seleccionado como *master* del Trinity College, en Cambridge, y en 1717 llegó a ser *Regius Professor* de teología. Bentley fue una de las grandes

Whiston replicaron, a lo cual Keill respondió con cierta dureza.[12] Como consecuencia, su reputación aumentó y en 1699 fue designado delegado de Thomas Millington,[13] quien ocupaba la *cátedra sedleiana de filosofía*

---

figuras en la historia de los estudios clásicos y contribuyó notablemente a la reconstrucción de textos antiguos, así como a la evolución de los estudios filológicos. En sus *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture* intentó conciliar la religión cristiana con la nueva física de Newton, pero, refiriéndose al movimiento de traslación lunar, pasó por alto que Newton había descubierto que la luna efectivamente gira alrededor de su eje, y pensó que ella muestra siempre la misma cara hacia la tierra porque carece de movimiento de rotación. (Richard Bentley, *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture, in the First Year* MDCXCII, *The Sixth Edition, To which are added, Three Sermons: One at the Public Commencement, July 5,* 1696, *when he proceeded Doctor in Divinity; another before the University, Nov. 5,* 1715, *and one before his late Majesty King George I, Feb. 3,* 1711, Cambridge, 1735. Reimpresos en Richard Bentley, *Sermons Preached at Boyle's Lecture; Remarks upon a Discourse of Free-Thinking; Proposals for an Edition of the Greek Testament; etc. etc.*, Alexander Dyce, Editor, London, Francis Macpherson, 1838, *A Confutation of Atheism from the Origin and Frame of the World*, Sermon VIII, p. 183.). Según refiere Alexander Dyce en su edición de 1838 de los *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture*, Monk pensaba que Keill se desvío de su tema sólo para destacar el error en ese pasaje, influido por un deseo de congraciarse con los enemigos de Bentley. (*Life of Bentley*, Vol. i., p. 110, citado por Alexander Dyce, *Sermons Preached at Boyle's Lecture*, p. 183 nota.). Keill dice lo siguiente: "'tis evident to any one who thinks, that the moon shows the same face to us for this very reason, because she does turn round, in the time of her period, about her own center. But it were to be wished that great critics [es decir: Bentley] would confine their labours to their Lexicons." John Keill, *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 70; los corchetes son nuestros. Bentley tuvo que corregir su texto en la edición de 1699, eliminando la frase "not once wheeling upon her own center," que había motivado la observación. Este episodio, que refleja el carácter pugnaz de Keill (el cual habría de manifestarse después en sus disputas con los leibnizianos), motivó la censura de un amigo de Bentley (Wotton, *Defense of the Reflections upon Ancient and Modern Learning*, 1705, p. 6, &c., referido por Alexander Dyce, Op. Cit., p. 183 nota.). Keill todavía se mostró quisquilloso frente a otro pasaje del texto original de Bentley.

[12] *The Dictionary of National Biography*, Vol. X, p. 1198. Keill incorporó a una nueva edición de esta obra (Londres, 1721) una disertación sobre los cuerpos celestes de Maupertuis, quien a la sazón estaba en Inglaterra.

[13] Millington –el cuarto profesor Sedleiano– participó en la investigación sobre el cerebro del grupo formado por Thomas Willis, tercer profesor Sedleiano, Christopher Wren y Lower; fue médico real y Presidente del *Royal College of Physicians*. Mantuvo la Cátedra hasta su muerte en 1704. Keill fue el más

natural. En el desempeño de esta función fue nombrado *Lecturer* en filosofía experimental, y al año siguiente inició una serie de lecciones en la escuela de filosofía natural en *Hart Hall*.[14] Después de una corta ausencia fue elegido miembro de la *Real Sociedad* en 1700, primero como *Clerk* y el año siguiente fue admitido como *Fellow*.[15]

En 1701 Keill publicó en Oxford su *Introductio ad Veram Physicam*, una exposición de la física newtoniana que contenía las lecciones dadas en *Hart Hall*.[16] Este libro fue reimpreso y editado en latín varias veces,[17] a lo cual siguieron ediciones en inglés con el título: *An Introduction to Natural Philosophy*.[18] La versión original de la *Introductio ad Veram Physicam* fue modificada en 1705 con la adición de dos lecciones más y en ediciones posteriores fue incorporado nuevo material, en parte proveniente de –o inspirado por– la edición latina de la

---

notable e importante de sus delegados. Ver: G. L'E. Turner, "The Physical Sciences," pp. 659-682, p. 670.

[14] *The Dictionary of National Biography*, Vol. X, pp. 1198. Ver también: *Oxford Almanack* (1703), copia en Bodl. Gough Oxf. 31, referido en L. S. Sutherland, "The Curriculum," en L. S. Sutherland y L. G. Mitchell Eds., *The History of the University of Oxford*, Volume V, *The Eighteenth Century*, pp. 469-491, p. 473, not. Este título es interesante: "Mr. Keil's Lectures, read when deputy Professor to Mr Millington–in the Natural Philosophy Schoole at Oxford," Hearne, *Collections* i. 42 (4 Sept. 1705), referido por G. L'E.Turner, "The Physical Sciences," p. 671. Sin embargo, Keill no obtuvo la Cátedra Sedleiana de filosofía natural a la muerte de Millington. Los sucesores de Millington, James Fayrer o Farrer (1704-20), Charles Bertie (1720-41), Joseph Browne (1741-67) y Benjamín Wheeler (1767-82) no se distinguieron particularmente como titulares de la Cátedra y no continuaron con la clase de cursos iniciados por Keill. G. L'E Turner, "The Physical Sciences," p. 670.

[15] *The Dictionary of National Biography*, Vol. X, pp. 1199. De acuerdo con David Kubrin, "John Keill," en *Dictionary of Scientific Biograhphy*, p.276, el apoyo de Henry Aldrich, Decano de "Christ Church College," ayudó a que Keill fuera favorecido, particularmente al ser nombrado delegado de Millington, justo después de atacar a Burnett, Whiston y Bentley.

[16] Publicado en Oxford por Thomas Benett. Ver: P. Quarrie, "The Christ Church Collections Books," en L. S. Sutherland y L.G. Mitchell Eds., *The History of the University of Oxford*, Volume V, *The Eighteenth Century*, pp. 493-506, p. 505.

[17] En 1705 y 1715, por un librero de Londres. P. Quarrie, "The Christ Church Collections Books," p. 505. Hasta 1741 se publicaron seis ediciones en latín. Robert E. Schofield, *Mechanism and Materialism*, p. 27.

[18] Que para 1778 llegaban al menos a seis. Robert E. Schofield, *Mechanism and Materialism*, p. 27.

Óptica de Newton.[19] También apareció en una edición conjunta junto con varios trabajos posteriores –un tratado de astronomía, un libro sobre trigonometría, y sendos artículos sobre las leyes de las fuerzas atractivas en la naturaleza y la fuerza centrípeta– bajo el título *Introductiones ad veram Physicam et veram Astronomiam.*[20] Empleado en colegios de Oxford y Cambridge,[21] e influyente no sólo en Gran Bretaña sino

---

[19] Ibíd., p. 26.

[20] John Keill, *Introductiones ad veram Physicam et veram Astronomiam. Quibus accedunt Trigonometria. De viribus centralibus. De legibus attracionis*, Lugduni Batavorum (Leyden), 1725. Al parecer, esta edición fue preparada por Wm. Jb. 'sGravesande (Pierre Brunet, *L'Introduction des Théories de Newton en France au XVIIIe Siècle,* Vol. 1 : Avant 1738, Paris, Librairie Scientifique Albert Blanchard, 1931, p. 80, nota.), y es la que leyó el joven Kant. Hubo reimpresiones posteriores de esta publicación. Nosotros hemos usado la de Mediolani (Milán), Franciscus Agnelli, 1742.

[21] El libro de Keill se mantuvo como texto standard para el estudio de la física en los colegios de Oxford hasta tan tarde como 1790. Schofield, *Mechanism and Materialism*, p. 27. Por ejemplo, una lista de cuestiones sobre ciencia, ética, lógica y teológica, preparada por uno de los directores del *Queen's College* para los estudiantes del tercer año, incluía una serie de libros a leer en relación con estos tópicos. Allí estaba la *Introductio ad Veram Physicam*, junto con el tratado de física de Jaques Rohault, los *Philosophical Principles of Religion* de Cheyne, y los trabajos de Jean Le Clerc, s'Gravesande y Benjamin Worster. Las lecturas sugeridas para estos tópicos en ciencia eran cartesianas y newtonianas. Sobre esto vale la pena leer el trabajo de J. Yolton, "Schoolmen, Logic and Philosophy," en L. S. Sutherland y L.G. Mitchell Eds., *The History of the University of Oxford*, Volume V, *The Eighteenth Century*, pp. 565-591, pp.580-2. Yolton trata de determinar el rol jugado por la lógica y la filosofía en el currículo de Oxford y su artículo deja claro, entre otras cosas, que el libro de Keill fue usado en Oxford. Aunque es más o menos cierto que la parte formal del currículo de Cambridge era mucho más fuerte en matemáticas y ciencia que el de Oxford, las oportunidades de estudiar ciencia en Oxford eran mayores de lo que se ha creído, y muchos estudiantes discutían cuestiones científicas. [Esto fue mostrado en la década de 1970 por R. G. Frank jr., "Science, medicine and the universities of early modern England," *History of Science* 1 pts 3-4 (Sept. – Dec. 1973). Este artículo es referido por Yolton, "Schoolmen, Logic and Philosophy," p. 582 nota 2.]. El libro de Keill aparece ocasionalmente en el programa de lecturas para estos estudiantes, como se puede concluir a partir de un examen de sus listas de lecturas: la *Introductio ad Veram Physicam* fue asignada en 1711 [en ese mismo año hay una entrada de la *Physica* de Rohault (en la edición latina de Samuel Clarke con sus notas críticas, London, 1710), junto con el *Essay* de Locke; también es mencionada la *Metafísica* (*Philosophia vetus et nova*) de Du Hamel (2 volúmenes, Nuremberg 1681)] y en 1765 [esta vez la traducción al inglés: *An Introduction to Natural Philosophy* (London

también en el Continente, e incluso en sitios tan lejanos como el Japón,[22] el libro de Keill fue uno de los textos que más contribuyó a la enseñanza y afianzamiento del newtonianismo en el siglo XVIII.[23]

1720)]. Yolton, "Schoolmen, Logik and Philosophy," pp. 584-5. En 1763 aparece como lectura requerida en las clases de filosofía natural, junto con Euclides (libros I-IV, por cierto en la edición de Keill: una traducción del texto de Commandino). Ver: P. Quarrie, "The Christ Church Collection Books," p. 505. De acuerdo con Yolton, el patrón de lecturas asignadas en los colegios de Oxford hasta el fin del siglo es mas o menos el siguiente: ocasionalmente Locke, Aldrich, una que otra vez Keill. Sorprende que sólo a tres estudiantes en todo el siglo XVIII les asignaran los *Principia* de Newton, y eso en las décadas de 1780 y 1790. Yolton, "Schoolmen, Logik and Philosophy," p. 585. Las dos ediciones de *Advice to a Young Student, with a method of study of the first four years*, de Daniel Waterland, también indican el empleo del manual de Keill. La primera edición (London, 1730) fue elaborada para los estudiantes de Cambridge, pero la segunda (1755) también estaba dirigida a los estudiantes de Oxford. En ambas son citados los textos newtonianos de Keill (junto con los de Rowning, James Gregory, Cheyne y el propio Newton), que fueron usados en varias ocasiones. J. Jones, "The eighteenth century undergratuates'library," *Balliol College Annual Record* (1980); citado por I. G. Philip, "Libraries and the University Press," en L. S. Sutherland y L.G. Mitchell Eds., *The History of the University of Oxford*, Volume V, *The Eighteenth Century*, pp. 725-755, p. 750.

[22] La versión holandesa de la *Introductio ad veram Physicam et veram Astronomiam* fue traducida al japonés por Tadao Shizuki (1760-1806), quien fue el primer newtoniano en el extremo oriente y una de las figuras que más contribuyó a introducir la ciencia occidental en Japón. Como no había vocabulario japonés adecuado a los conceptos de corpúsculo, vacío, gravedad, o fuerza, Tadao tuvo que inventar las palabras correspondientes, algunas de las cuales se volvieron normales en los países que emplean caracteres chinos. Sus principales obras fueron: *Rekisho Shinsho* ("Nuevo tratado sobre los fenómenos caléndricos"), inspirada por su traducción de Keill, y *Kyurikiron* ("Sobre la fuerza atractiva"), el manuscrito más antiguo conservado de dicha traducción. *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. XII, pp. 407, 409.

[23] Sobre esto, ver también: William Whewell, *History of the Inductive Sciences*, Vol. II, Olms, Hildesheim, 1976, reprint of the 3rd Edition, London, 1857, p. 151. Escribiendo en 1857, Whewell reporta que todavía se usaba la *Introduction to Natural Philosophy* de Keill. Ver también: R. E. Schofield, *Mechanism and Materialism*, pp. 25-30; P. Quarrie, "The Christ Church Collections Books" p. 505; and J. Yolton, "Schoolmen, Logic and Philosophy," pp. 582 y 584. En relación con la influencia de nuestro autor en el continente, ver: Pierre Brunet, *L'Introduction des Théories de Newton en France au XVIIIe Siècle,* Vol. 1: Avant 1738, Paris, Librairie Scientifique Albert Blanchard, 1931, pp. 79-80. En sus *Elements de la Philosophie de Newton*, Voltaire lo recomienda a quienes

La reputación que en ese siglo alcanzó Keill como propagador y divulgador de la filosofía de la naturaleza de Newton se debe a la *Introductio ad veram Physicam*. Cuando él escribió esta obra el cartesianismo era la filosofía natural dominante,[24] y de hecho, la *Introductio ad veram Physicam* ayudó a reemplazarlo en Oxford de una manera similar al papel que en Cambridge jugaron las notas de Samuel Clarke al tratado de física de Rohault.[25] Además, la *Introductio ad veram*

---

quieran saber más acerca de la física de Newton: "Ceux qui voudront s'instruire davantage, liront les excellentes Physiques des Gravesandes, des Keils, des Muschenbroeks, des Pembertons, et s'approcheront de Neuton par degrez." Voltaire, François Marie Arouet de, *Elémens de la philsophie de Neuton*, Londres, 1738, p. 12. (Primera edición: *Elements de la Philosophie de Newton, mis à la portée de tout le monde*, Ámsterdam, chez Ledet, 1738). En la introducción nos hemos referido a la influencia del texto de Keill sobre la *Monadologia physica* de Kant, escrita en 1756.

[24] Él mismo reporta que los cartesianos "are by much the greatest number [de filósofos naturales], being scattered almost over the whole Earth." John Keill, *An introduction to natural philosophy: or, philosophical lectures read in the University of Oxford, Anno Dom 1700. To which are added, the demonstrations of Monsieur Huygens's theorems, concerning the centrifugal force and circular motion,* traducida de la ultima edición en Latín, 3ª edición (London: Woodfall, 1733), prefacio, p. viii. Los corchetes son nuestros.

[25] En Francia, la física cartesiana se había instalado solidamente por la acción preponderante del *Traité de physique*, 1671, de Jacques Rohault (que para 1682, Paris, 2 Vol., ya había sido editado cuatro veces, y en 1708, Bruxelles, 2 Vol., iba por su doceava edición); del *Système de Philosophie* de Pierre Silvain Régis, 3 Vols., Paris, 1690; y de los *Entretiens sur la pluralité des mondes*, Paris, 1690, de Fontenelle. Al lado de estas obras también jugó un papel el *Lexicon rationale seu thesaurus philosophicus*, Rótterdam, 1692, de Chauvin, que proporcionaba una exposición en orden alfabético de las tesis cartesianas. Otra obra que contribuyó a la difusión del cartesianismo fue el *Système du Monde*, Paris, 1675, de Gadrois. Sobre esto ver: Pierre Brunet, *L'Introduction des Théories de Newton en France au XVIIIe Siècle,* Vol. 1, p. 1. La primera traducción latina (Théophile Bonet, Geneva –1682– y Londres –1682) del *Traité de Physique* de Rohault fue un texto universitario muy popular, usado en Cambridge y Oxford, así como en universidades del continente. Más de treinta años después de la publicación de los descubrimientos de Newton, el tratado de Rohault continuó teniendo vigencia como texto de instrucción filosófica en Cambridge. La segunda traducción, de la pluma de Samuel Clarke, fue editada cuatro veces entre 1697 y 1718, y traducida al inglés en 1723 por su hermano, John Clarke, con el título: *A System of Natural Philosophy*. Samuel Clarke añadió una cantidad de notas a su edición, constituidas por comentarios y citas de Newton que constituían una refutación en clave newtoniana de la mayor parte del libro

Physicam influyó en publicaciones posteriores. El orden de la exposición del manual de Keill, que comienza por las reglas del método a seguir en filosofía natural y una consideración de las propiedades de los cuerpos, fue adoptado por otros expositores de la filosofía natural newtoniana.[26] Una serie de manuales vinieron después de la *Introductio ad veram Physicam*.[27] En 1717, John Theophilus Desaguliers publicó sus *Physico-Mechanical Lectures: Or, an Account of what is Explain'd and Demonstrated in the Course of Mechanical and Experimental Philosophy*.[28] Wm. Jb. 'sGravesande[29] escribió su *Physices Elementa Mathematica, Experimenta Confirmata, sive Introductio ad Philosophiam Newtonianam*, que traducida por Desaguliers –y compitiendo con otra versión de Keill– apareció en inglés con el título *Mahematical Elements of Natural Philosophy, Confirm'd by Experiments: Or, an Introduction to Sir Isaac Newton's Philosophy*.[30] En Cambridge, William Whiston dio cuarenta lecciones de física newtoniana entre 1703 y 1708, las cuales fueron publicadas en 1716;[31] y en 1728 el editor de la tercera edición de los *Principia*, Henry Pemberton,

---

de Rohault. En ausencia de un manual de física newtoniana, las notas de Clarke aseguraron un espacio para el newtonianismo en el ambiente de Cambridge, que entre 1700 y 1730 todavía era muy cartesiano, de manera que la filosofía natural newtoniana entró a Cambridge bajo la protección de la filosofía cartesiana. El *System of Natural Philosophy* de Rohault, con las notas de Clarke, fue empleado en Gran Bretaña mucho después de que la física newtoniana desalojara al cartesianismo, hasta tan tarde como 1746. Sobre lo que hemos dicho ver: Dugas, *Op. Cit.*, p. 556-7; (Sir) David Brewster, *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton,* Vol. 1, Johnson Reprint Corporation, New York, 1965, Reimpresión de la edición de Edimburgo de 1855, pp. 332-5; *y* la introducción de L. L. Laudan a: Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*, A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke published in 1723, The Sources of Science, No. 50, Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, pp. ix ss.

[26] E. W. Strong, "Newtonian Explications of Natural Philosophy," *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January, 1957, pp. 49-83, p. 53.

[27] Ibíd.

[28] London, 1717.

[29] El holandés Willem Jacob s'Gravesande (1688-1742) fue el primer expositor influyente del newtonianismo en el continente; también fue leído en Gran Bretaña.

[30] London, 1720 y 1721.

[31] William Whiston, *Sir Isaac Newton's Mathematick Philosophy More Easily Demonstrated*, London, 1716.

publicó *A View of Sir Isaac Newton's Philosophy*.[32]

Gregory había fallecido en 1708. Sin embargo, Keill no pudo sucederlo en la Cátedra Saviliana de Astronomía.[33] Decepcionado por ello, en 1709 logró –con la ayuda del *Lord Treasurer* Robert Harley[34]– un puesto gubernamental como Tesorero del fondo suscrito para los refugiados del Palatinado, y en el desempeño de este cargo viajó a Nueva Inglaterra, conduciendo a dichos emigrantes hacia esos parajes.[35] Durante su ausencia, las lecciones de filosofía experimental en *Hart Hall* fueron dictadas por Desaguliers,[36] quien después llegó a adquirir gran fama como científico experimental y generosamente reconoció a Keill como el primero en dar lecciones de filosofía natural.[37] Según parece, cuando regreso a Inglaterra, comenzando 1711, recibió promesas de otro puesto en el gobierno, pero las mismas no llegaron a concretarse sino nueve

---

[32] London, 1728.

[33] Los casos de Keill y Gregory (cuya *Astronomiae Physicae et Geometricae Elementa* fue publicada en 1702 en Oxford) muestran que la física newtoniana fue aceptada rápidamente en Escocia (ya nos hemos referido a esto en una nota anterior).

[34] 1661-1724. Primer *Earl* de Oxford.

[35] *The Dictionary of National Biography*, Vol. X, p. 1198; Dictionary of Scientific Biography, Vol. VII, p. 276.

[36] J. T. Desaguliers (1683-1744) tomó a su cargo dichas lecciones a partir de 1710, y continuó en Londres dando clases al estilo heredado de Keill. Llevó a cabo diversos experimentos ante la Real Sociedad, algunos a sugerencia de Newton.

[37] Keill fue "the first who taught natural philosophy by experiments in a mathematical manner ... instructing his auditors in the laws of motion, the principles of hydrostatics and optics, and some of the chief propositions of Sir Isaac Newton concerning light and colours." J. T. Desaguliers, *Course* ..., i, p. viii. Citado en *Dictionary of National Biography*, Vol. X, p. 1198; también citado por G. L'E. Turner, "The Physical Sciences," en L. S. Sutherland and L.G. Mitchell Eds., *The History of the University of Oxford*, Volume V, *The Eighteenth Century*, p. 672, y David Brewster, quien añade otro pasaje del curso de Desaguiliers: Keill "laid down very simple propositions, which he proved by experiments, and from these he deduced others more compound, which he still confirmed by experiments … He began these courses in Oxford about the year 1704 or 1705, and in that way introduced the love of the Newtonian philosophy." Desaguliers, *Course* ..., i, p. viii. Citado por (Sir) David Brewster, *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton,* 2 Vols., Vol. 1, Johnson Reprint Corporation, New York, 1965, Reimpresión de la edición de Edimburgo de 1855, pp. 341-2.

meses después, en septiembre, cuando le fue ofrecido el puesto de matemático de la República Veneciana.[38] Entonces hubo interés en retenerlo en Inglaterra, y para persuadirlo de no aceptar la oferta veneciana recibió el nombramiento de "Descifrador" (de manuscritos) al servicio de la Reina Ana, cargo en el cual se desempeño entre 1712 y 1716.[39] En 1712 falleció John Caswell (*c.*1655-1712), el sucesor de Gregory, y esta vez Keill sí fue elegido –unánimemente– *Profesor Saviliano de Astronomía* en Oxford, conservando esta importante cátedra hasta su muerte, ocurrida en 1721. Su sucesor fue el astrónomo James Bradley.

Oxford confirió a John Keill el grado de Doctor (D.M.) en 1713.[40] En 1715, nuestro autor publicó una edición de los *Elementos* de Euclides: *Euclidis Elementorum libri priores sex item undecimus & duodecimus* (en ella llamaba al estudio de Euclides en Oxford y Cambridge), y sus *Trigonometriæ Elementa*. la *Introductio ad Veram Astronomiam*, recopilación de sus lecciones savilianas sobre astronomía, apareció en Oxford en 1718. Este libro fue traducido al inglés y publicado en Londres en 1721, bajo el título *An Introduction to the True Astronomy*; y una traducción al francés fue publicada en Paris en 1746.[41] Adicionalmente, Keill escribió varios artículos en revistas científicas, entre los cuales destacaron su muy influyente "Epistola ... In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur" de 1708,[42] la "Epistola ... de Legibus Virium Centripetarum"[43] y un trabajo sobre la

---

[38]*Dictionary of National Biography*, Vol. X, pp. 1199.

[39] Parece ser que su destreza en descifrar manuscritos era sobresaliente, aunque sólo le pagaban la mitad del sueldo de su predecesor y fue reemplazado el 14 de Mayo de 1716 por Edward Willes. Ibíd.

[40] *The Dictionary of National Biography*, Vol. X, pp. 1199. *Dictionary of Scientific Biograhphy*, p.275.

[41] G. L'E. Turner, "The Physical Sciences," p. 679.

[42] "Epistola ad Cl. virum Gulielmum Cockburn, Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 26, 1708-1709, pp. 97-110.

[43] "Jo. Keill ex Aede Christi Oxoniensis, A. M. Epistola ad Clarissimum Virum Edmundum Halleium Geometriae Professorum Savilianum, de Legibus Virium Centripetarum," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 26 (1708-1709), pp. 174-188.

solución newtoniana del problema de Kepler.[44]

Alrededor de Newton se formó un círculo de seguidores, del cual Keill formó parte. El mismo incluyó también a David Gregory, Samuel Clarke, John Wallis, Fatio de Duillier, John Arbuthnot, Roger Cotes, y George Cheyne, entre otras figuras, todos en mayor o menor grado cercanos a Newton. Fue a ellos a quienes Berkeley se refirió despectivamente con las palabras "no wit in any of them, but Newton. The rest are meer triflers, mere Nihilarians."[45] La publicación en 1937 de los *Memoranda* de Gregory, editados por Hiscock, puso de relieve rasgos interesantes de la personalidad, las relaciones mutuas, amistades y animosidades dentro de este peculiar grupo, e incluso la cercanía y confidencialidad –hasta las habladurías– entre algunos de ellos.[46] En cuanto a Newton y Keill, la correspondencia entre ambos que se conserva se inicia en 1711.[47] Hoy sabemos que Keill tuvo acceso a los papeles privados de Newton,[48] debido al rol muy importante que jugó en las confrontaciones entre leibnizianos y newtonianos sobre los fundamentos de la física, y después en la disputa sobre la prioridad en la invención del cálculo.

Su cercanía al autor de los *Principia mathematica* y su disposición a hacerlo, lo convirtieron en el campeón de Newton en la querella acerca del cálculo. Él fue quien llevó a cabo los ataques más frontales y duros

---

[44] "Problematis Kepleriani, de inveniendo vero Motu Planetarum, areas tempori proportionales in Orbibus Ellipticis circa Focorum alterum describentium, Solutio Newtoniana; a D. J. Keill Astr. Prof. Savil. Oxon. & R.S.S. demonstrata & exemplis illustrata," *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 28 (1713), pp. 1-10.

[45] G. A. Johnston (Ed.), *Berkeley's commonplace book. Edited with an Introduction*, *Notes and Index*, London, 1930, p. 43. Citado en A. Thackray, Atoms and Powers. An Essay on Newtonian Matter-Theory and the Develpment of Chemistry, Cambridge, 1970, p. 245.

[46] W. G. Hiscock, Editor, *David Gregory, Isaac Newton and their Circle. Extracts from David Gregory's Memoranda 1677-1708*, Oxford, Oxford University Press, 1937. Ver, p. ej., las entradas correspondientes al 14 de Julio de 1808 p. 18, 21 de Agosto de 1704 p. 19, 26 de agosto de 1704 p. 19, 23 de Noviembre de 1704 p. 21, enero 1707/8, p. 41.

[47] Ver: *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, p. 115.

[48] Frank E. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton*, Cambridge, Massachussets, the Belknap Press of Harvard University Press, 1964, p. 275.

contra Leibniz. En la "Epistola ... de Legibus Virium Centripetarum" publicada en las *Philosophical Transactions* de 1708, Keill revivió públicamente un cargo de plagiarismo contra Leibniz.[49] Más adelante, en el curso del conflicto, aconsejó a Newton no pasar por alto ciertas imputaciones leibnizianas, buscando que este prosiguiera la confrontación, y preparó el manifiesto que exponía *in extenso* la acusación de Newton.[50] En la disputa sobre la prioridad en la invención del cálculo, prácticamente todos los eruditos y filósofos naturales británicos estuvieron del lado de Newton: Clarke, McLaurin, Cotes, Jones, Raphson, Freind, Keill, etc.[51] La investigación historiográfica ha conducido a la conclusión de que detrás de ellos estaba, sin dejarse ver, Newton, y que en el caso de Keill, las más de las veces sus palabras deben tomarse como expresión del pensamiento de Newton.[52] Keill también cruzó sables con otros leibnizianos. Cabe mencionar a Christian Wolff y Johann Bernoulli. Los juicios sobre su carácter varían. Brewster

---

[49] Volume 26 (1708-1709), pp. 174-188, p. 185.

[50] Ver, por ejemplo, su carta a Newton del 3 de abril de 1711, *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, p. 115. En su reunión del 5 de abril, la Real Sociedad le comisionó un recuento de la disputa, (el cual le volvieron a solicitar en la siguiente reunión), para defender los derechos de su Presidente (Newton). Ver: *Journal Book of the Royal Society*, xi, pp. 210-1, 213, citado en la introducción al volumen 5 de la *Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, p. xxiii-xxiv. El 24 de mayo, Keill había cumplido con esta solicitud (no sin antes haberse dirigido privadamente a Newton). El resultado fue una carta dirigida a Sloane (*Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, pp. 133 ss). En la reunión de la Real Sociedad del 24 de mayo se ordenó que una copia de esta carta fuese enviada a Leibniz. Ver: *Journal Book of the Royal Society*, xi, p. 224, citado en *Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, p. xxiii; cfr. la carta de Sloane a Leibniz de mayo de 1711, que acompañó a la copia de la de Keill, Ibíd., p. 132. Leibniz protestó las acusaciones de Keill, y pidió que se retractara. Hubo una investigación, ordenada por la Real Sociedad, que concluyó tanto a favor de la prioridad de Newton como inventor, como de que, al afirmarla, Keill no había injuriado de ninguna manera a Leibniz. *Journal Book of the Royal Society*, xi, pp. 287-9, 289, citado en *Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 5, p. xxvi-xxvii.

[51] Sobre la disputa en torno a quien tuvo la prioridad en la invención del cálculo ver la introducción al volumen 5 de *The Correspondence of Isaac Newton*, pp. xxi-xxvii y A. Rupert Hall, *Philosophers at War. The Quarrel Between Newton and Leibniz* (Cambridge 1980), pp. 145, 170-7, 203-13.

[52] De acuerdo con Frank E. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton*, pp. 335 ss, desde el principio de la controversia, Keill se puso completamente a la disposición de Newton, siguiendo sus órdenes lo mejor que pudo.

tiene elevada opinión de él y considera que actuó de manera abierta, viril y noble en la defensa de Newton,[53] mientras que –como cabía esperar– Leibniz no pensó bien del carácter de Keill.[54] En los juicios de uno y otro bando debe haber influido el calor de las disputas y el orgullo nacional. De cualquier manera, la investigación histórica ha revelado que en esa confrontación hubo acciones poco nobles provenientes de ambos bandos.

§ 2. La crítica al cartesianismo y al materialismo mecanicista de *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*

An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth Together With Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth es un ataque al tratado cosmogónico de Thomas Burnet, que probablemente fue escrito por Keill antes de conocer en persona a Newton. Esta obra contiene también una crítica al libro de Whiston.

Burnet publicó varios trabajos de teología y cosmología, entre los cuales se encuentra la *Telluris Theoria Sacra*, impresa en 1681 en latín,[55] y traducida al inglés en 1684 –a petición del Rey de Inglaterra– con el

---

[53] "Dr. Keill, Newton´s principal champion, and who so noble fought his battles, has been ungenerously treated by some historians of science. With his private letters to Newton before us, we have formed a high opinion both of his talents and character. Everything he did was open and manly, and he did nothing without the instruction and approbation of Newton and his friends." Brewster, *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton*, Vol. 2, p. 81, nota 4.

[54] Leibniz decidió ignorar públicamente a Keill, pero en su correspondencia hay referencias a él. Al final de una carta enviada por Wolff, Leibniz escribió lo siguiente: "Nescio an mihi conveniat respondere Keilio, qui scribit ruditer et inciviliter. Cum talibus conflictari meum non est." Ver Carta de Wolff a Leibniz, 17 de julio de 1715, en C. I. Gerhardt, *Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff. Aus den Handschriften der Koeniglichen Bibliothek zu Hannover*, Hildesheim, Georg Olms Verlag, 1971, 2a reproducción de la edición de Halle de 1860, p. 174. La rudeza de Keill fue reconocida en el mundo británico en el siglo XX. Así, p. ej., el historiador Manuel, reporta: "Keill was a war-horse whose ardor was so intense that Newton sometimes had to pull in the reins." Frank E. Manuel, *A Portrait of Isaac Newton*, p. 273.

[55] London, 1681, 1689, 1702; Amsterdam, 1694, 1699. Ver *Dictionary of Scientific Biography,* Vol. 2, p. 613.

título *The Sacred Theory of the Earth, containing an account of the original of the Earth, and of all the general changes which it had undergone or is to undergo, till the consummation of all things*.[56] En este escrito, Burnet intentó combinar el idealismo de los Platonistas de Cambridge, las escrituras, y una explicación de las características de la superficie terrestre, con el objeto de dar cuenta de los estados pasado y presente de la tierra, y ofrecer una profecía acerca de su futuro. Él creía que había cuatro grandes eventos en la historia de la tierra, dos ya acontecidos, dos por venir: su origen a partir de un caos, el diluvio universal, la conflagración universal, y la consumación de todas las cosas. Así pues, Burnet intenta dar cuenta por medio de las leyes de la naturaleza de cómo la tierra actual, con su forma y características, surgió a partir de un caos original, y cómo su evolución llevará a la consumación final de las cosas. Para ello se apoya en la física cartesiana.[57] Su explicación de la evolución de la superficie terrestre, por ejemplo, se basa en la teoría de los torbellinos: Por la presión del vórtice lunar habrían surgido irregularidades y montañas sobre dicha superficie. Al parecer, la reacción inmediata a la publicación del libro fue favorable, pero con el tiempo se suscitó una controversia y vinieron las críticas: de Christianus Wagner, Herbert Crofts, Obispo de Hereford, y Erasmus Warren. Burnet ignoró estos reproches y como respuesta expandió su teoría, pero la controversia creció, obligándolo a pasar sus últimos años de vida en defensa de esta teoría. La mayor parte de los ataques se basaban en la religión. Lo acusaron de interpretar las escrituras de manera excesivamente liberal o alegórica, y de eliminar la necesidad de la intervención de Dios en el universo.[58] En cambio, Keill atacó la fundamentación cartesiana de la teoría de Burnet, sobre la base de la mecánica newtoniana.

---

[56] London, 1684, 1690-1691, 1697. Ibíd. La primera reseña de esta obra apareció en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 17, 1693, pp. 888-92.

[57] En la introducción vimos como Descartes había ofrecido una explicación de la génesis del mundo actual a partir de un caos originario y de las leyes de la naturaleza. *Le Monde*, en *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery (Eds.), 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. XI, pp. 31, 36; *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4ª edición, París, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, V, pp. 43, 44.

[58] *Dictionary of Scientific Biography*, Vol. 2, pp. 612-13.

Newton simpatizó desde un comienzo con los intentos de elaborar argumentos cosmológicos que incorporaban la nueva física, inicialmente la cartesiana. Después de la publicación de los *Principia mathematica*, en 1687, siguió mostrando interés en los tratados cosmológicos que ahora se fundaban en su propia teoría, como el de Richard Bentley, el primero basado en el sistema newtoniano.[59] En 1680, antes de publicar la primera edición latina de su libro, Burnet consultó epistolarmente con él, y Newton le respondió haciendo observaciones en dos cartas.[60] Se puede afirmar que de manera general congenió con el intento de Burnet, e incluso estuvo de acuerdo con él en ciertos puntos; o en todo caso no hizo la crítica destructiva de Keill.[61] No obstante, algunos desacuerdos son más interesantes, veamos uno: Burnet piensa que la descripción de la creación proveniente de Moisés es, o bien filosófica, o bien fingida, mientras que Newton la considera verdadera, solo que "he [Moisés] described realities in a language artificially adapted to ye sense of ye vulgar." Esto revela que Newton no está dispuesto a negar validez a las escrituras. Su punto de vista acerca del papel de las causas naturales está relacionado con ello. Estas son instrumentos de Dios, pero no todo en la naturaleza puede ser explicado por causas naturales –por ejemplo: no hay suficiente causa natural de la rotación terrestre– y las mismas no bastan para la creación, por lo cual hay que admitir la intervención de Dios en el

---

[59] *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture, in the First Year* MDCXCII, *The Sixth Edition, To which are added, Three Sermons: One at the Public Commencement, July 5,* 1696, *when he proceeded Doctor in Divinity; another before the University, Nov. 5,* 1715, *and one before his late Majesty King George I, Feb. 3,* 1711, Cambridge, 1735. Reimpresos en Richard Bentley, *Sermons Preached at Boyle's Lecture; Remarks upon a Discourse of Free-Thinking; Proposals for an Edition of the Greek Testament; etc. etc.*, Alexander Dyce, Editor, London, Francis Macpherson, 1838. Por cierto, Newton también intercambió correspondencia con Bentley.

[60] Ver *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 2: Carta de Newton a Burnet, 24 de diciembre de 1680, p. 319; carta de Burnet a Newton, 13 de enero 1680/1, pp. 321; y carta de Newton a Burnett, enero de 1680/1, pp. 329 ss.

[61] Por ejemplo: Burnet hipotetiza que un caos uniforme coaguló irregularmente y formó las montañas y cordilleras, y se pregunta cómo esto pudo ocurrir. Carta de Burnet a Newton, 13 de enero 1680/1, *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 2, pp. 321. Aunque Newton le hace varias observaciones, añade: "All this I write not to oppose you, for I think the main part of your Hypothesis as probable as what I have here written, if not in some respects more probable." Carta de Newton a Burnet, enero de 1680/1, Op. Cit., p. 331.

mundo (como se dice en las escrituras) por medio de causas no naturales, es decir: no-eficientes.[62]

Los siglos XVII y XVIII fueron testigos del surgimiento en Inglaterra de una pluralidad de tratados cosmológicos, de los cuales se cuentan entre los más conspicuos aquellos escritos por Burnet, Richard Bentley, William Whiston y –algo más tarde– Samuel Clarke. En *A New Theory of the Earth* (1696), Whiston sostuvo, de manera parecida a Burnet, que las historias bíblicas de la creación, el diluvio y la conflagración final podían ser explicadas científicamente como recuentos de eventos cuyas bases son históricas. El libro de Keill es muy crítico, no sólo de las teorías de Burnet y Whiston, sino de las ilusiones del *world-making*, que causadas –según él– por la filosofía natural cartesiana, aparecen en el tratado de Burnet y en otras obras. Frente al cartesianismo, Keill favorece a la filosofía newtoniana, más modesta –dice– pero también más exacta. Al igual que Bentley,[63] Keill piensa que el

---

[62] "But yet I must profess I know no sufficient naturall cause of the earth diurnal motion. Where natural causes are at hand God uses them as instruments in his works, but I doe not think them alone sufficient for ye creation & therefore may be allowed to suppose that amongst other things God gave the earth it's motion by such degrees & at such times as was most suitable to ye creatures." Carta de Newton a Burnet, enero de 1680/1, *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 2, p. 334.

[63] *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture*. Para combatir el ateismo, Bentley critica las doctrinas que han servido de sustento a las posiciones ateístas, entre ellas doctrinas mecanicistas provenientes de Descartes. Por ejemplo, Bentley objeta a los que piensan que la materia y base común de todos los mundos (este y otros mundos en sucesión) es auto-existente y eterna, y que, dividida naturalmente en innumerables partículas, o en átomos, eternamente dotados de un poder de movimiento ingénito e inseparable, por sus múltiples combinaciones y coaliciones produce sucesivamente un número infinito de mundos. *Eight Sermons ...,* Sermón VI, p. 131. Lo anterior se opone al atomismo, pero no sólo a este, pues aquí también hay una crítica implícita a algunas doctrinas cartesianas adoptadas por quienes piensan así. Aunque Descartes no es atomista, ni cree que el mundo ha existido desde la eternidad, sí piensa que la materia está dividida en partes indefinidas e innumerables, dotadas de un poder de movimiento, *Principes de la Philosophie*, *Œuvres de Descartes*, Charles Adam & Paul Tannery Eds., Vol. IX-2, II, 20 (p. 74), 34 (p. 82), y –como hemos visto en la introducción– en *Le Monde* y el *Discours de la Méthode* trata de mostrar como de un caos de partículas pudo surgir un mundo como el nuestro, únicamente sobre la base de las leyes de la naturaleza y la cantidad de

cartesianismo, con su pensamiento mecanicista, conduce al ateísmo, y por eso critica el intento de explicar el origen y cambios en el mundo a partir de principios mecánicos que se encuentra en el libro de Burnet. Su tesis sostiene que la filosofía natural newtoniana y la doctrina de la atracción universal proporcionan un argumento contra el cartesianismo, el mecanicismo y el ateismo, y, además, prueban la verdadera religión y la existencia de Dios, en lo cual también coincide con Bentley.[64]

La introducción de *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth* denuncia y enfrenta los absurdos de los filósofos, antiguos y modernos, que pretenden explicar las obras de la naturaleza ignorando la geometría y sin tomar en cuenta a la experiencia.[65] Siempre a favor de la ciencia, para él la física newtoniana, Keill expresamente rechaza las especulaciones filosóficas, tendencia que se mantiene en su obra posterior.[66] El principal ataque va dirigido contra Descartes, "the great

---

movimiento original impuesta por Dios. Más adelante Bentley critica la ecuación cartesiana del cuerpo con la extensión, y sostiene la existencia del vacío entre las partículas de materia, y en magnitud mucho mayor –en el universo– que la cantidad de materia. *Eight Sermons ...,* VI, pp. 142-3. También critica la doctrina de la conservación de la cantidad de movimiento en el mundo, que parece favorecer la opinión de su duración infinita, junto con la doctrina del *plenum* cartesiana, relacionada con ella. Ibíd., p. 144. Cfr. Descartes, *Principes de la Philosophie*, II, 16 ss. (p. 71 ss.), 36 (p. 83).

[64] Cfr.: *Eight Sermons Preach'd at the Honourable Robert Boyle's Lecture*, Sermón VII, pp. 149 ss. Este pensamiento era común en la época. Varios de los tratados cosmológicos contenían pruebas de la existencia de Dios a partir de la física de Newton y defendían la religión, intentando mostrar que la ciencia newtoniana concordaba con ella. Además de los libros de Bentley y Keill, vale destacar *A Demostration of the Being and Atributes of God*, London, 1705; y *A Discourse concerning the Unchangeable Obligations of Natural Religion*, London, 1706, del reverendo Samuel Clarke, que contienen argumentos cosmológicos a partir de la física de los *Principia Matematica*.

[65] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth. Together With Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth*, Oxford, Printed at the Theather, 1698, pp. a 3, 11 ss, 15 ss.

[66] Así, por ejemplo, compara a los filósofos con los poetas y escritores románticos, y su actitud hacia todos ellos es burlonamente hostil, en tanto los considera divorciados de la razón y el sentido común: "What *Plutarch* particularly proves of the *Stoicks*, that they spoke more improbabilities than the Poets, may be extended to a great part of Philosophers, who have maintained opinions more absurd than can be found in any of the most Fabulous Poets, or Romantick Writers." Esto ha ocurrido desde la antigüedad hasta la modernidad

Master and deliverer of the Philosophers from the tyranny of *Aristotle*," pero también el primero al que hay que culpar por las opiniones absurdas de la mayor parte de ellos.[67] A decir de Keill, Descartes estimuló un orgullo presuntuoso en los filósofos, a tal punto que creen entender completamente la naturaleza y haber dado cuenta de ella, cuando ni él ni sus seguidores han presentado la explicación correcta de una sola cosa.[68] Sin duda, este es un punto de vista extremo, que solo ve los errores y no considera los aportes de Descartes a la constitución de una explicación mecánica de la naturaleza y por lo tanto de la física clásica.[69] En todo caso, el hecho es que Keill insiste en la necesidad de refutar las pretensiones de los cartesianos,[70] y aunque reconoce a la física cartesiana

---

(aquí entran tanto Spinoza, como More, Hobbes, Malebranche y otros autores menores). "The one as well as the other fancied that their character did oblige them to say things, which were not common or obvious to vulgar capacities, and therefore scorning the Instructions of sense and reason, they only cultivated their own wild imaginations, which seldom produce any thing but what is extravagant and unaccountable." *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, pp. 1-2. Keill es uno más de los precursores modernos de la actitud hostil de muchos científicos hacia la filosofía (que se ha acentuado en la cultura contemporánea), si bien algo más refinado, pues al menos conocía a los clásicos.

[67] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, pp. 11-12.

[68] Ibíd., pp. 11-12, 13-14. Keill critica los principios del movimiento de Descartes: el de la conservación de la cantidad de movimiento y sus reglas de la colisión [Ibíd., pp. 12-13, 14. Cfr. *Principes de la Philosophie*, II, 36 (p. 83), 45-53 (pp. 89-94).] "So ridiculous are the things he has delivered in his principles of Philosophy, that it is a wonder how they should be believed by any, but it is still a great wonder how the came to be so much applauded and received among the Learned, as they were." *An Examination of ...*, p. 12.

[69] En la introducción nos referimos a la importancia del cartesianismo en la historia de la física. Aquí bastará mencionar que Descartes fue el primero en formular la ley de inercia de manera exacta (*Principes de la Philosophie*, II, 37, 39, pp. 84, 85). En cambio, Galileo concibió el movimiento uniforme, es decir inercial, como circular. Esta concepción le permitió unificar la explicación de los movimientos terrestres y celestiales (ya que, en relación con los movimientos sobre la superficie de la tierra, el círculo terrestre se asemeja a un plano interminable con muy buena aproximación en los experimentos), a pesar de ser falsa. Sobre esto se puede consultar A. Rupert Hall, *From Galileo to Newton*, pp. 50 ss. Keill también desconoce los trabajos de Descartes en óptica, que culminaron con el descubrimiento de la ley fundamental de la reflexión: el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión. Además, su tratamiento de la luz preparó el camino hacia la teoría ondulatoria de la misma.

[70] *An Examination of Dr. Burnet's theory of Earth*, p. 19.

haber substituido las explicaciones aristotélicas y escolásticas en términos de entelequias y formas substanciales por principios como la materia y el movimiento, sin apoyarse en la atracción y cualidades ocultas, la descalifica bajo el cargo de que sus explicaciones tienen menos sentido que las de Aristóteles o los escolásticos.[71] Otra crítica importante señala que el cartesianismo no emplea a la geometría en la filosofía de la naturaleza. Más aun: la gran falta de Descartes es que está lejos de juntar a la física con la geometría, y como consecuencia de esta negligencia, su sistema falla continuamente.[72]

Descartes es acusado por Keill de ser el primer "hacedor de mundos" producido por el siglo XVII, ya que supone que Dios creó sólo cierta cantidad de materia y movimiento, y a partir de esto intenta explicar como el mundo y todo allí puede haber sido producido, de acuerdo con necesarias leyes del mecanismo, sin ninguna concurrencia extraordinaria de Dios,[73] pero –añade– el mundo cartesiano no es sino "a wild chimera of his own imagination."[74] Y aquí llegamos a otra razón importante para rechazar el cartesianismo. La acusación es que Descartes y sus seguidores han dado justificación a la incredulidad de los ateístas,[75] pues como propone una explicación completamente mecánica de la naturaleza, el cartesianismo puede conducir al ateismo. No le falta razón en cuanto a la inspiración cartesiana de los constructores de mundos. En

---

[71] Aunque Descartes tiene mérito por liberar a los filósofos de la "tiranía" de Aristóteles, "what they said [los cartesianos] was much more absurd than *Aristotle's εντελέχεια*, or the Schoolmens substantial formes, which must give way to Mons. *Des Cartes*'s ingenious hypothesis, who, as his followers pretended, could solve all the phaenomena in nature, by his principles of matter, and motion, without the help of attraction and occult qualities." Ibíd. pp. 13-14.

[72] Ibíd., pp. 15, 16. El mérito de haber incorporado la geometría a la filosofía natural corresponde a Galileo y Kepler, quienes –según el decir de Keill– de esa manera descubrieron verdades físicas más valiosas que todos los volúmenes de la filosofía cartesiana.

[73] *Le Monde*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. XI, pp. 31 ss., 36 ss. *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4ª edición, París, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, V, pp. 43, 44.

[74] *An Examination of Dr. Burnet's theory of Earth*, pp. 14, 17.

[75] "Which notion [deducir el mundo de principios puramente mecánicos] has been so stifly maintained by his admirers, that by it they have given the ignorant Atheists ... some plausible pretences for their incredulity without any real ground." Ibíd., p. 19.

efecto, en su autobiográfico *Discurso del Método* de 1637, Descartes refiere como en sus investigaciones decidió ocuparse de lo que ocurriría en un nuevo mundo, suponiendo que Dios creara suficiente materia para componerlo y la agitara –confiriéndole movimiento– de manera tal que dicha materia constituyera un confuso caos; y que después no hiciera sino prestar su concurso ordinario, dejando a la naturaleza actuar según las mismas leyes que Él ha establecido en este mundo. Al explicar así las cosas, Descartes intencionalmente dejaba las disputas sobre la formación de este mundo a las discusiones de la escolástica,[76] para poder exponer libremente una explicación mecánica de la génesis del mundo actual, sin pretender que ese fuera el verdadero origen del mundo existente.[77] Siguiendo las consecuencias de la actuación de las leyes naturales sobre la materia de tal mundo hipotético, Descartes perseguía mostrar que la materia del caos originario debía terminar por quedar dispuesta de manera semejante a la que vemos en los cielos de este mundo. Una parte debía componer la tierra y otras, respectivamente, los demás cuerpos celestes: el sol, los planetas, los cometas y las estrellas.[78] También se ocupaba de la formación de la tierra misma.[79] Sin embargo, más adelante

---

[76] Donde para él no hay sino error. *Règles pour la direction de l'esprit*, traducción y notas de J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996, II.

[77] "Même, pour … pouvoir dire plus librement ce que j'en jugeais, sans être obligé de suiver ni de réfuter les opinions qui sont reçues entre les doctes, je me résolus de laisser tout ce monde ici à leurs disputes, et de parler seulement de ce qui arriverait dans un nouveau, si Dieu créait maintenant quelque part, dans les espaces imaginaires, assez de matière pour le composer, et qu'il agitât diversement et sans ordre les diverses parties de cette matière, en sorte qu'il en composât un chaos aussi confus que les poètes en puissent feindre, et que, para après, il ne fît autre chose que prêter son concours ordinaire à la nature, et la laisser agir suivant les lois qu'il a établies." René Descartes, *Discours de la Méthode*, p. 42.

[78] "Après cela, je montrai comment la plus grande part de la matière de ce chaos devait, en suite de ces lois, se disposer et s'arranger d'une certaine façon qui la rendait semblable à nos cieux ; comment, cependant, quelques-unes de ses parties devaient composer une terre, et quelques-unes des planètes et des comètes, et quelques autres un soleil et des étoiles fixes." Ibíd., p. 43.

[79] "De là je vins à parler particulièrement de la terre : comment, encore que j'eusse expressément supposé que Dieu n'avait mis aucune pesanteur en la matière dont elle était composée, toutes ses parties ne laissaient pas de tendre ecactement vers son centre … comment les montagnes, les mers, les fontaines et les rivières pouvaient naturellement s'y former, et les métaux y vernir dans les

aclara que no quería inferir que el mundo realmente haya sido creado de esa manera, pues es más verosímil que Dios lo haya dispuesto desde un comienzo como es ahora.[80]

No es este el lugar para especular largamente sobre las razones de estas ambigüedades. Más interesante es poner de relieve que Descartes suscribe el principio según el cual la acción divina por la cual el mundo es conservado es la misma por la cual ha sido creado. De la identidad entre la acción creadora y la conservadora resulta que si, tras establecer las leyes de la naturaleza, Dios prestara su colaboración para que la misma actúe de acuerdo con dichas leyes, aun cuando al comienzo no hubiera dado al mundo otra forma que la de un caos, ello habría sido suficiente para que todas las cosas materiales (obviamente con exclusión de las almas) adquirieran con el tiempo la forma que les vemos actualmente; y todo esto sin tergiversar el milagro de la creación.[81] Es fácil darse cuenta de que este ejercicio tiene como objetivo confirmar a la filosofía mecánica como la explicación correcta del mundo material. Afirmar que ella puede dar cuenta de la génesis y evolución del mundo hasta su estado actual, sirve a ese propósito. Pero al decir esto, Descartes se pone en una posición difícil, pues su explicación de la evolución del mundo puede entrar en conflicto con las escrituras, y para evitarlo la presenta por medio de un artificio que sustituye la explicación del mundo

---

mines, et les plantes y croître dans les campagnes, et généralement tous les corps qu'on nomme mêlés ou composés s'y engendrer." Ibíd., p. 44.

[80] "Toutefois, je ne voulais pas inférer de toutes ces choses, que ce monde ait été créé en la façon que je proposais ; car il est bien plus vraisemblable que, dès le commencement, Dieu l'a rendu tel qu'il devait être." Ibíd., p. 45.

[81] "Mais il est certain, et c'est une opinion communément reçue entre les théologiens, que l'action, par laquelle maintenant il le conserve, est toute la même que celle par laquelle il l'a créé ; de façon qu'encore qu'il ne lui aurait point donné, au commencement, d'autre forme que celle du chaos, pourvu qu'ayant établi les lois de la nature, il lui prêtât son concours, pour agir ainsi qu'elle a de coutume, on peut croire, sans faire tort au miracle de la création, que par cela seul toutes les choses qui sont purement matérielles auraient pu, avec le temps, s'y rendre telles que nous les voyons à present. Et leur nature est bien plus aisée à concevoir, lorsqu'on les voit naître peu à peu en cette sorte, que lorsqu'on ne les considère que toutes faites." Ibíd., p. 45.

real por la de un mundo imaginario.[82] La exposición del *Discurso* es un resumen de la que aparece en *Le Monde* publicado póstumamente en 1664, pero que había sido comenzado por Descartes hacia octubre de 1629.[83] En esta obra Descartes exponía la formación del mundo por medio de una alegoría, o fábula, que, sin pretender ser históricamente cierta, volvía comprensible la naturaleza del mundo real, sin tener que pronunciarse sobre su origen.[84] En los *Principios de Filosofía* de 1644, Descartes, hombre de fe, deja en claro que no duda que el mundo haya sido creado desde un comienzo tal cual es ahora, y como la religión cristiana quiere que se crea, de modo que el relato genético de *Le Monde* y el *Discurso* es falso.[85] Sin embargo, esa explicación era lógicamente

---

[82] Sobre esto, ver el comentario de Étienne Gilson en René Descartes, *Discours de la Méthode*, pp. 379 ss: En relación con el orden de sucesión en la creación de los entes, de acuerdo con el análisis histórico de Gilson, Descartes trata desde un comienzo de aproximar su exposición al relato del *Génesis*. Él siempre creyó que dicha exposición de la creación era la única conforme a la razón y la verdad. Al comienzo (1619-1637), pensó que era imposible hacerla concordar con el detalle del *Génesis* sin interpretar el texto bíblico alegóricamente. Después, hacia 1641, tuvo esperanzas de acordar con el texto sagrado, y a partir de 1644, renuncio a ello definitivamente. Ibíd., p. 383.

[83] *Le Monde* de René Descartes, en *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery (Eds.), 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. XI. Ver la carta de Descartes a Mersenne del 13 de noviembre de 1629, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. I, p. 70.

[84] *Le Monde*, pp. 31 ss., 36 ss.

[85] Ver el principio no. 45 de la tercera parte, titulado "*Que mesme j'en supposeray icy quelque vnes que je croy fausses*": "Et tant s'en faut *que je veuille qu'on croye toutes les choses que j'écriray*, *que même je prétends en proposer ici quelques-unes que je crois absolument estre fausses*. *A sçauoir*, je ne doute point que le monde n'ait esté creé au commencement auec autant de perfection qu'il en a, en sorte que le Soleil, la Terre, la Lune, les Estoiles ont esté dès lors, & que la terre n'a pas eu seulement en soy les semences des plantes, mais *que* les plantes mêmes *en ont couuert vne partie*, & qu'Adam et Eue n'ont pas esté crées enfants, mais en age d'hommes parfaits. La Religion Chrestienne veut que nous le croyons ainsi, & la raison naturelle nous persuade absolument cette verité, pource que, considerant la toute-puissance de Dieu, nous devons juger que tout ce qu'il a fait, a eû *dés le commencement* toute la perfection qu'il devait auoir …" Los *Principia philosophiae* fueron publicados en Ámsterdam en 1644; la traducción francesa de esta obra apareció en París en 1647 con el título *Les Principes de la Philosophie*. Nosotros hemos citado de la cuarta edición (1681) de la traducción francesa: *Principes de la Philosophie*, en *Œuvres de Descartes*, Vol. IX-2, III, 45, pp. 123-124. No necesariamente hay

posible, y desde el punto de vista real, más aclaradora de los fenómenos que la bíblica, por lo cual sólo era cuestión de tiempo para que surgieran intentos de explicar realmente – ya no "ficticiamente"– el origen e historia del mundo a partir de las solas leyes naturales del mecanismo.

Siguiendo a Descartes, filósofos como Burnet intentaron dar cuenta del mundo teniendo en cuenta principios mecánicos. Keill llama a esto: "construir –o hacer– un mundo." Para enfrentar el peligro de ateismo implícito en esos intentos, él quiere mostrar que, a diferencia del cartesianismo y las filosofías por este inspiradas, la verdadera filosofía natural, que no es otra que la filosofía newtoniana, no contradice a las escrituras.[86] Su tesis es que los filósofos que afirman que el mundo fue hecho por las leyes del mecanismo, sin la concurrencia extraordinaria del poder Divino, hacen un flaco favor a la religión, y aún más daño producen aquellos –como Burnet– que además sostienen que los grandes cambios de la historia del mundo, verbigracia: el diluvio universal, no son el efecto de milagros, según enseñan las escrituras, sino las consecuencias necesarias de causas naturales.[87] Tales filósofos ("contrivers of Deluges" los llama) han proporcionado al ateísta un argumento difícil de rechazar si se aceptan sus supuestos.[88] Ese argumento es el siguiente: si los hechos narrados por las escrituras como milagros pueden explicarse a partir de las leyes de la naturaleza, sin la intervención divina, es posible –más aun: es probable– que sólo haya mecanismo en el mundo, únicamente causas eficientes y no causas finales. Por este sendero se llega al punto de vista del materialismo mecanicista, que fue rechazado por los autores newtonianos. El mismo ya había sido criticado por Newton (p. ej.: en la correspondencia con

---

que concluir que Descartes evita escribir lo que cree por temor. También es posible, como lo piensa Gilson (*Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, pp. 391-2), que él haya logrado conciliar sus convicciones racionales con la certitud de su fe. Un Dios infinito puede crear el mundo como quisiera, sea como lo finge Descartes, o según el relato bíblico; pero la razón no puede decidir a priori sobre esta cuestión que concierne a la decisión divina, por lo que solamente las escrituras –contentivas de la palabra divina– pueden revelar lo que Él ha hecho.

[86] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, Dedicatoria, p. a 2.

[87] Ibíd., p. 19.

[88] Ibíd., pp. 19-20

Burnet), por él y Bentley en su intercambio epistolar; e incluso antes que ellos, Boyle se había pronunciado en contra de una explicación solamente mecánica de la naturaleza.[89] Newton y sus seguidores se inclinan a pensar que se requiere de un agente inteligente, Dios, para imprimir los movimientos y producir los fenómenos, por lo cual en la naturaleza no sólo operan causas eficientes, sino también causas finales.

La respuesta de Keill a los argumentos de los teóricos de la formación de la tierra a partir de meras causas naturales consiste en tratar de probar que tanto el diluvio universal como otros cambios terrestres no se pueden explicar únicamente a partir de causas mecánicas; finalidad e inteligencia son necesarias, pues por sí sola, la materia no podría haber constituido un mundo que ha sido construido con sabiduría, de acuerdo a un plan, y para variados usos:[90]

> It may be clearly demonstrated that the Fabrik of the earth can never be deduc'd from Chaos, by the sole help of Mechanical principles and Natural causes. [Mas bien,] the frame of the World was the result of wisdom and counsel, and not of the necessary and essential Laws of motion and gravitation, which could never have either made or supported the world. I have always wonder'd at the wild an(d) extravagant fancy of the Philosophers, who thought that brute and stupid matter would by it self, without some supreme and intelligent director, fall into a regular and beautiful structure, whose parts should be extremely well adapted to

---

[89] Ver: Robert Boyle, *A Disquisition About Final Causes of Natural Things: Wherein it is inquir'd, Whether, And (if at all) with what Cautions, a Naturalist should admit of Them*, London, 1688; Isaac Newton: *Four Letters from Sir Isaac Newton to Doctor Bentley: Containing some Arguments in Proof of a Deity*, en Richard Bentley, *Sermons Preached at Boyle's Lecture; Remarks upon a Discourse of Free-Thinking; Proposals for an Edition of the Greek Testament; etc. etc.*, Alexander Dyce, Editor, London, Francis Macpherson, 1838, primera carta, p. 204: "the motions which the planets now have could not spring from the natural causes alone, but were impressed by an Intelligent Agent." Ver también la introducción de Roger Cotes a la segunda edición (1713) de los *Principia Mathematica*: Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, 1729, revisada por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, California, 1934: "Without all doubt this world, so diversified with that variety of forms and motion we find in it, could arise from nothing but the perfectly free will of God directing and presiding over all."

[90] John Keill, *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 21.

various uses, as if they had been the result of wisdom and contrivance.[91]

Esta clase de argumentación fue aceptada por Newton, e incorporada en 1706 en la *quæstio* 23 de la edición latina de la *Óptica* (que a partir de la segunda edición inglesa de 1717 aparece –con alguna modificación– como *query* no. 31).[92] Para establecerla, Keill se propone probar que las teorías de Burnet no son cónsonas ni con las leyes newtonianas del movimiento, ni con los principios reconocidos de la filosofía natural, fundada en observaciones, cálculos y el empleo de las matemáticas.[93] De esta manera se demostraría: (1º) que la física newtoniana no contradice a la religión, pues a partir de ella no se siguen consecuencias contrarias a la *Historia Sagrada*, y (2º) que la Providencia y los milagros han sido necesarios para la formación del mundo actual. Para lograr estos objetivos, *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth* arguye que ninguno de los efectos que Burnet trata de explicar proviene de las causas por él asignadas a los mismos,[94] que los principios sobre los cuales está construida su teoría de la tierra repugnan directamente a las matemáticas y que su método para derivar la formación del mundo está en desacuerdo con las leyes de la naturaleza y la gravitación, las cuales jamás podrían haber producido un mundo habitable de acuerdo con ese método.[95]

---

[91] Ibíd., pp. 36-37. Los corchetes son nuestros.

[92] "… it's unphilosophical to seek for any other Origin of the World, or to pretend that it might arise out of a Chaos by the mere Laws of Nature …" Isaac Newton, *Opticks or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Ligh*t, Dover Publications, Inc., New York, 1952. Reimpresión de la edición de G. Bell and Sons, Ltd., 1931, a su vez basada en la 4ta. Edición, London, 1730, p. 402.

[93] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 21.

[94] Ibíd. p. 26.

[95] Ibíd., pp. 171-2. Entre las diversas tesis que Keill critica están la forma del mundo antediluviano propuesta por Burnet (Ibíd., p. 172), su punto de vista sobre la posición del eje terrestre o las ventajas que derivan de su posición actual (Ibíd., p. 172-3), y su método para explicar los ríos antediluvianos (Ibíd., p. 173-4). En cuanto a la figura de la tierra: Burnet afirma que la figura terrestre no ha sido exactamente esférica, sino mas bien la de un esferoide oblongo, es decir una figura ovalada en el eje. En cambio, Keill sostiene que la figura adoptada por la tierra es la contraria, pues su eje es más corto que el diámetro del ecuador. (Ibíd., p. 174). Es interesante observar que en 1680/1, Newton pensaba –a partir de las

Tanto Burnet y Whiston por una parte, como por la otra Keill, exponen ideas rudimentarias acerca de la geología terrestre. Pero lo que aquí importa destacar y reiterar es que, a fin de preservar la religión y no ceder terreno al ateismo (además de atacar al cartesianismo), Keill trata de mostrar que la física newtoniana no contradice las escrituras (no así la de Descartes), con lo cual, por un lado quiere evitar una posible acusación de ateismo, y por el otro mantener la concordia entre el avance de la ciencia y la seguridad de la religión.[96] El newtoniano Keill se opone a los intentos de explicar el mundo actual solamente a partir de las leyes de la naturaleza. Mas, ya se ha sugerido, era normal que estos ensayos surgieran con el advenimiento del mecanicismo. No obstante, Keill los enfrenta negando la posibilidad de dicha explicación. De esto se sigue que para él es necesario ir más allá del mecanicismo, para admitir causas finales, y junto con ellas un uso, unido a un sentido, del mundo, y, por ende, un Dios creador, sin el cual el mundo no puede haber sido constituido. Hemos dicho antes que en el pensamiento de los primeros newtonianos están presentes motivos teológicos, que los llevan a poner las leyes descubiertas por Newton al servicio de una teología natural, probatoria de la existencia de Dios, a la vez que un freno para el ateismo. Tal es el caso de Bentley. Keill sigue parcialmente este parecer, pero va más lejos, en tanto piensa que en la explicación de la naturaleza hay un límite a lo que puede ser comprendido por medio de la filosofía natural. Para él, la filosofía natural exclusivamente mecánica no puede dar cuenta de la formación del mundo actual –como tampoco puede una teología natural fundada en ella, por lo que hay que reconocer el papel desempeñado en dicha formación por la Providencia y los milagros, tal como enseñan las escrituras. Esto significa la admisión de causas finales en la formación (y por ende en la explicación) de la naturaleza. A este

---

observaciones de los planetas– que la tierra era esférica o no muy oval (Ver su carta a Burnet de enero de 1680/1, *The Correspondence of Isaac Newton*, Vol. 2, p. 329.). En relación con el diluvio universal: Burnet atribuye al gran calor del sol las causas del rompimiento de la corteza exterior de la tierra, que habría permitido que las aguas en el gran abismo, que él piensa que existía debajo de la corteza terrestre, pudieran evaporarse y eventualmente precipitarse. Muy al contrario, Keill sostiene que a partir de sus principios no pudo seguirse ningún diluvio universal, porque no había suficiente agua en el abismo para cubrir la superficie de toda la tierra. Ibíd., p. 174-5.

[96] *An Examination of Dr. Burnet's …*, Dedicatoria, p. a 2.

respecto, al igual que el del cartesianismo, en el cual se basa, el espíritu del argumento de Burnet, que trata de explicar el mundo a partir de causas naturales,[97] es mucho más moderno, coherente y convincente que el del razonamiento de Keill.

Ya habíamos mencionado que, según Keill, la abolición de las causas finales conduce al ateismo. Por ello critica a los filósofos que dirigen sus investigaciones sólo hacia las causas formales y eficientes de las cosas, sin considerar el designio de la naturaleza o el gran fin para el cual Dios ha hecho todas las cosas. Semejante enfoque le parece erróneo porque no es eficaz. Keill sostiene que, a pesar de sus pretensiones, estos filósofos no han descubierto ninguna causa eficiente de los fenómenos que no fuera ya conocida, como tampoco han hallado las esencias y causas formales de todas las cosas, ni han mostrado la manera como el universo fue formado a partir de los principios de la materia y el movimiento.[98] Por ello, a ese punto de vista opone otro, según el cual las causas finales merecen ser tomadas en cuenta por todos, y más aún por los filósofos. La razón de ello es que las causas finales nos permiten admirar la sabiduría de Dios, su cuidado y su providencia sobre el mundo. Sólo estas causas permiten demostrar que el mundo nunca pudo haber sido hecho por azar ("by chance"), sino que tiene que haber sido creado por un ser de infinita sabiduría, y para tan variados usos como se ve en él. Así pues, las causas finales deben ser valoradas mucho más que las causas eficientes, las cuales nos dicen sólo como fue hecha la cosa, y no

---

[97] Esto no necesariamente excluye a Dios del mundo, como después argüirá Leibniz en su discusión con los newtonianos.

[98] "I know there is a sort of men in this age who have excluded all final causes from the consideration of a Philosopher, as being unworthy of his enquiry, supposing his business is only to find out the true formal and efficient causes of all things, and not to concern himself with the design of nature, or the great end for which the God of Nature made any thing. But indeed these men have been so unhappy in their searches that I dare boldly say they have not so much as discovered the true real and efficient cause of any one of the Phaenomena which was not known and better explain'd before; tho they have pretended to lay open the *essences* and *formal causes* of all things, and to shew the manner, how the Universe was formed from the principles of Matter and Motion." *An Examination of Dr. Burnet's ...*, pp. 52-3.

el uso para el cual fue hecha.[99] Keill reproduce razonamientos tradicionales a favor de las causas finales: No es fácil descubrir el uso de cada cosa en el universo, pero del admirable ingenio de aquellas cosas de las cuales conocemos su uso, y de la infinita sabiduría de Dios, podemos concluir fácilmente que toda cosa en la naturaleza tiene su uso y de alguna manera sirve al bien del todo.[100] En resumen, las causas finales tienen un lugar en la filosofía natural, que por lo tanto *no es solamente mecánica*: "This shews us also how much we ought to regard final causes in *Natural Philosophy*, which in things of this nature[[101]] are by far more certain and convincing than any of the *Physical* and *Mechanical* ones which the Theorist brings to prove the truth of his assertion which have brought him into many strange and dangerous errors, it being just that God Almighty should deliver these men up to follow strange delusions, who neglecting to proceed upon final causes the true principles of *Natural Philosophy*¸and to square their notions according to the Divine

[99] "But … certain it is, that final causes are worthy of the consideration of all men, and much more of a Philosopher. By them we are led into the admiration of the wisdom of God, and discover his care and providence over the world; By them we demonstrate that the World could never be made by chance; but it must be a being of Infinite wisdom that form'd it for such various uses as are to be seen in it. And therefore by all wise and considering men they are much more to be valued than efficient causes, if they could be discovered; which only tell us how the thing was performd, and not the use for which it was designd. This true indeed, it is not easy to dicover the use of every thing in the Universe; but from the admirable contrivance of those things, the uses of which we do know, and from the infinite wisdom of God, it may be concluded, that every thing in nature has its use, and is in some manner serviceable to the good of the whole." Ibíd., pp. 53-4.

[100] Ibíd. A continuación viene un extraño argumento teleológico. Burnet piensa que, en relación con el uso o la belleza, las montañas no están puestas en ningún orden unas con respecto a las otras, y que a menos que se consideren cada una por separado, no consisten de ninguna proporción de partes que pueda referirse a ningún designio. Keill encuentra esto extraño, y además un atrevimiento presumido por parte de Burnet. Keill está seguro, por razones teleológicas, de que si no tuviéramos estas "shapeless and ill figured old Rocks and Mountains," como las llama Burnet, pronto sentiríamos su ausencia. Ibíd., p. 54. Hoy en día se sabe que las formaciones geológicas no están al servicio de fines de ninguna clase, menos aún prácticos o estéticos, y en esto, a pesar de los errores de su geología, Burnet estaba más cerca de la verdad que Keill.

[101] Descubrir el uso de las cosas de la naturaleza, encontrar sus causas, admirar la sabiduría Divina.

Revelations contained in Holy Scripture have followed the wild and extravagant fancies of their own imaginations."[102] Para Keill, la filosofía natural no es sólo filosofía mecánica, sino que además tiene que admitir la Providencia y los milagros en la naturaleza. Hay una intervención constante de Dios en el mundo. Este pensamiento teológico, peculiar y a decir verdad: un tanto crudo, ejercería, junto con la otra teología de base newtoniana desarrollada por Bentley, una gran influencia en los primeros newtonianos, y después sería objeto de la crítica de Leibniz y sus seguidores.

La concepción de la ciencia y de la explicación que está contenida en *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, deliberadamente –y para hacer frente a los peligros que pueden ser incitados por el mecanicismo cartesiano– conserva elementos de la filosofía escolástica, que habían sido dejados a un lado por la filosofía mecánica y por la física cartesiana. La consideración de la finalidad como la forma más importante y cierta de la causalidad es el más conspicuo de ellos. Otros elementos de la tradición serán retenidos en la *Introductio ad veram physicam*, que examinaremos en el próximo parágrafo. Pero a pesar de los intentos realizados por los primeros newtonianos para mostrar que sus leyes no encierran un peligro para la religión, el camino hacia la explicación meramente mecánica y la negación de toda forma de causalidad, exceptuando la eficiente y la formal, sin duda abierto por Descartes y los físicos mecanicistas anteriores, *y continuado*, a pesar de la intención de Newton y sus seguidores, *por los principios matemáticos de la ciencia de la naturaleza*, es el que con el tiempo habría de tomar la investigación científica.

§ 3. La importancia de la geometría en la filosofía natural y el rechazo del cartesianismo en la *Introductio ad Veram Physicam*

La *Introductio ad Veram Physicam*, publicada en 1701, es una exposición de la mecánica newtoniana cuya estructura consiste en una serie de lecciones sobre dicha ciencia. De manera preliminar, en el

[102] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of Earth*, p. 76. Los corchetes han sido añadidos por nosotros.

prefacio y las primeras lecciones del libro se tratan cuestiones relacionadas con los fundamentos de la verdadera filosofía natural, que –claro está– es la de Newton y no la de Descartes. Keill discute la importancia de la geometría, el método a seguir en filosofía natural, la explicación de la gravedad y las propiedades de los cuerpos: extensión, solidez, divisibilidad, más la sutileza de la materia. Después de ello, se ocupa de la naturaleza y propiedades del movimiento; deduce las leyes del movimiento y de la gravedad, aplicándolas a continuación a la solución matemática de varios problemas de la física.

En esta obra, Keill vuelve a denunciar vehementemente a los filósofos que, sin saber de geometría ni apoyarse en observaciones, para él no pueden sino introducir absurdos en la filosofía natural. El prefacio de la *Introductio ad Veram Physicam* enfatiza la importancia crucial de la geometría como fundamento de la filosofía de la naturaleza y requisito de admisión a la misma. Únicamente la geometría permite al filósofo conocer las fuerzas naturales, que solamente pueden ser medidas gracias a la mencionada ciencia. Aquí Keill sigue un motivo newtoniano, que en realidad es anterior, pues el que impone este punto de vista en la ciencia de la modernidad es Galileo.[103] Por otra parte, y a decir verdad, la

---

[103] Ver *Introductio ad Veram Physicam*, Preface; *Introduction to Natural Philosophy*, p. viii. Esto es lo que hizo Galileo, fundando la nueva ciencia de la mecánica sobre la base de la geometría (ibíd. p. ix), y, más importante que todos los filósofos de la naturaleza precedentes, Newton, quien "through his vast skill in geometry, has found out by his own sagacity" muchos más principios concernientes a la filosofía mecánica, que todos sus predecesores juntos. (Ibíd. p. x). El papel jugado por Galileo en la matematización de la física es harto conocido. Un famoso pasaje expresa el espíritu impuesto por él en la filosofía natural: "Philosophy is written in this grand book, the universe, which stands continually open to our gaze. But the book cannot be understood unless one first learns to comprehend the language and read the letters in which it is composed. It is written in the language of mathematics, and its characters are triangles, circles, and other geometric figures without which it is humanly impossible to understand a single word of it; without these, one wanders about in a dark labyrinth." *Discoveries and opinions of Galileo*, S. Drake (Trad.), New York, 1957, pp. 237-8. Sobre esto ver A. R. Hall, *From Galileo to Newton*, p. 84. Newton insiste en el rol de la medición en la cuantificación de los fenómenos, e incorpora reglas de medida en la formulación de leyes y definiciones. En el prefacio a la primera edición de los *Principia Matematica* se observa que el intento de reducir los fenómenos naturales a las matemáticas es característico de

valoración del papel de las matemáticas en la filosofía natural está presente en el cartesianismo, al menos de manera programática, aunque, en un sentido, sin realizarse a plenitud.[104] También hay que mencionar

---

la modernidad. Los *Principia* tratan de la parte matemática que se relaciona con la filosofía natural; la geometría se funda en la práctica mecánica y no es otra cosa que aquella parte de la mecánica universal que propone y demuestra con exactitud el arte de medir. Newton propone "principios matemáticos de filosofía" porque toda la dificultad de la filosofía natural consiste en investigar las fuerzas de la naturaleza a partir de los fenómenos del movimiento y después demostrar el resto de los fenómenos desde dichas fuerzas. (*Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, prefacio, pp. xvii-xviii.). Las matemáticas son empleadas en la ciencia natural para llevar a cabo esa demostración. Por otro lado, las matemáticas también sirven par dar una noción cuantificable de las fuerzas (una expresión matemática de ellas). Así por ejemplo, al definir la "magnitud motriz de la fuerza centrípeta," que es "la medida de la misma proporcional al movimiento que genera en un tiempo dado." (Ibíd., I, Def. VIII, p. 4-5. La traducción proviene de Isaac Newton, *Principios matemáticos de la filosofía natural*, 2 Vols., trad. Eloy Rada García, Alianza, Madrid, 1987, Vol. 1, p. 125). Más adelante veremos que en esto del uso de las matemáticas Keill no es un newtoniano ortodoxo y su valoración de la geometría va más allá de Galileo y Newton, e intenta demostrar geométricamente cosas como la existencia del vacío y la divisibilidad infinita de los cuerpos.

[104] El cartesianismo insiste en declarar el uso de las matemáticas en la filosofía natural y la utilidad de esta ciencia. Así lo hace el propio Descartes: "*Que je ne reçois point de principes en Physique, qui ne soient aussi receus en Mathematique, afin de pouuoir prouuer par demonstration tout ce que j'en deduiray; & que ces principes suffisent, d'autant que tous les Phainomenes de la nature peuuent estre expliquez par leur moyen.*" (*Principes de la Philosophie*, *Œuvres de Descartes*, Charles Adam & Paul Tannery Eds., Vol. IX-2, II, § 64, pp. 101-2). Y el influyente manual de Rohault lo afirma desde el principio, criticando a las escuelas por descuidar el uso de las matemáticas, a pesar de que las incluyen como parte de la filosofía (natural): "The fourth Defect that I observed in the Method of Philosophers, is the neglecting Mathematicks to that Degree, that the very first Elements thereof are not so much as taught in their Schools. And yet, which I very much wonder at, in the Division which they make of a Body of Philosophy, they never fail to make Mathematicks one Part of it." (Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy. A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke*, *Published in* 1723, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, prefacio). Las matemáticas son tal vez la parte más útil de la filosofía, por varias razones; la más importante de ellas, para nosotros, es puesta por Rohault de esta manera: "It is not enough to put us upon applying ourselves more to them [a las matemáticas] than we have hitherto done, to consider that 'tis by their Means

como predecesores de este punto de vista a los físicos de la escolástica tardía, quienes, sin haber llegado a desarrollar las consecuencias del mismo, como lo hizo Galileo, habían dado pasos hacia la formulación matemática de leyes o reglas para ciertos movimientos. El pensamiento mismo de que el mundo tiene una estructura matemática es mucho más antiguo, pues se remonta, como es bien sabido, a Platón, e incluso antes, a los filósofos de la escuela pitagórica.[105] De manera que, siguiendo una larga tradición, Keill denuncia la equivocación de aquellos filósofos que, ignorantes en geometría, presumen conocer las causas de las cosas de la

---

that the modern Philosophers have discovered all that is excellent and peculiar in natural Philosophy? …" A pesar de estas declaraciones, Rohault incurre en lo mismo que objeta en la escolástica, pues cuando uno lee su manual encuentra poca matemática.

[105] El reconocimiento de la importancia de las matemáticas para la filosofía natural, e incluso el intento de expresar propiedades de los entes naturales mediante principios matemáticos, no surge en la modernidad. No sólo estaba en los Pitagóricos y Platón, sino que, desde una perspectiva no metafísica, sino científica, Arquímedes había avanzado mucho en la aplicación de la matemática a la ciencia de la naturaleza, para establecer una ciencia de la estática matemática. Y poco antes del renacimiento, los físicos del siglo XIV habían intentado aplicar la matemática a la física. Así, por ejemplo, Thomas de Bradwardine: "For no one may hope to rejoice in victory in the battle of natural philosphy unless he harkens to the counsel of mathematics and is fortified by its assistances. For this very science is the revelatrix of untainted truth, has brought to light every hidden secret, and carries the key to all subtle letters. Thus, whoever may have presumed to do natural philosophy while neglecting mathematics, knows that he will never gain admission to the portal of wisdom." (Citado por John E. Murdoch, "Superposition, Congruence and Continuity in the Middle Ages," en Alexandre Koyré, *L'aventure de la science. Melanges Alexandre Koyré*, I, Hermann, Paris, 1964, p. 441.). Ciertamente, los físicos medievales avanzaron en la formulación de reglas matemáticas para ciertos movimientos, como por ejemplo la "Regla de Merton" (desarrollada en el siglo XIV y asociada con los filósofos matemáticos de Oxford, que sirvió a Galileo para probar la ley de caída de los cuerpos, y de la cual él dio después una demostración formal). Esta regla se reduce a un caso de la ley de caída libre. Sobre esto ver: A. Rupert Hall, *From Galileo to Newton*, New York, Dover, 1981, pp. 48, 67-8, 70). No obstante, los medievales no llegaron a encontrar relaciones matemáticas entre variables físicas que –demostrándose en la experiencia– pudieran constituir o echar las bases de una ciencia mecánica, como lo hizo Galileo, y siguió desarrollándose en la física de la modernidad.

naturaleza.[106] Esto está dirigido principalmente –aunque no exclusivamente– contra el cartesianismo. En opinión de Keill, la física cartesiana ofreció una explicación mecánica de todas las cosas, y sin embargo no usó a la geometría, aún cuando el propio Descartes fue un gran geómetra.[107] En consecuencia, su física resultó contraria a las leyes de la mecánica.[108] Para Keill, "there is no admittance to [la filosofía mecánica] but by the means of geometry,"[109] y aquellos filósofos que intentan proscribir la geometría de la física lo hacen porque "they are ignorant of that divine science."[110] Es evidente el inmenso entusiasmo que siente por la geometría.[111] Cuatro años antes, en *An Examination of*

---

[106] *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio; *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, p. viii.

[107] La fama de Descartes como geómetra se debe sobre todo a su contribución al desarrollo de la Geometría Analítica, contenida en su trabajo *La Géométrie*, publicado en 1637, como apéndice a su *Discours de la méthode.* Ya hemos dicho que la física cartesiana contemplaba programáticamente el uso de la geometría en la física. Esto ya esta implícito en la concepción de los cuerpos como extensión y es realidad en los trabajos de Descartes sobre dióptrica. Pero Keill tiene razón en que a pesar de su actitud hacia las matemáticas, los tratados cartesianos de física, el de Rohault, por ejemplo, y los *Principios* de Descartes, hacen un uso limitado de las matemáticas.

[108] *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio; *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, p. viii..

[109] *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, p. x. los corchetes son nuestros. "… vero talis sit philosophiae mechanicae status, ut nulla alia ratione quam per Geometriam aditus ad ipsiam pateat …" *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio.

[110] *Introduction to Natural Philosophy*, p. 22. *Introductio ad Veram Physicam*, p. 18. Toda acción física depende de un movimiento –esta es una tesis central del mecanicismo. En consecuencia, se debe investigar la cantidad y proporción del movimiento, su magnitud, sus figuras y número, las colisiones de los cuerpos en movimiento y sus fuerzas. Pero todas estas cosas participan de la cantidad y la proporción, y por ende es necesario que el filósofo natural domine la aritmética y la geometría. *Introduction to Natural Philosophy*, p. 3, *Introductio ad Veram Physicam*, p. 2.

[111] ¿Que habría pensado de un poema sobre la geometría escrito por Fontenelle (1657-1757) a finales del siglo XVII, del cual hemos extraído la estrofa inicial y la final?

> Lorsque je tiens les horribles Ecrits
> Des successeurs d'Euclide et d'Archimede,
> Contre la joie infaillible remède,
> Rude supplice aux plus tristes esprits ;
> Je vois l'Amour, et je suis tout surpris

Dr. Burnet's Theory of the Earth, Keill destacaba los inmensos progresos logrados aplicando las matemáticas a la filosofía natural, y añadía que de esta manera podían corregirse muchos de los errores de los filósofos.[112] Por otra parte, allí declaraba la necesidad de que aquellos que no entienden de geometría no pretendan decir nada sobre los fenómenos naturales.[113] La verdadera filosofía natural está fundada en observaciones

---

Qu'il me vient là faire une parenthèse.

…

C'est encore pis, j'en suis mieux lutiné,
Je n'y sais plus que prendre patience;
Et puisqu'il faut que je pense et repense
A cette Iris, et la nuit, et le jour,
Pensons-y donc. Adieu vous dis, Science,
Je veux avoir la paix avec l'Amour.

Fontenelle, *Œuvres Complètes*, 7 Vols., Paris, Fayard, 1989, Vol. 3, pp. 265-6.

[112] "I cannot sufficiently Commend [la promoción de las ciencias matemáticas] when I consider what vast improvements have been made, and how many Errors of former Philosophers have been detected by applying Geometry to Natural Philosophy." *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. a 3.

[113] Así, a pesar de que Erasmus Warren está de su lado en contra de la teoría de la tierra de Burnett, Keill lo critica hasta ridiculizarlo por su ignorancia en matemáticas, y lo hace "to shew how unfit a man who understands no *Geometry*, is to write a book of *Natural Philosophy*." (*An Examination of Dr. Burnet's …*, pp. 22-6.). Al comienzo del *Syntagma Mathesios*, un manual de la época sobre ecuaciones cúbicas, bicuadráticas y series convergentes, se encuentra reproducido un ensayo de 1701 sobre el uso del conocimiento matemático, firmado por Martin Strong, que, de acuerdo con una nota manuscrita contemporánea citada por Samuel Halkett y John Laing (*Dictionary of Anonymous and Pseudonymous English Literature*, New and enlarged edition by James Kennedy, W. A. Smith and A. F. Johnson, II, Edinburg, Oliver and Boyd, 1926, p. 202), es un seudónimo de John Arbuthnot y John Keill: "Essay (an) on the usefulness of mathematical learning; in a letter from a gentleman in the city to his friend in Oxford. [By Martin Strong.] 8vo. Pp. 59 [*Bold.*; *Brit. Mus.*] Oxford, 1701 Ascribed also to John Arbuthnot, M.D.; to John Keill, M.A., M.D. 'By Dr Arbuthnot & Mr Kiel.'— MS. note, evidently contemporary." (Ibíd.). Este *Essay on the Usefulness of Mathematical Learning* también propone la idea fundamental de que no es possible la investigación de la naturaleza sin las matemáticas. Estas son necesarias para estudiar la materia, el espacio, el movimiento, la gravedad, y en general los objetos de la filosofía natural, porque estos han sido creados como cantidades: "And here it might suffice to tell you, that *Mathematics* is the Science of Quantity, or the *Art* of Reasoning about Things, that are capable of *more* and *less*, and that the most part of the Objects of our Knowledge are such, as *Matter, Space, Number, Time, Motion, Gravity,*

y cálculos. Estos son los principios más ciertos sobre los cuales puede construir el filósofo, y ningún sistema de filosofía natural puede ser construido sin ambos, aunque edificaciones sin ayuda de la geometría sean lo que muestran los diversos sistemas filosóficos.[114]

Cuando Keill escribió la *Introductio ad Veram Physicam* la física

---

&c. We have but imperfect Ideas of Things without Quantity, and as imperfect a one of Quantity itself without the help of *Mathematics*. All the visible Works of GOD almighty, are made in *Number, Weight,* and *Measure*; and therefore to consider them, we ought to understand *Arithmetic, Geometry,* and *Statics:* And the greater Advances we make in those Arts, the more capable we are of considering such things …" (*An Essay on the Usefulness of Mathematical Learning*, en *Syntagma Mathesios: Containing the Resolution of Equations with A New Way of Solving Cubic and Biquadratic Equations, Analytically and Geometrically. Also The Universal Method of Converging Series, After an Easy and Expeditious Manner. Wherein are also treated The Series for Trigonometrical Operations; some new useful Properties of Conics; Centre of Oscilation; the direct and inverse Method of the Laws of Centripetal Forces; a Variety of Exponential Equations; with the Investigation of several other abstruse Problems, Etc. To all which is prefixed, An Essay on the Mathematics*, London, J. Fuller, 1745, pp. 1-39, pp. 6-7). Para entonces este punto de vista se ha vuelto un tópico (cfr.: Richard Bentley, *A Confutation of Atheism from the Origin and Frame of the World*, Sermon VIII, p. 179: "... the Creator of heaven and earth, who *always acts geometrically*, by just and adequate numbers, and weights, and measures."). Las matemáticas han mostrado su utilidad en astronomía y óptica, pero no sólo en esas disciplinas, sino en muchas otras (*An Essay on the Usefulness of Mathematical Learning*, pp. 9 ss.), de manera que la filosofía natural necesita de las matemáticas, y es absurda la pretensión de ciertos filósofos de hacer filosofía natural ignorándolas: "From what I have said, I shall draw but one *Corollary*, that a natural Philosopher without Mathematics is a very odd sort of a Person, that reasons about things that have *Bulk, Figure, Motion, Number, Weight,* &c. without *Arithmetic, Geometry, Mechanics, Statics,* &c. I must needs say I have the last Contempt for those Gentlemen, that pretend to explain how the Earth was framed, and yet can hardly Measure an Acre of Ground upon the Surface of it." (Ibíd., pp. 14-15). Lo último es una alusión a Burnet y Whiston (y tal vez incluso a Bentley).

[114] La filosofía natural es aquella "which is founded on observations and calculations, both which are undoubtedly the most certain principles, that a Philosopher can build upon. It is in vain to think that a system of Natural Philosophy can be framed without the assistance of both, for without observations we can never know the appearances and force of nature, and without Geometry & Arithmetick we can never discover, whether the causes we assign are proportional to the effects we pretend to explain." John Keill, *An Examination of Dr. Burnet's …*, pp. 21-2.

cartesiana era el principal adversario del newtonianismo. La aceptación de la nueva física requería mostrar los errores de Descartes, para así despejar el camino a la explicación correcta de la naturaleza. Por ello, antes de introducir la física de Newton, él presenta –en el prólogo y la primera lección– varios argumentos en contra de las principales tesis del cartesianismo.[115] En primer lugar, reiterando una crítica de *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, Keill afirma que la filosofía cartesiana no es una filosofía mecánica que demuestre matemáticamente los fenómenos. La ambición de Descartes de dar una

---

[115] Aunque los cartesianos hayan abrazado la sombra de la filosofía en vez de su substancia, no han faltado aquellos que se han esforzado en descubrir las verdaderas leyes de la naturaleza y en investigar a partir de ellas las causas de las cosas por medio de principios mecánicos. Entre los antiguos, la *Introduction to Natural Philosophy* menciona al "divino" Arquímedes; después de él la filosofía mecánica se mantuvo en la oscuridad hasta hace poco, con Roger Bacon, Cardano, Galileo (quien, "having by the means of Geometry penetrated into the Secrets of Nature, framed a new Science of Motion, and Shewed a Method whereby the Mechanical Causes of Things might be discovered") Torricelli, Pascal, Huygens, Boyle, Wallis, Halley y, sobre todos ellos, Newton: "I should proceed in enumerating the Merits of others towards the real Philosophy, if I did not find myself obliged to stop, to mention the great Inventions of Sir Isaac Newton, whose prodigious Genius has laid open more and abstruser Mysteries of Nature, than men could ever have hoped for: but since it is imposible to comprehend his Discoveries within the narrow Limits of this Preface, we shall only undertake to say this much, That what all our Predecessors from Time immemorial have handed down to us concerning the Mechanical Philosophy, does not amount to the tenth part of those Things, which Sir Isaac Newton alone, through his vast Skill in Geometry, has found out by his own Sagacity." (Keill, *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, pp. ix-x.). No menciona ni a Tycho Brahe, ni a Kepler. Como la mayoría de los manuales newtonianos, el de Keill no da un lugar muy prominente a Kepler debido a que el propio Newton no lo hace en los *Principia mathematica*. Los *Elements of Physical and Geometrical Astronomy* de Gregory, mencionados a continuación por Keill como "A Work that will last as long as the Sun and Moon endure," son una notable excepción a esto. (Ver la introducción de I. Bernard Cohen a la Reimpresión de la obra de David Gregory, *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy. To which is Annex'd, Dr. Halley's Synopsis of the Astronomy of Comets*, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York, 1971, Reimpresión de la edición de 1726, Vol. 1, pp. iv-xxii, pp. xviii-xxi.). Esta obra es un comentario sobre Newton y Halley para el lector no especializado, que, aunque hace mucho olvidada, a decir de I. Bernard Cohen (ibíd., p. xxii) constituye un erudito y útil compendio del pensamiento astronómico del siglo XVII y antes.

explicación mecánica de la naturaleza, desarrollada matemáticamente, no fue lograda por este sino por Newton, y para poder hacerlo fue necesario abandonar la filosofía mecánica propuesta por Descartes, porque en la mayoría de lo que han escrito los cartesianos –aquí no sólo se refiere a los *Principios de Primera Filosofía* de Descartes, sino a otros textos cartesianos, como la *Física* de Rohault– hay muy poco mecánico aparte del nombre.[116] En segundo lugar, los cartesianos emplean postulados que no dan cuenta de los efectos que quieren explicar, no son ciertos y son más complicados que los mismos efectos.[117] Para ilustrar este punto, Keill expone una crítica a la explicación cartesiana de los movimientos

---

[116] "Although now-a-days the Mechanical Philosophy is in great Repute, and in this Age has met with many who cultivate it; yet in most of the Writings of the Philosophers, there is scarce anything Mechanical to be found besides the Name. Instead whereof, the Philosophers substitute the Figures, Ways, Pores, and Interstices of Corpuscles, which they never saw; the intestine Motion of Particles, the Colluctations and Conflicts of Acids and Alkalies, and the Events that thence arise [Cfr.: Descartes, *Principes de la Philosophie*, II, 22 (p. 75), 34 (p. 82); III, 48-52 (pp. 126-129), 82-93 (pp. 148-156); IV 6-14 (pp. 204-206), 61 (p. 234), 201 (p. 319), 203 (pp. 321-22). Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, I, caps. 21 (pp.113 ss.), 22, (pp. 118 ss.).], they relate so exactly, that there is nothing but a Belief wanting in the History of Nature, as often as they set forth the Miracles of their subtile Matter [Cfr.: Descartes, *Principes de la Philosophie*, II, 22 (pp.75-6); III, 24-37 (pp. 112- 119), 60 ss. (pp. 133 ss.), IV, 22-27 (pp. 211-215). Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 2, II, chap. 25 (pp. 64 ss.)]: I say, Miracles, for certainly that must be a sort of a Miracle, which happens contrary to the well known Laws of Nature, and the established Principles of Mechanics; as would be all the Phenomena of Nature, if they were produced by a subtile Matter, an the Method of Operation that is delivered by the Philosophers." John Keill, *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, pp. iii-iv. Los corchetes son nuestros. Aunque Keill no los nombra, los filósofos a quienes se refiere son Descartes y seguidores de este como Rohault. Cfr.: "Quamvis nunc dierum celebretur Philosophia Mechanica, & insignes in hoc aevo obtineat sui cultores; in plerisque tamen physicorum scriptis, vix quicquam mechanicae praeter ipsius nomen inveniri potest. In cujus locum substituunt philosophi corpusculorum, quae nunquam viderunt, figuras, vias, poros & interstitia, partium intestinum motum, pugnas & conflictus Alkali & Acidi, & quid boni malive exinde oritur ita ad amussim narrant, ut nihil in historia naturali preater fidem desideretur, quoties materiae subtilis miracula preadicant; miracula dico, nam illud proculdubio miraculi instar est, quod contra passim notas naturae leges, & stabilita mechanicae princia evenit; qualia futura essent omnia naturae phaenomena, si à materia subtili & methodo operandi à physicis tradita producerentur." *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio, b.

[117] Ibíd., prefacio; *Introduction to Natural Philosophy*, prefacio, p. iv.

de los planetas, basada en los razonamientos de Newton. Siguiendo a los *Principia mathematica*, la *Introductio ad Veram Physicam* substituye a la física de los vórtices por una explicación de los movimientos de los cuerpos celestes a partir de una fuerza atractiva, la gravedad. En la *Introductio ad Veram Physicam*, Keill no se pronuncia acerca de la causa de la atracción, pero siete años después (en 1708) la presentó como una de las propiedades esenciales de la materia, no reducible a una explicación mecánica a partir de impulsos.[118] Antes de mencionar las objeciones de este manual contra los vórtices, tal vez convenga detenerse por un momento en las dos críticas generales contra el cartesianismo.

La primera concierne al supuesto carácter errado, alejado de la experiencia y fantasioso de la física cartesiana, en virtud del cual no sería en realidad una filosofía mecánica. En vez de apoyarse en los verdaderos principios mecánicos (descubiertos por Newton), el cartesianismo propone entidades y procesos que no han sido observados, a partir de los cuales deduce una serie de eventos, de manera tal, que es difícil creer en la historia natural propuesta por Descartes. Su filosofía no es mecánica, porque no verifica en la experiencia las entidades y explicaciones que postula (incluso recurre a explicaciones milagrosas de los fenómenos a partir de una materia sutil – el famoso éter cartesiano), no se basa en los principios descubiertos por Newton y no incorpora la geometría. Lo último quiere decir que no logra expresar en el lenguaje de esta ciencia relaciones entre conceptos físicos, derivadas de la experiencia, que constituyan leyes generales de los fenómenos y a partir de las cuales se demuestren matemáticamente fenómenos particulares. A pesar de que Descartes intenta construir una *mathesis universalis*, los newtonianos lo critican –no sin razón– por no emplear la matemática en la ciencia natural. Esto se entiende porque hay una divergencia entre lo que Descartes y un newtoniano como Keill encuentran primordial en la matemática respecto de su aplicación a otras ciencias. En Descartes es el método, esto es: el procedimiento, constituido por un encadenamiento intuitivo-deductivo; en Keill es el objeto (la figura y la cantidad) y la

---

[118] John Keill, "Epistola ad Cl. virum Gulielmum Cockburn, Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26, 1708-1709, pp. 97-110, p. 97.

forma de expresión que en consecuencia tienen las proposiciones matemáticas. Para los newtonianos no se trata de que la física tenga la forma de un encadenamiento deductivo a partir de principios intuidos por el espíritu, sino de que sus principios provengan de la experiencia y sean expresados matemáticamente para poder demostrar igualmente sus consecuencias. Ahora bien, y en defensa de Descartes, debemos decir que su física no deja de ser mecánica por causa de sus errores. Él es uno de los instauradores de la filosofía mecánica porque propone una explicación general del mundo sobre la base de la extensión y el movimiento, comunicado mediante causas eficientes, y reducidas por él a impulsos; además, buscando claridad y distinción en la física, Descartes elimina las formas substanciales (y con ellas la causalidad final).

Mediante la aplicación del método, que empezó a desarrollar en las *Reglas para la dirección de los ingenios* (publicadas póstumamente en 1701),[119] y dio a conocer por primera vez en el *Discurso del Método*,[120] Descartes pretende fundar toda la filosofía, incluyendo la física, sobre nuevas bases. Estas han de ser principios evidentes,[121] que el espíritu aprehende mediante un acto simple e infalible, la intuición,[122] y de los cuales se deducen, ordenadamente, sus consecuencias.[123] Se trata de un encadenamiento intuitivo-deductivo, desde lo más simple y fácil de conocer, que son las naturalezas simples, hacia lo más complejo y difícil de conocer.[124] Lo esencial de la ciencia es el método que acabamos de ver, y su cumplimiento no necesita que los principios tengan la forma de expresiones geométricas o aritméticas, cuyas consecuencias también sean expresadas en términos de magnitudes, sean estas figuras (p. ej., líneas, como en la geometría) o cantidades (números, como en la aritmética). El primer principio de la filosofía, la verdad más evidente en el orden

---

[119] *Règles pour la direction de l'esprit*, Traduction et notes par J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996.
[120] *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4ª edición, París, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, 2ª parte, pp. 18-19
[121] *Discours de la Méthode*, p. 18; *Règles pour la direction de l'esprit*, III, pp. 11 ss.
[122] *Règles* ..., III, IV, pp. 11 ss., 18 ss.
[123] Según la 3a regla, que concierne al orden. *Discours de la Méthode*, pp. 18-19.
[124] Ibíd.; *Règles* ..., VI, pp. 31-2 y ss.

cartesiano de las razones, es el *cogito*,[125] que no es una verdad relativa a la figura o la cantidad, ni está expresada de esa manera, como tampoco lo son sus consecuencias, y también encontramos esto en su física. La idea rectora del método es no admitir como verdadero sino lo que es evidente.[126] En las *Regulae* Descartes encuentra que de esta manera sólo proceden la aritmética y la geometría,[127] y por ello toma la decisión de no aceptar como verdaderos sino los conocimientos que pertenecen al tipo matemático (es decir: cuyas conclusiones sean evidentes, o deducidas a partir de evidencias; el criterio no consiste en que versen sobre magnitudes).[128] Estas son la aritmética y la geometría, entre las ciencias ya constituidas, y entre las que todavía no lo están, todo aquello que pueda conocerse con la misma certeza que la aritmética y la geometría, mediante la aplicación del método.[129] Es bien sabido que esta es la tarea que se impone Descartes, y no necesitamos exponer aquí el camino que conduce desde el *cogito* a la distinción entre el *alma* y el *cuerpo* (cuya esencia es determinada por la extensión), que es el principio de la física mecanicista de la extensión y el movimiento,[130] y de todas las ciencias que se derivan de ella.[131]

---

[125] *Discours de la Méthode*, IV, p. 32; *Meditations*, en *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery (Eds.), 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. IX-1: II, p. 19; *Principes de la Philosophie*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. IX-2: I, 7, p. 27.

[126] *Discours de la Méthode*, p. 18, *Règles* ..., II, pp. 5-6.

[127] Los únicos conocimientos ciertos que reconoce en las *Règles pour la direction de l'esprit*, II, pp. 7, 8, y cuyo proceder es, por encima del de la lógica, la mayor inspiración para las reglas del método. *Discours de la Méthode*, II, pp. 17-18.

[128] *Règles pour la direction de l'esprit*, III, pp. 13-17.

[129] La extensión del método matemático a la filosofía es expuesta por primera vez en el *Discours de la Méthode.* Sobre esto ver el comentario de Gilson a su edición del *Discurso*, p. 201.

[130] Ver esp.: *Discours de la Méthode*, IV, V; *Meditations*, II, V, VI, *Principes de la Philosophie*, I, II.

[131] La unidad de las ciencias es una de las tesis centrales de Descartes. Ver *Règles pour la direction de l'esprit*, I, pp. 1-2; *Discours de la Méthode*, II, pp. 11-16; y la carta prefacio a la traducción francesa de los *Principios de la Filosofía*. Sobre la fundación de las demás ciencias (con la excepción de la metafísica, que es la ciencia fundamental) a partir de la física, ver *Principes de la Philosophie*, prefacio, p. 14, donde aparece el famoso pasaje del árbol de las ciencias.

Ahora bien, sí, como acusa Keill, sus postulados son falsos, no dan cuenta de los fenómenos y son más complejos que estos, el cartesianismo no ha realizado su pretensión de constituir una física cierta. Los primeros principios de la física cartesiana no son empíricos, sino hallados por el espíritu, que los concibe clara y distintamente,[132] lo cual no quiere decir que Descartes pensaba que se podía constituir toda la física prescindiendo de la experiencia,[133] sino que la única evidencia que podemos aceptar es la de nuestra razón.[134] Lamentablemente, muchos de los detalles de la física expuesta en los *Principios de Filosofía* arrojan dudas acerca de la capacidad de la intuición del cartesianismo para aprehender verdades evidentes. En diversas ocasiones la intuición cartesiana condujo a premisas incorrectas, a las cuales siguieron conclusiones desatinadas. La determinación de la esencia del cuerpo como mera extensión,[135] dejando a un lado la impenetrabilidad y la inercia, ya anuncia las dificultades inherentes a una intuición que podía tomar por realidades lo que tal vez no eran sino percepciones de contenidos subjetivos de la mente. Además, sin el respaldo de la experiencia, y en sentido más estricto: de experimentos (la carencia de experimentos que prueben el sistema fue una de las quejas contra Descartes), esta intuición podía conducir a conclusiones fantásticas y arbitrarias. Así, cuando sólo una de las siete reglas cartesianas de la colisión fue confirmada, las pretensiones de esta intuición se revelaron claramente como insostenibles. Por ello, Keill tiene razón en cuanto a la falsedad de muchos postulados cartesianos. Cuando se refiere a la mayor complejidad de los mismos, Keill tiene en mientes que los vórtices son un dispositivo muy complejo para dar cuenta los movimientos de los planetas, de hecho más complicado que los mismos movimientos. Esta es una grave acusación contra una filosofía que pretende partir de verdades evidentes que se presentan al espíritu de manera clara, distinta, y son más simples que las conclusiones que se deducen de ellas. Si los principios son más complejos que los efectos, entonces no son simples, no pueden ser conocidos por una intuición y tampoco pueden explicar aquello que

---

[132] *Discours de la Méthode*, IV, p. 33.
[133] *Règles pour la direction de l'esprit*, V, p. 30; *Discours de la Méthode*, VI, pp. 63-5.
[134] *Discours de la Méthode*, IV, p. 39.
[135] *Principes de la Philosophie*, II, 4 (p. 65), 9 (p. 68).

debería ser más complejo que ellos, ya que los supone en su explicación. Como la explicación debería reducir lo más complejo a lo más simple, la acusación de Keill equivale a un rechazo del cartesianismo y sus pretensiones metodológicas: Descartes falta a sus propias reglas del método. Aquí tal vez se haya confundido nuestro autor, porque los vórtices no son los principios de la física cartesiana, sino que ocupan un lugar intermedio en la explicación mecánica de las causas de los movimientos planetarios –y de todo lo que ocurre en el mundo material– a partir de principios simples, como la extensión y el movimiento. La ley de gravitación, en cambio, es fundamentalmente descriptiva, y Newton no se interesó mucho en reducir los movimientos planetarios a causas más simples, aunque tampoco postuló la atracción como cualidad simple de la materia. En este sentido, si bien no logra hacerlo de manera convincente, la física cartesiana intenta la explicación de los fenómenos a partir de unos pocos principios de gran simplicidad. En otro sentido, Keill tiene razón en cuanto a que la explicación cartesiana de los movimientos de los planetas parte de principios que son más complejos que los mismos movimientos, ya que las bases de la misma, los vórtices, aunque no sean los principios de la física de Descartes, son principios de manera relativa, ya que lo son respecto de dicha explicación (desde el punto de vista lógico, son las premisas de la explicación de los movimientos de los planetas).

Veamos ahora la crítica a los torbellinos: Después de que se hizo imposible seguir sosteniendo la cosmología aristotélica, fue necesario explicar los movimientos de los planetas sobre la base de las mismas leyes del movimiento que rigen en la tierra, dejando a un lado la idea de que el movimiento circular pertenecía naturalmente a los cuerpos perfectos.[136] Con esta finalidad, Descartes postuló un sistema de vórtices fluidos, que se extiende indefinidamente, lo cual explica la rotación de

---

[136] Aristóteles, *De Caelo*, I, 2, 269 a; ver también: II, 7, 289 a, en *The Works of Aristotle*, Vol. II, translated into English under the editorship of W. D. Ross, 1a edición, Oxford, Oxford at the Clarendon Press, 1930. Sobre la astronomía aristotélica ver: J. L. E. Dreyer, *A History of Astronomy from Thales to Kepler*, formerly titled *History of the Planetary Systems from Thales to Kepler*, Revised with a Foreword by W. H. Stahl, 2ª edición, New York, Dover Publications Inc., 1953. Re-publicación de la edición original de 1906, Cap. V, pp. 108-22.

los planetas alrededor del sol; y para dar cuenta del movimiento mismo de los planetas propuso un mecanismo de impulsión.[137] Pero en los

---

[137] La idea de los vórtices es vieja en la historia de la filosofía. Se atribuye a Leucipo haber propuesto una versión de la misma (Diógenes Laercio, Aecio) para explicar la formación de innumerables mundos, la cual representa también los puntos de vista generales de Demócrito. La primera etapa en la constitución de un mundo se da cuando una gran colección de átomos llega a aislarse en una gran porción de vacío, y la segunda cuando los átomos forman un vórtice. Los átomos más grandes se agrupan en el centro del vórtice, mientras que los más pequeños son lanzados y una especie de "membrana" (o vestido) lo circunda todo. Otros átomos entran en contacto con la parte extrema de la masa giratoria y son lanzados dentro de la membrana. Algunos llegan a inflamarse por efecto de la velocidad de la revolución y constituyen los cuerpos celestes; en cambio, los de mayor tamaño permanecen juntos en el centro y forman la tierra. Ver: G. S. Kirk y J. E. Raven, *Los Filósofos Presocráticos, Historia Crítica con Selección de Textos*, Madrid, Gredos, 1969, fragmentos 562, 563, 564, 575, pp. 569 ss. En esta explicación hay reminiscencias de Anaxágoras, quien pensaba que el *Nous* ("la Mente," uno de los principios de todas las cosas, entidad que él lucha por imaginar y describir como incorpórea, pero, considerando como sus predecesores que el criterio último de realidad es la extensión en el espacio, termina por considerar corpórea) iniciaba un vórtice y las partículas semejantes se juntaban para formar cuerpos, Ibíd., fragmentos 503-507, pp. 518 ss. Las ideas de los atomistas tienen algunas similitudes con la teoría cartesiana de los vórtices, que está expuesta en los *Principes de la Philosophie*. Descartes afirma que la materia del cielo es líquida y los cielos transportan con ellos todos los cuerpos –ente ellos la tierra y los planetas- que contienen. (*Principes de la Philosophie*, III, 24, 25-28, pp. 112-13). La materia del cielo gira circularmente como un torbellino que tiene al sol en su centro, o como los remolinos en los ríos : "Apres auoir osté par ces raisonnemens tous les scrupules qu'on peut auoir touchant le mouuement de la Terre, pensons que la matiere du Ciel où sont les Planetes, tourne sans cesse en rond, ainsi qu'vn tourbillon qui auroit le Soleil à son centre, & que toutes les Planetes (au nombre desquelles nous mettrons desormais la Terre) demeurent tous-jours suspenduës entre les mesmes parties de cette matiere du Ciel. Car par cela seul, & sans y employer d'autres machines, nous serons aisement entendre toutes les choses qu'on remarque en elles. D'autant que, comme dans les destours de riuieres où l'eau se replie en elle-mesme, & tournoyant ainsi fait des cercles, si quelques festus, *ou autres corps fort legers*, flotent parmy cette eau, on peut voir qu'elle les emporte & les fait mouuoir en rond auec soy ; & mesme, parmy ces festus, on peut remarquer qu'il y en souuent quelques-vns qui tournent aussi autour de leur propre centre ; & que ceux qui sont plus proches du centre du tourbillon qui les contient, acheuent leur tour plustost que ceux qui en sont plus éloignez ; & enfin que, bien que ces tourbillons d'eau affectent tous-jours de tourner en rond, ils ne décriuent presque jamais des cercles entierement parfaits, & s'estendent quelquefois plus en long, & quelquefois plus en large, *de façon que toutes les parties de la circonference*

Principia mathematica, Newton objetó la doctrina cartesiana de los vórtices. La sección IX del segundo libro de esta obra investiga el movimiento circular de los fluidos.[138] Newton arguye que ni la forma elíptica de las órbitas de acuerdo con la ley kepleriana de las áreas,[139] ni la ley de los tiempos periódicos,[140] pueden ser explicadas por la doctrina de los vórtices. En las proposiciones 51 y 52 Newton examina vórtices infinitos producidos respectivamente por la rotación de un cilindro infinito y de una esfera sólida concéntrica, en un fluido uniforme e infinito,[141] y llega al resultado de que el tiempo periódico del primer vórtice es proporcional a la distancia del centro, y el tiempo periódico del segundo vórtice es proporcional al cuadrado de la distancia desde el centro. En ambos casos se contradice la tercera ley de Kepler, que requiere que el tiempo periódico sea proporcional a $x^{3/2}$ (donde x es la distancia desde el centro).[142] Otra objeción es la siguiente: un cuerpo

---

qu'ils décriuent, ne sont pas également distantes du centre. Ainsi on peut aisement imaginer que toutes les mesmes choses arriuent aux Planetes ; & il ne faut que cela seul pour expliquer tous leurs phainomenes." Ibíd., III, 30, pp. 115-16. Sobre la historia de la teoría de los vórtices, desde Descartes hasta Fontenelle, pasando por Huygens y Leibniz, junto con la crítica de Newton ver: E. J. Aiton, *The Vortex Theory of Planetary Motions*, London, Macdonald, 1972.

[138] Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, 1729, revisada por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, California, 1934, Book II, section IX, pp. 385 ss.

[139] Esto se refiere a la primera y segunda leyes de Kepler. De acuerdo con la primera ley, los planetas giran alrededor del Sol en órbitas elípticas en las que el Sol ocupa uno de los focos de la elipse. La segunda ley prescribe que las áreas barridas por el radio vector que une el centro del planeta con el centro del Sol son iguales en lapsos iguales; como consecuencia, cuanto más cerca está el planeta del Sol con más rapidez se mueve.

[140] Esta es la tercera ley de Kepler, que establece que la relación de la distancia media de un planeta al Sol, x, elevada al cubo y dividida por el cuadrado de su periodo orbital, t, es una constante, es decir: x^3/t^2 es igual para todos los planetas. Esto quiere decir que $t \propto x^{3/2}$.

[141] *Principia Mathematica*, II, IX, Props. 51 (Teor. 39), 52 (Teor. 40), pp. 385 ss., 387 ss.

[142] La rotación del sólido produce un vórtice, que puede considerarse como dividido en capas concéntricas; el sólido hace una impresión continua en la primera capa del fluido, esta en la segunda, y así sucesivamente. Si x es el radio –o distancia desde el centro– de una de las capas (cilíndrica o esférica), v la velocidad de esa capa y c es una constante, Newton llega a la conclusión de que en el caso del vórtice producido por el cilindro sólido, $v = c$ (*Principia*

sólido no puede permanecer en la misma órbita a menos que tenga la misma densidad del fluido, en cuyo caso giraría de manera circular, como lo hace el fluido, ya que las partes del vórtice no pueden girar en elipses.[143] Keill ya incorporaba las críticas de Newton en su *Examination*

Mathematica, II, IX, Prop. 51, p. 386), de lo cual se sigue que $t \propto x$, donde t es el tiempo periódico; y en el caso del vórtice esférico, $v = c/x$ (Ibíd., Prop. 52, p. 388), que tiene como consecuencia que $t \propto x^2$. Para que el vórtice cumpliera con la tercera ley de Kepler, la potencia de la distancia tendría que reducirse de 2 a 3/2, lo cual requeriría que la materia del vórtice sea más fluida cuanto más alejada del centro, o que la resistencia debida a la falta de lubrificación en las partes del fluido, por el aumento de la velocidad con la cual las partes del mismo se separan entre ellas, aumente en mayor proporción que aquella con que aumenta la velocidad. Pero esto no le parece razonable. (Ibíd., Prop. 52, Scholium, pp. 393-4). Para una discusión de la crítica newtoniana a los vórtices ver Aiton, *The Vortex Theory of Planetary Motions*, pp. 110 ss. A pesar de estos argumentos, los cartesianos no abandonaron inmediatamente los vórtices. Se defendieron señalando que los dos teoremas newtonianos descansaban sobre supuestos arbitrarios. Por ejemplo, en una defensa de los vórtices presentada en 1709 ante la Academia de Ciencias de París, J. Saurin critica a Newton por asumir que el fluido es perfectamente uniforme, "and every where of equal fluidity, and of a resistance on the side of the surfaces, in the ratio of the velocity. But if we suppose the fluidity to augment in proportion as it recedes from the centre, or a resistance greater than in the *ratio* of the velocity, we shall find without difficulty the same proportion that is given by the rule [la 3a ley de Kepler]" J. Saurin, *An examination of a considerable difficulty proposed* by M. Huygens, *against the Cartesian system of the cause of gravity* (April 10, 1709), en *The Philosophical History and Memoirs of the Royal Academy of Sciences at Paris: or, An Abridgement of all the Papers relating to Natural Philosophy, which have been pubish'd by the Members of that Illustrious Society. With many Curious Observations relating to the Natural History and Anatomy of Animals, &c. Illustrated with Copper-Plates*, Translated and Abridged by John Martyn, Vols. I-V, London, John and Paul Knapton, 1742, Vol. III, No. 29, pp. 201-219, p. 219. Y a diferencia de Newton, Saurin no piensa que para descartar esta explicación vortical, baste con declararla no-razonable: "What we say here has not escaped Sir Isaac Newton's exactness; he has expressly observed it; but he contents himself with saying these suppositions would not be reasonable; and tho' the last is incontestable he chooses rather to consider gravity as a quality inherent in bodies…" Ibíd.

[143] La Proposición 53 sostiene que los cuerpos que giran en órbita en un vórtice tienen la misma densidad que el vórtice, y por lo tanto se mueven igual que las partes del vórtice en cuanto a velocidad y dirección del recorrido. (*Principia Mathematica*, II, IX, Prop. 53, p. 394). Por ello es evidente que los planetas no pueden ser arrastrados por vórtices, ya que ellos giran en elipses que tienen un foco en el sol (de acuerdo con Kepler, aunque Newton lo atribuye a la hipótesis

of Dr. Burnet's Theory of the Earth. Allí mencionaba el argumento referente a los tiempos periódicos de los cuerpos que son arrastrados por un vórtice.[144] Por otra parte decía que si la tierra fuese transportada en un vórtice, se movería más rápido en el afelio (cuando está más lejos del Sol) que en el perihelio (cuando está más cerca del sol), lo cual es contrario a la experiencia y la observación.[145] Sobre la base de estas objeciones concluía que la doctrina cartesiana de los vórtices era absolutamente falsa, con lo cual pensaba que se caía todo el sistema de la física cartesiana.[146]

La acusación contra los vórtices de la *Introductio ad Veram Physicam* es que estos contradicen a casi todas las leyes de la

---

de Copérnico), y sus radios trazados hacia el foco situado en el sol describen áreas proporcionales a los tiempos (segunda ley de Kepler), lo cual es ajeno al movimiento de los vórtices. (Ibíd., Schol., p. 395). Según las leyes astronómicas, el planeta que gira alrededor del sol se moverá más lentamente en el afelio (cuando está a la distancia más grande del sol) y más rápidamente en el perihelio (cuando está más cerca del sol). Pero según las leyes mecánicas –que rigen los vórtices– se moverá más rápidamente en el afelio que en el perihelio, lo cual contradice los fenómenos [y por lo tanto la 2ª ley de Kepler]. Ibíd., pp. 395-6. En el prefacio a la Segunda edición (1713) Cotes ajusta al razonamiento del escolio a la Prop. 53 lo siguiente: Los planetas (y cometas) se mueven con velocidad y dirección variables, por lo cual las partes del fluido celeste que están a la misma distancia del sol, se mueven a la vez en direcciones distintas y con velocidades distintas, ya que unas tendrán la velocidad y dirección necesarias para que puedan circular los planetas, y otras para los cometas; pero esto no puede ser explicado por medio de los vórtices. Ibíd., p. XXVIII.

[144] "The great Philosopher of this age, the most Ingenious and Incomparable Mr. Newton by his great and deep skill in Geometry, has shewed that the periodical times of all Bodies which swim in a *Vortex*, must be directly as the squares of their distances from the center of the Vortex [*Principia*, II, IX, Prop 52, p. 387 ss., ver nota 142]. But it is evident from observations, that the Planets in turning round the Sun, observe quite another sort of a law than this, for the squares of their Periodical times are always as the cubes of their distances [Se refiere a la 3a ley de Kepler, ver nota 140], and therefore since they do nost observe the law, which of necessity they must, if they swim in a *Vortex*, it is a demonstration that there are no vortices, in which the Planets are carried round the sun." *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, pp. 16-7. Los corchetes son nuestros.

[145] Ibíd., p. 17. Este argumento es presentado por Newton en los *Principia*, II, IX, Prop. 53, Schol., pp. 395-6. Ver nota 143.

[146] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 17.

naturaleza.[147] En primer lugar, no hay manera de explicar la causa del movimiento circular de la materia sutil en el vórtice alrededor de la tierra.[148] Aún si se admiten los remolinos cartesianos, el vórtice terrestre debe girar a la misma velocidad que la tierra, de lo cual se sigue que, si se calculan los tiempos de caída de los cuerpos, de acuerdo con ese supuesto, resulta una nueva violación de las leyes de la mecánica, pues un cuerpo descendería quince pies por segundo.[149] La defensa cartesiana tradicional frente a esta objeción era suponer la rotación de la materia etérea mucho mayor que la rotación de la tierra. Pero esto tampoco explica mecánicamente la gravedad, ya que la materia de los vórtices se mueve en círculos paralelos al ecuador, y las direcciones de las fuerzas centrífugas resultantes siguen líneas paralelas a los planos de esos círculos. En consecuencia, todos los cuerpos deberían caer en esos planos, en dirección perpendicular al eje terrestre, pero no a la superficie de la tierra, lo cual es un efecto contrario a las leyes de la mecánica,[150] y a la experiencia. Tampoco es posible concebir como podría moverse la materia sutil de los vórtices, no en círculos paralelos al ecuador, sino en círculos sobre una esfera, como suponen los cartesianos para explicar la caída de los graves, perpendicular a la superficie terrestre, en cualquier lugar del planeta.[151] Por estas razones, en la *Introductio ad veram physicam* Keill denuncia a la filosofía cartesiana, que aunque presume haber deducido la gravedad de la acción de una materia sutil, por medio de leyes mecánicas, lo ha hecho erróneamente, a diferencia de la filosofía mecánica propuesta por Newton, que ha dado una explicación correcta de la gravedad y su ley.

---

[147] *Introductio ad Veram Physicam*, praefatio, p. b; *Introduction to Natural Philosophy*, Preface, p. v.
[148] *Introductio ad Veram ...*, p. b-b 2; *Introduction to ...*, p. v.
[149] Lo cual equivale a una velocidad de 4.57 metros por segundo (*Introductio ad Veram ...*, p. b 2; *Introduction to ...*, pp. v-vi), mientras que la velocidad de la caída libre de los cuerpos (sin tomar en cuenta la resistencia del aire) es de 9.8 metros por segundo después de 1 segundo de caída a partir del reposo, de 2 x (9.8 m/seg) = 19.6 m/seg después de 2 segundos de caída, de 3 x (9.8 m/seg) = 29.4 m/seg después de 3 segundos de caída, y así sucesivamente.
[150] *Introductio ad Veram ...*, p. b 2; *Introduction to ...*, p. vi.
[151] *Introductio ad Veram ...*, p. b 2; *Introduction to ...*, pp. vi-vii.

§ 4. El método de la filosofía natural

Keill hace una exposición, en cierta manera ecléctica, del método apropiado a la filosofía natural, y en algunos aspectos parecida a la que se encuentra en el prefacio de la *Física* de Rohault, posiblemente motivada por el mismo:[152] De las diferentes escuelas filosóficas del pasado se debe tomar aquello que sea útil para componer el método. Esta manera de proceder difiere de la elaboración del método de Descartes, que se inspira en las matemáticas para tratar de extender su proceder y certeza a todas las demás ciencias. Aunque la *Introductio ad Veram Physicam* las acepta tácitamente, el método propuesto por nuestro autor tampoco es igual a las reglas del filosofar expuestas por Newton en los *Principia mathematica*.[153] Se trata mas bien de la reunión de algunos preceptos que intentan tomar en cuenta lo que hay de valioso en la

---

[152] *Introductio ad Veram ...*, Lectio I. El interés metódico es, por supuesto, central en Descartes, y por influjo de este, en la modernidad. En el cartesianismo, esta preocupación conduce a una crítica de la tradición. La *Física* de Rohault desde un comienzo vincula el progreso en las ciencias a una reforma en el método del filosofar. A diferencia de lo que ha ocurrido en matemáticas, donde ha habido mucho progreso en la modernidad, "when I came to consider Philosophy, particularly Natural Philosophy, I was very much surprised to see it so barren as not to have produced any Fruit, in so much that twenty Ages have passed, without any new Discovery made in it." (Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy. A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke*, *Published in* 1723, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, prefacio). Esto no se debe a que se ha descuidado el estudio de la naturaleza, o a que los que se han dedicado a la filosofía natural han tenido menos ingenio. Tampoco a que el conocimiento de las cosas naturales está más allá del alcance del entendimiento humano. (Ibíd.). "So that I was forced to conclude, that the *Manner* of philosophizing, was the Thing that had hitherto been mistaken, and that the Errors *therein* which have been introduced, being such as no Body had any Hopes of finding out a Remedy equal to, were a certain Bar to hinder the Approaches towards Truth. I set my self then to enquire wherein the *Manner* of their treating Philosophy was defective; and after having examined with the greatest Diligence possible, what the Method has been from the Schools of the *Athenians* down to this very Time; there seemed to me to be four things blameable in this Matter." (Ibíd.). Estas son: 1. La excesiva autoridad que las escuelas han otorgado a los antiguos, sobre todo la veneración de Aristóteles. 2. El tratamiento demasiado metafísico de las cuestiones. 3. Algunos filósofos solo emplean el razonamiento, otros únicamente los experimentos. Y 4. El desdén por las matemáticas.

[153] Libro III, pp. 398-400.

tradición filosófica. El principio rector de la construcción de este método es el sentido común. Este principio hace posible que se recuperen expresamente algunos elementos de la tradición que habían sido dejados a un lado por los filósofos mecanicistas. En primer lugar –nos dice Keill– ha de seguirse a los Pitagóricos y a los Platonistas en tanto ellos consideran que la geometría y la aritmética son necesarias para explicar los fenómenos de la naturaleza. Él reitera el punto de vista de Galileo y Newton, y lo opone al del cartesianismo, como hemos visto. En segundo lugar, y aquí viene de regreso en relación con Descartes, la crítica a la filosofía natural aristotélica y escolástica tiene que ser parcial, porque sin muchos conceptos heredados de esta tradición, no sería posible la física newtoniana (más adelante veremos que Keill no propone una ruptura completa con la tradición aristotélico-escolástica).[154] En tercer lugar, hay

[154] Todo esto reconociendo que hay razones para dudar de algunas de las *cualidades* y *poderes* que la tradición atribuía a los cuerpos. Esta actitud es similar a la de Rohault. A pesar de su enfrentamiento con la tradición y con Aristóteles, tampoco el cartesianismo de Rohault los rechazaba por completo, sino que incorporaba algunos de los conceptos aristotélicos y escolásticos, desde la perspectiva de los nuevos principios físicos (del cartesianismo). En esto hay un cierto retorno desde la posición más radical de Descartes, que ante todo ve en la escolástica una fuente de error (*Règles pour la direction de l'esprit*, II): "I have taken all the general Notions from *Aristotle*, either for the establishing the Principles of natural Things, or the chief Properties of them: And I have rejected *a Vacuum* and *Atoms*, *or Epicurus's indivisible Particles*, which I think are Things contrary to what is firmly established by *Aristotle*; and I have learnt of him to consider with the greatest possible Care the different Bignesses, Figures, and Motions of the insensible Parts of which sensible Things are composed. And this I was the readier to do, because all these Things have a necessary Connexion with, and Relation to *the Divisibility of Matter*, which I acknowledge with *Aristotle*, who hardly resolves any particular Question, without considering the Bigness, Figure, and Motion of the Parts of Bodies, and the Pores which are between them. But that which most of all determined me to this Consideration, was, that though there seems to me to be a just Ground to doubt of the Truth of some *Qualities* and *Powers* commonly ascribed to some Bodies, yet I do not think that there is the same Reason to doubt of their being composed of insensible Parts, or that I can be deceived in affirming that all these Parts have their particular Figure and Bigness." (Rohault, *A System of Natural Philosophy*, prefacio). Esta actitud algo influyó sobre Keill. También este reconoce la necesidad de emplear conceptos aristotélicos. Es posible que la *Philosophia vetus et nova* de Du Hamel, con su intento de síntesis de motivos tradicionales y modernos igualmente haya repercutido sobre nuestro autor, directa e indirectamente (a través de Rohault). Keill no acompaña a los cartesianos en el

que emplear experimentos, pero con gran precaución, a fin de evitar que el convencimiento de las propias teorías y el deseo de probar que las mismas son verdaderas pueda falsear los experimentos.[155] Por ello, han de admitirse como axiomas o principios indubitables solamente aquellos que han sido corroborados por todos los experimentos.[156] De nuevo, esto se opone a la intuición cartesiana de los principios, que se funda en la razón y no en la experiencia, o en experimentos. Finalmente, se ha de

---

rechazo del vacío, pero sí en el de los átomos, ya que es partidario, como ellos, de la divisibilidad infinita de la materia, aunque no dice apoyarse en Aristóteles, sino en argumentos geométricos (*Introductio ad Veram Physicam*, lectio 3, pp. 22 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 26 ss.), que por cierto ha tomado de Rohault y Du Hamel (ver más adelante: Capítulo II, §§ 10 y 11). La actitud de Keill hacia el atomismo tiene sus facetas. Por una parte, piensa que el atomismo estaba en lo cierto en su intento de aclarar los entes naturales por medio de los átomos, el movimiento y el vacío, y apoya la filosofía mecanicista moderna (inspirada por el atomismo) que busca explicaciones fundadas en la materia y el movimiento. Esto lo pone del mismo lado que Rohault. Pero, según se ha visto, cuando Rohault propone una consideración de los tamaños figuras y movimientos de los corpúsculos (divisibles, que por lo tanto no son átomos) insensibles (por su reducido tamaño) que constituyen las cosas sensibles, el punto de vista de Keill es otro. Posiblemente la mejor descripción de la posición que Keill asume, sobre todo a partir de 1708, es la de un corpuscularismo, en parte influenciado por Newton, en el cual los corpúsculos son divisibles *in infinitum* y no hay *corpuscula minima*, aunque se presentan en la naturaleza como corpúsculos de primera composición (materia con vacío), segunda composición (corpúsculos de primera composición y vacío), etc. Tanto la cohesión interna de estos corpúsculos, como su cohesión con otros corpúsculos dentro de los cuerpos, no se fundan en sus diferentes formas, sino en una fuerza atractiva esencial a la materia. John Keill, "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26, 1708-1709, pp. 97-110.

[155] También la física cartesiana valoraba los experimentos y proponía cautela ante los mismos. De acuerdo con Rohault, hay que evitar dos extremos: Por un lado, el de los que están solamente por el razonamiento, especialmente si lo han tomado prestado de los antiguos, y descuidan los experimentos, y por el otro, aquel de los que piensan que todo debe ser reducido a experimentos. Ambos extremos impiden por igual el progreso de la filosofía natural. Experimentos y razonamientos son necesarios para establecer y hacer avanzar la filosofía natural. (Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, prefacio).

[156] *Introductio ad Veram Philosophy*, pp. 2, 5, 6; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 2, 3, 7. Hay que dar crédito antes a aquellos experimentos que son más simples y fáciles de mostrar que a los más complicados, que son difíciles de ejecutar. *Introductio ad ...*, pp. 5-6; *Introduction to ...*, p. 7.

investigar, junto con los atomistas y los modernos filósofos mecanicistas, cuáles son los fenómenos que pueden ser explicados por medio de la materia, movimiento y las leyes establecidas de la mecánica.[157]

El segundo precepto, que autoriza la incorporación de algunos conceptos procedentes de las escuelas, como los de *cualidades*, *poderes* y *fuerzas*, podía suscitar objeciones, ya que la filosofía mecánica había descartado las *formas substanciales* y con ellas las *cualidades*, *simpatías*, *antipatías* y otras nociones de la física escolástica.[158] En efecto, la sustitución de ésta por la física mecánica de la extensión y el movimiento, uno de los principales logros del cartesianismo, se había obtenido mediante la eliminación de dichos conceptos. Por ello, los filósofos cartesianos consideraron la atracción newtoniana como una *cualidad oculta* y acusaron a Newton de capitular frente al aristotelismo, aunque el propio Newton no consideró a la gravedad como una cualidad oculta, sino como una ley de la naturaleza, corroborada por los fenómenos. Como es bien sabido, Descartes pensó que era posible desarrollar una física sobre bases enteramente mecánicas, y por lo tanto prescindiendo de nociones teleológicas como fuerza o poder, provenientes de la tradición aristotélico-escolástica. Además, según él, la nueva física no debía invocar la existencia de ninguna entidad oculta para explicar las causas de los fenómenos de la materia.[159] Cuando en el

---

[157] *Introductio ad ...*, pp. 2, 6; *Introduction to ...*, pp. 3, 7.

[158] A pesar del intento de incluirlo en el método de la filosofía natural, este precepto es contrario al pensamiento de la filosofía mecanicista.

[159] Ver *Le Monde*, Ch. II, pp. 7, 9, 10, Ch. V, pp. 25-6, Ch. VI, pp. 33, Ch. VII, p. 40. Cfr. Rohault; *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, prefacio.: "In a Word, I think we should carefully enquire into the Cause why Matter produces such a particular Effect rather than any other, and not accustom ourselves to say that it is the Effect of a certain *Quality*; for from hence it is that we are led to give Words instead of Reasons, and hence arises that senseless Vanity of thinking that we know more than others, because we know Words which the common People don't know, and which indeed have no determinate Meaning. To say the Truth; it shows a mean Spirit, and one that is soon satisfied; to believe that we know more of Nature than other Men, because we have learn'd that there are occult Qualities, and can give a general Answer to all Questions proposed to us concerning the different Effects of Nature. For what Difference is there in the Answer of a Plowman and a Philosopher, if they are both asked, whence is it, for Instance, that the Loadstone attracts the Iron, and the one answers, that he does not know the Reason of it, and the other says, it is done by some Vertue or

Aristarchii Samii de Mundi Systemate del matemático Gilles de Roverbal, aparecido en 1644, se proponía una explicación mecánica –si bien cruda– de los fenómenos a partir de atracciones mutuas, [160] Descartes reaccionó en contra de la misma con peculiar dureza,[161] y otros

occult Quality? Is not this in plain *English*, to say the same Thing in different Words? And is it not evident, that all the Difference there is betwixt them is only this, that the one is so honest as to confess his Ignorance, and the other has the Vanity to endeavour to conceal his?"

[160] Gilles Personne de Roberval, *Aristarchii Samii de Mundi Systemate, partibus et motibus ejusdem, libellus. Adjectæ sunt Æ. P. de Roberval Mathem. Scient. In Collegio Regio Franciæ professoris, Notæ in eumdem libellum*, Paris, apud Guillelmum Baudry, 1644.

[161] En carta escrita en francés a Mersenne del 20 de abril de 1646, Descartes anuncia el envío de algunas observaciones sobre el "Ariſtarque" de Roberval. (Descartes, *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery Eds., 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. IV, Descartes a Mersenne, 20 avril 1646, p. 392.). Las observaciones aparecen en carta en latín de la misma fecha, entre ellas la crítica a la atracción: "Denique abſurdiſſimum eſt quod addit, ſingulis partibus materiæ mundanæ ineſſe quandam proprietatem, vi cuius ad ſe inuicem ferantur, & reciprocè attrahant; itemque ſingulis partibus materiæ terreſtris ſimilem ineſſe proprietatem, reſpectu aliarum partium terreſtrium, quæ priorem non impediat. Nam ad hoc intelligendum neceſſe eſt, non modò ſupponere ſingulas materiæ particulas eſſe animatas, & quidem pluribus animabus diuerſis, quæ ſe mutuò non impediant, ſed etiam iſtas earum animas eſſe cogitatiuas, & planè diuinas, vt poſſint cognoſcere quid fiat in illis locis longè a se diſtantibus, sine vllo internuntio, & ibi etiam vires ſuas exercere." Descartes a Mersenne, 20 avril 1646, Descartes, *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery Eds., 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. IV, p. 401. Descartes y Roberval –uno de los grandes matemáticos del siglo XVII (Ver, p. ej., la *présentation genérale* de : *éléments de géométrie de G. P. de Roberval*, Textes réunis et présentés par Vincent Jullien, Paris, Vrin, 1996, pp. 20-21.)– tuvieron varios enfrentamientos. Aparentemente, la disputa sobre la atracción fue iniciada por Descartes, como reacción a una crítica a su tratamiento del problema de Pappus, que le expuso Roberval cuando se conocieron personalmente en 1645 en París. Una semana después de regresar a Holanda, Descartes escribió a Mersenne, provocando un choque con Roberval, que no fue el primero. En 1638 habían tenido otra controversia, suscitada por el ataque de Descartes contra el método de máximos y mínimos aplicado por Fermat a las tangentes, que provocó la intervención de Roberval en favor de este último. Paul Tannery atribuye a Descartes la mayor parte de la culpa por estas disputas. (Ver: Paul Tannery, *La correspondence de Descartes*, Paris, 1893, p. 81. Referido por Evelyn Walker, *A Study of the Traité des Indivisibles of Gilles Persone de Roberval with a view to answering, insofar as is possible, the two questions: Which propositions*

cartesianos lo siguieron. Así se puede ver, por ejemplo, en el *Traité de Physique* de Rohault: Todos los movimientos se originan solamente a partir de impulsos, la única manera de concebir claramente la explicación de los movimientos, como consecuencia de la impenetrabilidad de la materia.[162] Rohault critica a los filósofos (aristotélicos, escolásticos, y cualesquiera otros partidarios modernos de la existencia de atracciones y repulsiones) que piensan que es imposible dar cuenta de todos los movimientos observados en la naturaleza sólo por medio de impulsos, razón por la cual –afirma– han introducido cosas como la *atracción*, las *simpatías* y *antipatías*, el *horror vacui*, etc., que no son sino quimeras inventadas para simular que se ha dado la razón de aquello que en realidad no se ha comprendido, y por lo tanto no deben usarse en una filosofía natural que supera a las anteriores. Además, esas nociones no deben ser admitidas en absoluto por la filosofía natural en tanto son oscuras.[163] Con estos antecedentes, cabía esperar lo que ocurrió: Después de que aparecieron los *Principia mathematica*, los cartesianos franceses reaccionaron contra la física newtoniana, acusándola de reiterar las desacreditadas cualidades ocultas de aristotélicos y escolásticos, y

---

contained therein are his own, and which are due to his predecessors or contemporaries? And What effect, if any, had this work on his succesors?, AMS Press, New York, 1972, Reimpresión de la edición de Teachers College, Columbia University, New York, 1932.). Descartes podía llegar a referirse a sus adversarios con desprecio: “Je vous enuoye icy quelques-vnes des fautes que i’ay remarquées dans l’Ariſtarque, & ie vous diría icy, entre nous, que i’ay tant de preuues de la mediocrité du ſçauoir & de l’esprit de ſon Autheur, que ie ne puis aſſez admirer qu’il ſe ſoit acquis à Paris quelque reputation … Mais, quand ie n’aurois iamais rien veu de luy que son Ariſtarque, ou il ſupoſe *tanquam ex Mechanicæ, vel Geometriæ, vel Opticæ principijs notiſſima*, des choses qui ſon appertement fauſſes, ie ne pourrois iuger de luy autre choſe, sinon qu’il penſe eſtre beaucoup plus habile qu’il n’eſt, & que c’eſt pluſtoſt en faiſant le capable, & en méprisant les autres, qu’il s’eſt acquis quelque reputation, que non pas en produiſant quelque chose de ſon eſprit qui la meritaſt.” Descartes a Mersenne, 20 avril 1646, *Oeuvres de Descartes*, Vol. IV, pp. 392-3.

[162] Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, Ia parte, Chap. X (Of Motion and Rest), 1-3, pp. 38 ss. El movimiento sólo se transmite por la aplicación de un cuerpo sobre otro; es decir: únicamente por contacto, y no hay acción a distancia de un cuerpo sobre otro.

[163] *A System of* ..., I, 2, 14-15, pp. 54-5. “That they are obscure, is very evident; for if we take a Loadstone; for Example, It is manifest to all the World, that to say it has an *attractive Vertue* or *a Sympathy* with the Iron, does not at all explain the Nature or the Properties of it.” Ibíd., p. 55.

revivieron la vieja crítica que consideraba a la atracción como una cualidad oculta. El cartesiano J. Saurin lo hace todavía en 1709.[164] Otro tanto hicieron los cartesianos británicos, e incluso la crítica de Rohault, que obviamente no estaba dirigida hacia la física de Newton, sino contra aristotélicos, escolásticos, y posiblemente también contra el *Aristarchii* de Roberval, pareció que apuntaba hacia él.[165]

Es conocido que Newton no pensó que la gravedad fuese esencial a la materia. En los *Philosophiae naturalis principia matemática* él evitó ofrecer una aclaración de la atracción; su discusión del movimiento de los cuerpos bajo el efecto de fuerzas centrípetas previene contra la interpretación de que la atracción es una propiedad irreductible de la

---

[164] "[Newton] chooses rather to consider gravity as a quality inherent in bodies, and to renew the exploded notions of occult qualities and attraction. We must not flatter ourselves, that in all our physical inquiries, we can ever surmount all difficulties: but however let us always philosophize upon clear, mechanical principles; if we quit them, all the light that we can have is extinguished, and we are plunged anew into the old darkness of peripateticism, from which heaven preserve us." Joseph Saurin, *An examination of a considerable difficulty proposed* by M. Huygens, *against the Cartesian system of the cause of gravity* (April 10, 1709), en *The Philosophical History and Memoirs of the Royal Academy of Sciences at Paris: or, An Abridgement of all the Papers relating to Natural Philosophy, which have been pubish'd by the Members of that Illustrious Society. With many Curious Observations relating to the Natural History and Anatomy of Animals, &c. Illustrated with Copper-Plates*, Translated and Abridged by John Martyn, Vols. I-V, London, John and Paul Knapton, 1742, Vol. III, No. 29, pp. 201-219, p. 219. En su elogio de Saurin, Fontenelle se hace eco de esto: " … il paraît toujours bien convaincu que les vrais Philosophes doivent faire tous leurs efforts pour conserver les Tourbillons de Descartes, *sans quoi*, dit-il, *on se trouveroit replongé dans les anciennes ténèbres du Péripatétisme dont le Ciel veuille nous préserver*." El rechazo de la atracción no sólo tiene razón filosófica –la falta de claridad, sino también nacionalista: "On entend assez qu'il parle des Attractions Newtoniennes. Eût-on cru qu'il fallût jamais prier le Ciel de préserver des François d'une prévention trop favorable pour un Systême incompréhensible, eux qui aiment tant la clarté, et pour un Systême né en Pays étranger, eux qu'on accuse tant de ne goûter que ce qui leur appartient?" Fontenelle, *Éloge de Monsieur Saurin*, en Fontenelle, *Œuvres Complètes*, Paris, Fayard, 1989, Vol. 7, pp. 271-83, p. 279.

[165] Ver la introducción de Laslett al *System of Natural Philosophy* de Rohault, Vol. 1., p. xx.

materia,[166] y en una famosa carta a Richard Bentley aclara expresamente que no toma a la gravedad por una propiedad esencial e inherente de la materia, añadiendo que no pretende conocer su causa.[167] La razón de esta cautela es su comprensión de que los conceptos escolásticos de las cualidades y las formas substanciales de las cosas son en principio incompatibles con la filosofía mecánica. Keill, por su lado, no tiene la misma comprensión y defiende el uso en la filosofía natural de términos que designan cualidades,[168] como "atracción," sobre la base de que una cualidad no está oculta si es posible medirla y determinarla, aun cuando la causa de la misma permanezca oculta; de modo que la ignorancia acerca del origen de estas cualidades no las vuelve ocultas. Los Peripatéticos, dice Keill en la *Introductio ad Veram Physicam*, inventaron términos como *materia* y *forma*, *privación*, *virtud elemental*, etc., para expresar acciones naturales, pero no llegaron a descubrir realmente las causas naturales de las cosas.[169] A pesar de esto, algunos de los términos por ellos acuñados, como *cualidad*, *facultad* y *atracción*, deben ser usados en la física, aunque teniendo en claro que esas palabras no definen la verdadera causa ni el modo de acción de los entes naturales.[170] Con esto trata de evitar la acusación de recurrir a las

---

[166] *Principia mathematica*, I, XI (Del movimiento de cuerpos que tienden unos a otros con fuerzas centrípetas), p. 164.

[167] Carta de Newton a Richard Bentley, del 17 de enero de 1692/3, en Isaac Newton, *The Corresponce of Isaac Newton*, ed. H. W. Turnbull et al., 7 Vols., Cambridge, Cambridge University Press, 1959-1977, Vol. 3 (1688-1694), 1961, p. 240.

[168] Cfr. Rohault, *A System of Natural Philsosophy*, Vol. 1, I, 4, 7, p. 16: "By the Word Quality we mean that, by which a Thing is denominated *such*; Thus *that* in the Fire, whatever it be, which has a Power to raise the Sensation of Heat in us, we call a *Quality* of the Fire, because it is from *this* that the Fire is said to be hot."

[169] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio I, p. 2; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 2.

[170] *Introductio ad Veram Physicam*, I, p. 3; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 4. En esto sigue a Rohault: "That which is to be feared here, and which hath made some over-scrupulous Persons wish that this Word were never used, but wholly suppressed, is, that some Men foolishly think, that they are very knowing, if they can but apply this Word, and some other of the like Sort, to express a thing which they do not at all understand. However, I cannot agree to them, but think it sufficient, if we do not use it in a bad Sense. For it seems to me (as it did formerly to *Aristotle*) to be very properly used for *that* in general, whatever it be,

cualidades ocultas para dar cuenta del movimiento de los entes naturales y de sus causas. De acuerdo con Keill, llamar a las acciones ejercidas por los cuerpos cualidades no es inadecuado, ya que dichas acciones tienen las propiedades de las cualidades (verbigracia: la intensidad), en tanto la *gravedad* y la *atracción*, por ejemplo, pueden aumentar o disminuir. Así pues, es posible decir que la gravedad es una cualidad por medio de la cual todos los cuerpos son llevados hacia abajo, independientemente de cual pueda ser su causa, de manera que no nos comprometemos a conocer o decir su verdadera causa.[171] También puede decirse que la atracción es la tendencia de los cuerpos a acercarse uno al otro, pero ninguna de las dos afirmaciones quiere decir que ambas palabras ("gravedad" y "atracción") se refieren a las verdaderas causas de estas acciones. Tales causas están ocultas para nosotros. Pero que las causas estén ocultas no debe tener como consecuencia que la gravedad y la atracción deban llamarse cualidades ocultas, porque es posible determinar sus intensidades y remisiones.[172]

---

which we conceive to belong to a Subject, and on the account of which, we give a particular Name to it. Thus, until we clearly and distinctly understand what the Heat of the Fire is, we may call it *a Quality* of the Fire." (Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, Ia parte, 4, 8, p. 16). Más adelante ajusta lo siguiente: "The Words *Vertue* or *Faculty*, in any Subject, signify in general, the Power which a Thing has to produce some effect in another Thing. Thus what we just now called a *Quality*, upon this Account, that the Fire is from thence denominated hot; may also be called a *Vertue* of the Fire, if we consider, that it is from *this*, though we know not what it is, that the Fire can heat any Thing." (Ibíd., Ia parte, 4, 9, p. 16).

[171] Que bien pudiera ser la acción de los cuerpos que tienden unos hacia los otros, o que estos sean agitados por la emisión de efluvios, o por la acción del éter, o del aire, o de cualquier medio que los empuja unos hacia los otros; en suma, no importa su causa. *Introductio ad Veram Physicam*, p. 3, *Introduction to Natural Philosophy*, p. 4.

[172] Esto se sustenta en que las leyes de la naturaleza tienen la forma de ecuaciones algebraicas, donde una de estas cualidades puede formar parte de las variables (verbigracia: en la ley de gravedad). Las cualidades pueden determinarse igual que se resuelve una ecuación algebraica, en la cual los valores de las variables *x* e *y*, por ejemplo, inicialmente desconocidos, son descubiertos. Del mismo modo podemos determinar el valor de la fuerza de gravedad que actúa sobre un cuerpo en la superficie de la tierra, o la fuerza que ejerce el sol sobre la tierra, a partir de la ley de dicha fuerza. "And if the true Causes are hidden from us, why may we not call them occult Qualities?

Para ilustrar este punto, Keill presenta un teorema concerniente a la intensidad y remisión de las cualidades, válido –de acuerdo con él– no importa cuan ignorantes seamos acerca de la naturaleza y el modo de operación de las cualidades: “Every quality or virtue that is propagated every way in right lines from a center, is diminished in a duplicate proportion of the distance from that center.”[173] Este teorema tuvo cierta influencia posterior en filósofos de la naturaleza británicos, y también en autores continentales. En la *Monadologia physica* de 1756, Kant alude al mismo para afirmar que la fuerza de atracción ejercida por sus mónadas físicas sigue la ley del inverso del cuadrado de la distancia.[174]

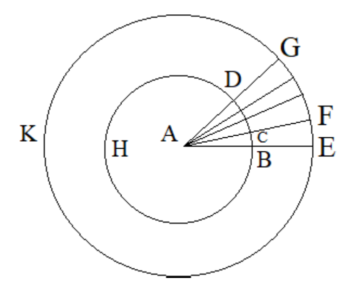


Figura 1

Supongamos, en la Figura 1, que la cualidad es difundida en todas direcciones desde el centro A, en las líneas AB, AC, AD, e innumerables otras líneas que se despliegan a través de todo el espacio. El teorema

Certainly by the same right, as in Algebraical Equations we denote the unknown Quantities by the Letter *x* or *y*; and not by a very unlike Method we may investigate the Intensions and Remissions of these Qualities, which follow from some certain supposed Conditions.” *Introduction to* ..., p. 4. Cfr.: “Et si verae illarum causae nos lateant, quidni etiam qualitates occultae dici mereantur? eodem sane jure, quo in aequatione Algebraica incognitas quantitates literis *x* vel *y* designaum, & methodo haud multum absimili, harum qualitatum intensiones & remissiones, quae ex positis quibuscunque conditionibus sequuntur, investigari possunt.” *Introductio ad* ..., p. 3.

[173] *Introduction to Natural Philosophy*, p. 5. Cfr.: “ſcil. quod Qualitas ſeu virtus omnis, quæ undique à centro per rectas lineas propagatur, remittitur in ratione distantiæ duplicata.” *Introductio ad* ..., p. 3.

[174] *Monadologia physica*, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I,, Prop. 10, pp. 548, 550.

keilliano afirma que:

$$Q_{AB} \propto {}^{1}/AB^{2}$$
$$Q_{AE} \propto {}^{1}/AE^{2}, \text{ y},$$
$$Q_{AB}/Q_{AE} = AE^{2}/AB^{2},$$

donde AB es la distancia entre A y B, y AE la distancia entre A y E; Q_{AB} y Q_{AE} son las intensidades de la cualidad a las distancias AB y AE del centro A.[175] Este teorema se aplica en particular a la fuerza de gravedad.[176] Si la cualidad mencionada es una fuerza, tiene que ser una fuerza central, como es la gravedad. Keill propone la siguiente demostración. Si la cualidad es propagada en una esfera en líneas rectas desde el centro, su intensidad será proporcional a la densidad de los rayos en la superficie de la esfera.[177] Esto quiere decir que:

$$Q_{AB} \propto \text{Densidad en BCDH y } Q_{AE} \propto \text{Densidad en EFGK.}$$

Los mismos rayos que a la distancia AB son difundidos a través de la superficie esférica BCDH serán dispersados a la distancia AE a través de la superficie EFGK. Como consecuencia de esto, si el área de la superficie EFGK es doble, o triple, que el área de la superficie BCDH, la densidad de los rayos a la distancia AB será doble, o triple, que la

---

[175] “I say, that the Intension of the Quality decreases in a Ratio duplicate of that, whereby the Distances increase; or, which is the same thing, its Intension at a Distance equal to AB is to its Intension at a Distance equal to the right Line AE, reciprocally in a duplicate Ratio of the Distance AB, to the Distance AE; that is, directly as the Square of AE to the Square of AB.” *Introduction to* ..., p. 5. Cfr.: “dico intensionem istius qualitatis decrescere in ratione ejus, qua crescunt distantiae, duplicata; seu quod idem est, intensionem ejus in distantia aequali ipsi AB esse ad illius intensionem in distantia aequali rectae AE, reciproce in duplicata ratione distantiae AE ad distantiam AB hoc est, ut quadratum ipsius AE ad quadratum ipsius AB.” *Introductio ad* ..., p. 4.

[176] También se hubiera aplicado a la fuerza (atractiva o repulsiva) entre dos cargas eléctricas, cuya ley fue descubierta después (1785) por Charles A. de Coulomb (1736-1806) y prescribe también la variación inversa con el cuadrado de la distancia.

[177] Keill entiende por *rayos* [*radios* o *rays*], las “vias rectilineas per quas diffunditur qualitas,” *Introductio ad Veram Physicam*, p. 4, o “the rectilinear ways by which the quality is difussed.” *Introduction to Natural Philosophy*, p. 5.

densidad a la distancia AE. Esto puede ser puesto de la siguiente manera:

$$\text{Densidad en EFGK}/\text{Densidad en BCDH} = \text{Área de la superficie BCDH}/\text{Área de la superficie EFGK}$$

ó:

$$\text{Densidad en BCDH}/\text{Densidad en EFGK} = \text{Área de la superficie EFGK}/\text{Área de la superficie BCDH}$$

En cualquier superficie esférica de radio *r*, la densidad de los rayos será proporcional a $1/r^2$, porque todas las superficies esféricas están en una razón duplicada de sus radios.[178] Así pues, la densidad de los rayos a la distancia AB será proporcional a $1/AB^2$, y la densidad a la distancia AE será proporcional a $1/AE^2$. Y de esto se sigue que:

$$\text{Densidad en BCDH}/\text{Densidad en EFGK} = AE^2/AB^2$$

y

$Q_{AB}/Q_{AE} = AE^2/AB^2$, que es lo que había que demostrar.

De acuerdo con Keill, su prueba es válida para toda cualidad central, independientemente de cuál pueda ser su naturaleza, de lo cual se sigue que cualquier cualidad de ese tipo –por ejemplo la *gravedad* o *atracción*– no puede ser llamada oculta, porque su intensidad puede ser determinada. Él toma esta proposición de los *Elements of Physical and Geometrical Astronomy* de David Gregory, pero la demuestra de manera diferente.[179]

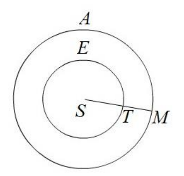
---

[178] De acuerdo con Arquímedes, *Sobre la esfera y el cilindro*, la superficie de cualquier esfera es cuatro veces la de su círculo más grande. En notación moderna, $S = 4\pi r^2$.

[179] Gregory enuncia la proposición de esta manera: "*The Force or Efficacy of any Virtue propagated from a Centre, or to a Centre, in Right lines every way round about, in different places, is reciprocally proportional to the Square of the Distances of the place from the Centre*." (David Gregory, *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy. To which is Annex'd, Dr. Halley's Synopsis of the Astronomy of Comets*, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York, 1971, Reimpresión de la edición de 1726, Vol. 1, Book I, Section VII, Proposition XLVIII, p. 102.). Sin embargo, en la demostración considera que la virtud se difunde en superficies esféricas alrededor de un centro.

El teorema que hemos visto presupone que las cualidades centrales se difunden de acuerdo con un patrón de simetría esférica, de manera que la intensidad de la cualidad será la misma en todos los puntos situados a la misma distancia del centro. Estrictamente hablando, esto no es necesario en una cualidad central, lo único que es requerido es que la cualidad que actúa en cualquier lugar del espacio provenga de un centro (o punto dado) en ese espacio,[180] por lo cual, la difusión de la cualidad en cuestión no tiene que seguir necesariamente un patrón determinado, e incluso no tiene que tener una simetría. Adicionalmente a la simetría esférica, Keill supone algo más, a saber: que las cualidades centrales son difundidas en líneas rectas. Sin embargo, esta no es la única manera de

---



Su prueba es la siguiente: "Let *S* [ver figura] be the Centre, from which, or to which, the Virtue is propagated. Round it describe two Spherical Surfaces *TE*, *MA*, at any distances, *ST*, *SM*. I say the Force or Efficacy of the Virtue in *T*, is to the Force of the same in *M*, as SM^q, to ST^q. The same Virtue equally diffused and spread thro' a double Space, will be twice as little in any given part: And if it be diffused thro' a triple Space, it will be three times as little: And, universally, the Efficacy of the Virtue is reciprocally as the Space into which it is diffused; because 'tis directly as the constipation of the Virtue. But any Virtue, which at the distance *ST* from the Centre, is equally diffused thro' the Spherical Surface *TE*; at the distance *SM*, is diffused thro' the Spherical Surface *MA*, after the like manner. The Efficacy therefore of that Virtue, at the distance *ST*, is to the Efficacy of the same at the distance *SM*, as the Spherical Superficies *MA*, is to the Spherical Superfices *TE*; that is, as SM^q to ST^q. Which was to be demonstrated. Of this kind are the Virtues or Effects of Light, Heat, &c. and also of Gravity, as is evident from what has been already demonstrated. But some other Virtues, as those of the Loadstone and Amber, are of another kind." David Gregory, *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy. To which is Annex'd, Dr. Halley's Synopsis of the Astronomy of Comets*, 2 vols, Johnson Reprint Corporation, New York, 1971, Reimpresión de la edición de 1726, Vol. 1, Book I, Section VII, Proposition XLVIII, pp. 102-3. Los corchetes son nuestros.

[180] Tampoco tiene que propagarse indefinidamente en el espacio.

concebir su propagación, ya que también podríamos pensar que estas cualidades se difunden en superficies esféricas, que van ampliándose –como ondas– a medida que aumenta la distancia del centro.[181] Ambas maneras de concebir la propagación de las cualidades conducen a que estas varían según el inverso del cuadrado de la distancia. Pero tampoco esto es necesario en una cualidad central, incluso si se supone la simetría esférica. Es posible concebir otras maneras de propagación que conduzcan hacia leyes diferentes, verbigracia: a que las cualidades varíen según el cubo u otra potencia de la distancia. Si la cualidad central se difunde en volúmenes esféricos, su intensidad disminuiría con el inverso del cubo de la distancia. Keill no elabora más la afirmación de que la cualidad es propagada en rayos. Sin embargo, dicha afirmación es problemática. ¿Qué significa –no geométricamente, sino físicamente– que la cualidad se propague, o se difunda, en líneas rectas desde el centro? ¿Quiere esto decir que la cualidad viaja en líneas rectas? ¿Piensa Keill que en cada punto de dichos rayos la cualidad tiene una intensidad (que disminuye con la distancia del centro según la ley del inverso del cuadrado de la misma)? ¿Qué clase de entidades serían esos rayos? ¿Son los múltiples rayos finitos o infinitos en número? ¿Cómo podría la cualidad viajar, o distribuirse, a lo largo de ellos? ¿Es la cualidad transmitida inmediatamente a distancia por ellos? Estas preguntas conciernen a la determinación de las causas de que la cualidad se manifieste a una determinada distancia y con cierta intensidad. En la *Introductio ad Veram Physicam*, Keill afirma que esas causas son ocultas –como ya vimos– evitando especular al respecto. Hay que notar, sin embargo, que su teorema incurre explícitamente en una especulación, e implícitamente abre la puerta a una pluralidad de ellas. A diferencia de Newton, quien en la primera edición de los *Principia mathematica* deja entrever que la causa última de la gravedad sean impulsos,[182] Keill no

---

[181] En lo que concierne a la fuerza de gravedad, el astrónomo Edmund Halley llegó a la proporción duplicada de la distancia considerando la fuerza del sol como una emanación, que debe hacerse más débil proporcionalmente al incremento de la superficie esférica sobre la cual se difunde, y por lo tanto en la proporción inversa del cuadrado de las distancias. Ver: William Whewell, *History of the Inductive Sciences*, Vol. II, Olms, Hildesheim, 1976, reprint of the 3rd Edition, London, 1857, p. 115.
[182] *Principia mathematica*, I, XI, p. 164.

muestra preferencia por esta u otra posible explicación,[183] y en un trabajo posterior va a sostener que la atracción es una propiedad esencial de la materia, por lo tanto no reducible a impulsos.[184]

Que la intensidad de la cualidad varíe según el inverso del cuadrado de la distancia *r* del centro es una consecuencia de la afirmación de que la intensidad es proporcional a la densidad de los rayos a la distancia *r*. Si esto es verdad, la densidad se obtendrá dividiendo el número de rayos por el área de la superficie esférica cuyo radio es *r*. Dicha área es $4.\pi.r^2$ y de esta manera aparece la proporción duplicada inversa de la distancia. Como el número de rayos es el mismo a cualquier distancia del centro, su densidad variará sólo con la distancia. Este procedimiento es riguroso únicamente si dicho número es finito, pero el número de rayos a través de los cuales es difundida la cualidad no lo es, porque habrá una línea recta entre A y todos y cada uno de los puntos de las superficies esféricas BCDH, EFGK, o cualquier otra, y el numero de puntos que hay sobre esas superficies no es finito. En consecuencia, al intentar determinar la densidad de los rayos a una distancia dada del centro, o compararla con la densidad a otra distancia, surge una dificultad, ya que a cualquier distancia del centro la cantidad de rayos que transportan una cualidad no es finita (ni siquiera numerable). A mí mejor entender, la afirmación de Keill, según la cual la intensidad de la cualidad a cualquier distancia *es proporcional a la densidad de los rayos a la misma distancia* es problemática. Aparte de la dificultad inherente a la determinación de tal densidad, hay otros problemas envueltos en la idea de que la intensidad de la cualidad depende del número de rayos. Por ejemplo, la intensidad de la cualidad en el punto D será menor que su intensidad en el punto G (ver Figura 1), pero el número de rayos que pasa a través de cada punto es uno, y ambos puntos carecen de dimensión. Uno y el mismo rayo transmite la cualidad a ambos puntos. ¿Cómo puede depender su intensidad de la densidad de los rayos? Más aún, ¿cómo se podría explicar que la cualidad sea difundida a través de rayos de manera tal que su densidad dependa del

---

[183] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 3; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 4. En una nota anterior nos referimos a esto.
[184] John Keill, "Epistola … In qua Leges Attractionis …," 1708, *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26, 1708-1709, pp. 97-110, p. 97.

número de dichos rayos? Si la cualidad se difunde en rayos, de acuerdo con la definición de Keill (ver nota 177), es posible concebir que su intensidad disminuya con la distancia. No obstante, tal decrecimiento no depende de la densidad de los rayos. Uno podría especular que cada rayo transporta una parte de la cualidad, pero ¿cómo podría ser distribuida esa parte a lo largo del rayo? Como dijimos antes, la difusión de una cualidad desde un centro no implica que ella se propague a través de líneas rectas en la forma en que Keill piensa; añadamos que parece menos problemático suponer que un mismo quantum, o la misma virtud, se difunde a través de las superficies esféricas BCDH, EFGK y cualquier otra. En este caso, la intensidad de la cualidad en cualquier punto a la distancia r del centro será proporcional a la división del quantum de la cualidad por el área de la superficie esférica a esa distancia. Gregory demuestra su teorema de manera parecida a ésta.[185]

Para finalizar, Keill propone tres reglas a seguir en filosofía natural.[186] En primer lugar, tras los pasos de los geómetras, se deben tomar como premisas aquellas definiciones que son necesarias para llegar al conocimiento de las cosas, las cuales no han de ser definiciones lógicas (a través de *géneros* y *diferencias específicas*).[187] Y por medio de ellas tampoco se ha de buscar descubrir la esencia y causa última de la cosa a definir, sobre lo cual el filósofo de la naturaleza es ignorante, y además no está interesado en ello.[188] Esta regla prescribe un cambio de método en la filosofía natural, influido no sólo por el newtonianismo, sino también por la filosofía empirista, en virtud del cual, la búsqueda, principalmente racional, de las cualidades de los cuerpos, de la que no resulta un conocimiento verdadero, y menos aún útil, ha de ser substituida por una investigación empírica. No se trata de buscar definiciones racionales de las cosas, sino empíricas. Keill afirma que todo conocimiento de los cuerpos o sus acciones es obtenido por medio

---

[185] Ver nota 179.

[186] *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 7-10. *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 6-8.

[187] Ibíd. p. 6; *Introduction to ...*, pp. 7-8.

[188] "… these Matters I leave to be disputed by others; for ingenously to confess my own Ignorance, the intimate Natures and causes of Things are not known to me." *Introduction to ...*, p. 8. Cfr.: *Introductio ad ...*, p. 6.

de los sentidos, o deducido a partir de sus propiedades, que han sido descubiertas de la misma manera; al contrario de lo que pide Descartes, para quien las percepciones sensibles no nos enseñan lo que realmente existe en las cosas, por lo cual hay que dejar a un lado los prejuicios de los sentidos y confiar sólo en el espíritu, por medio de la reflexión cuidadosa en torno a las ideas implantadas en el mismo por la naturaleza.[189] Por esto, la *Introductio ad Veram Physicam* sostiene que las definiciones en filosofía natural deben ser descripciones de la cosa, que permitan concebirla de manera clara y distinta,[190] y diferenciarla de cualquier otra cosa.[191] Hay que definir las cosas por las propiedades más

---

[189] *Principes de la Philosophie*, en *Œuvres de Descartes*, Vol. IX-2, II, 3, pp. 64-5.

[190] Cfr. Descartes, Ibíd., I, 45, p. 44 [las negrillas son nuestras]: "I'appelle claire celle [aquel conocimiento] qui est presente & manifeste **à vn esprit attentif**: de mesme que nous disons voir clairement les objets, lors qu'estant presents ils agissent assez fort …, & que nos yeux sont disposés à les regarder. Et distincte, celle qui… est tellement precise & differente de toutes les autres, qu'elle ne comprend en soy que ce qui paroit manifestement à *celuy qui la considere comme il faut*." Sin embargo, la manera de comprender la claridad y distinción de Keill es tributaria más de Locke (cuyo *Essay* Keill conoció, como revela la lectura de la *Introductio ad Veram Physicam*) que de Descartes: "Our simple ideas are *clear*, when they are such as the objects themselves from whence they were taken did or might, in a well-ordered sensation or perception, present them. … Complex ideas, as they are made up of simple ones, so they are clear, when the ideas that go to their composition are clear, and the number and order of those simple ideas that are the ingredients of any complex one is determinate and certain." John Locke, *An Essay Concerning Human Understanding*, 2 Vols., Dover Publications, New York, 1959, Book II, Ch. XXIX, § 2, Vol. 1, p. 487. "As a clear idea is that whereof the mind has such a full and evident perception …, so a *distict* idea is that wherein the mind perceives a difference from all other …" Ibíd., § 4, p. 487.

[191] "And whatever acquaintance I have with Bodies or their Actions, I obtained it either by the help of my Senses, or else deduced it from some of their Properties, which Properties were discovered by the same means. I shall therefore, instead of a Definition such as the Logicians are wont to give, exhibit a Description; whereby the thing described may be clearly and distinctly conceived, and likewise be distinguished from every thing else." John Keill, *Introduction to* ..., p. 8. Cfr.: "… quidquid mihi de corporibus eorumque actionibus compertum est, illud vel à sensibus hausi, vel ex aliqua eorum proprietate mihi per sensus nota, deduxi. Sufficiat ergo, si loco istiusmodi definitionis, quam afferunt Logici, descriptionem adhibeamus ; qua scilicet res

simples que les pertenecen, confirmadas por la experiencia, y a partir de estas se deben deducir a la manera geométrica otras propiedades de las mismas cosas, en vez de definirlas –al modo cartesiano– por las esencias y naturalezas que se supone les pertenecen.[192] Esto está relacionado con el papel de la geometría. Esta ciencia es un fundamento de la filosofía natural, que permite deducir propiedades de las cosas a partir de propiedades y causas más simples, cuyo conocimiento a su vez se deriva de la experiencia sensible (observaciones y experimentos).[193] Así pues, para poder aplicar la geometría, las definiciones tendrán que expresar como magnitudes las relaciones entre las propiedades simples de los cuerpos. En todo esto Keill sigue a Newton. De acuerdo con el *prefacio* de la primera edición de los *Principia Mathematica*, la dificultad de la

---

descripta clare & distincte concipiatur, & ab omni alia discernatur." *Introductio ad ...*, p. 6.

[192] "Wherefore whe sall define all things by their Properties, chusing out one or more of the simplest, which by experience we are certain do really belong to the thins themselves, and then from these, we shall after a geometrical manner deduce other Properties of the same things." *Introduction to ...*, p. 8. Cfr.: "Res igitur per proprietates definiemus, unam aliquam simplicem assumendo, vel etiam plures, quas experientia rebus ipsis competere certissime novimus, atque ex illis alias earundem proprietates methodo geometrica deducemus." *Introductio ad ...*, p. 6.

[193] Este punto de vista ya estaba presente en *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 18: "It is vain to think that a system of Natural Philosophy can be framed without both, for without observations we can never know the appearances and forces of nature, and without Geometry and Arithmetick, we can never discover whether the causes we assign are proportional to the effects we pretend to explain." *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, p. 18. Y se mantiene en su tratado de Astronomía de 1718: "A true *Astronomer* feigns nothing without solid and sufficient Reasons, he takes Nature for his Guide and Rule, and lays his Foundations on Observations: He raises his System upon Physical Causes, and invincible *Geometrical* Demonstrations, with which, as with an indissolvible Cement, he joins and binds the whole Fabrick together." John Keill *An Introduction to the True Astronomy: Or, Astronomical Lectures, Read in the Astronomical School of the University of Oxford*, 4th Edition, London, Henry Lintot, 1748, p. 27. Cfr.: "Nam in nostra Astronomia nihil omnino fingitur, quod non habet naturam ducem, & comitem observationem, quicquid in ea asseritur, ex rationibus physicis, & demonstrationibus Geometricis certissime pendet." John Keill, *Introductio Ad Veram Astronomiam seu Lectiones Astronomicae. Habitae in Schola Astronomica Academiae Oxoniensis*, Editio Secunda, multo Auctior & Emendatio, Londini, G. Straham, 1721, pp. 30-31.

filosofía natural consiste en investigar las fuerzas naturales a partir de los fenómenos del movimiento, y después demostrar matemáticamente el resto de los fenómenos a partir de estas fuerzas.[194] Por otra parte, las cualidades de los cuerpos sólo son conocidas por medio de experimentos, de acuerdo con la tercera de las reglas del razonamiento en filosofía natural propuestas por Newton (por lo cual hay que reconocer como cualidades universales de los mismos sólo aquellas que no pueden aumentar ni disminuir y que afectan a todos los cuerpos sobre los cuales es posible hacer experimentos).[195] De esta manera, las propiedades de los cuerpos, extensión, dureza, impenetrabilidad, movilidad e inercia son conocidas, no por medio de la razón, sino de la sensación.[196] Otro tanto valdrá respecto de las fuerzas que actúan sobre los mismos. Y dichas propiedades, así conocidas, constituyen el fundamento de toda la filosofía natural.[197] Las otras reglas para filosofar de Newton –primera, segunda y cuarta– no aparecen expresamente en el método compuesto por Keill, aunque, ya lo hemos dicho, la *Introductio ad Veram Physicam* las suscribe implícitamente. Según Newton, no se deben admitir más causas de las cosas naturales que las que sean verdaderas y suficientes para explicar los fenómenos, por lo cual hay que asignar las mismas causas a los efectos naturales de la misma clase. Y finalmente, la inducción –y no las hipótesis– ha de admitirse como el fundamento de la verdad, exacta o muy aproximada, de las proposiciones de la filosofía experimental.[198]

La segunda regla de Keill prescribe considerar solamente aquellas condiciones que fueron supuestas en un principio, abstrayendo de cualquier otra consideración. Así por ejemplo: cuando se comparan los espacios recorridos por dos cuerpos en movimiento, se consideran los cuerpos como puntos, abstrayendo de la consideración de su magnitud,

---

[194] *Principia mathematica*, prefacio, pp. xvii-xviii.
[195] "*The qualities of bodies, which admit neither intensification nor remission of degrees, and which are found to belong to all bodies within the reach of our experiments, are to be esteemed the universal qualities of all bodies whatsoever.*" Ibíd., p. 398.
[196] Ibíd., p. 399.
[197] Ibíd.
[198] Ibíd., pp. 398-400.

figura y color, que no afectan la longitud que han recorrido.[199] De acuerdo con la tercera regla, de inspiración cartesiana, hay que empezar con los casos más simples primero, y una vez que estos se han resuelto, se puede avanzar a los casos más compuestos.[200] Según la *Introductio ad Veram Physicam*, la filosofía mecánica incorpora las matemáticas para explicar, con la ayuda de observaciones y experimentos, los fenómenos de la naturaleza, por medio de la materia, el movimiento y las leyes mecánicas.[201] La verdadera filosofía mecánica cumple con las reglas

---

[199] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 7, *Introduction* …, p. 9.

[200] "Thirdly, It is necessary to begin with the most simple cases first; and having once settled them, we may advance to such as are more compounded." John Keill, *Introduction to Natural Philosophy*, p. 9. *Introductio ad Veram Physicam*, p. 7. Comparar con Descartes, *Discours de la Méthode*, texte et commentaire par Étienne Gilson, 4ª edición, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, p. 18, donde se origina esta regla: "Le troisième [precepto], de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objects les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusques à la connaissance des plus composés … " Keill explica su regla y critica a los teóricos (léase : racionalistas), que la violentan : "… Mechanical Philosophers at first suppose the Motion of Bodies to be *in vacuo*, or in a Medium that has no Resistance; and having determined the Laws of Motion in that case, they thence proceed to investigate the Laws of Resistance, and lastly to discover what Changes are thereby like to arise to Bodies in motion … … Most of the Theorists offend against this Rule; who neglecting, or not thoroughly understanding the first and more simple Principles of the mechanical Philosophy, at the very first stroke attempt the most difficult Problems, and rashly endeavour to shew how a World, a Planet, or an Animal might be formed." *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 9-10. [Cfr.: "… sic iidem Mechanici corporum motus in vacuo seu medio non resistente fieri supponunt, atque, motus legibus in illo casu indagatis, exinde ad medii resistentiae leges investigandas procedunt, & quales mutationes ex ea corporibus motis oriri oportent, deinde contemplator … Contra hanc methodi legem peccant plerique *Theoristae*, qui, primis & simplicioribus Mechanicae philosophiae neglectis vel non satis intellectis principiis, ardua & difficillima problemata statim aggrediuntur, & quo pacto mundus aut planeta aut animal fabricari possint, temerario ausu ostendere connatur." *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 7-8.] Aquí de nuevo se critica a Descartes, quien estaría faltando a los preceptos de su propio método. Keill apunta a *Le Monde*, tanto al *Traité de la Lumiere* como al *Traité de l'Homme*, ver *Oeuvres de Descartes*, Vol. XI, donde Descartes intenta explicar mecánicamente la formación del mundo, de los planetas y del hombre. También ataca a sus seguidores en la "elaboración de mundos," en particular a Burnet y a Whiston.

[201] Pero mientras el cartesianismo admite sólo impulsos, evitando las atracciones y acusándolas de ser cualidades ocultas, Keill va a aceptar la atracción.

precedentes, mediante las cuales se descubren y definen descriptivamente las propiedades de las cosas, de manera clara y distinta, a partir de la observación de los fenómenos por medio de los sentidos (y no a través de la pura razón), para luego deducir geométricamente nuevas propiedades.

§ 5. La esencia del cuerpo, el espacio y el vacío

De acuerdo con las reglas del método que acabamos de ver, alcanzar la claridad y la distinción en la concepción de los cuerpos y de sus afecciones generales es tarea necesaria para la filosofía natural, pues los errores en las cuestiones filosóficas provienen de ideas oscuras y equivocadas de las cosas.[202] A este respecto, aunque polemice con Descartes, Keill está parcialmente bajo su influencia, como tantos otros modernos. Efectivamente, el cartesianismo establece la claridad y la distinción como criterio de certeza en la fundamentación de la filosofía (incluyendo la física mecanicista, de la cual son rechazadas las formas substanciales porque se fundan en la confusión del cuerpo y el alma),[203] pero considera que las verdades claras y distintas, por lo tanto evidentes, que constituyen los primeros principios de la filosofía (comprendiendo allí a la física) son aprehendidas por el espíritu;[204] es bien sabido que Descartes duda y desconfía del conocimiento sensible.[205] En cambio,

---

[202] *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio; *Introduction to Natural Philosophy*, p. xi.

[203] Descartes, *Principes de la Philosophie*, I, 43, p. 43: "… nous ne sçaurions faillir en ne juegeant que des choses que nous apperceuons clairement & distinctement." Cfr.: *Discours de la Méthode*, 1ª regla, p. 18. En cuanto a la confusión entre alma y cuerpo como origen de las formas substanciales, ver *Meditations*, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. IX-1: sextas respuestas, pp. 239-41.

[204] El primer precepto del método es "ne recevoir jamais aucune chose pour vraie, que je ne la connusse évidemment être telle … et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute." *Discours de la Méthode*, p. 18. Estas verdades son aprehendidas por medio de un acto del pensar puro, que es la intuición. *Règles pour la direction de l'esprit*, traducción y notas de J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996, III (p. 14), IV (pp. 19-20).

[205] Ver, p. ej.: *Discours de la Méthode*, p. 32. *Meditations*, p. 9; I, p. 14 ss.; IV, p. 61 ss. *Principes de la Philosophie*, I, 4, p. 26; II, 3, p. 64-5. Por medio de los

Keill va a fundar la aprehensión de verdades claras y distintas en la percepción sensible. La *Introductio ad Veram Physicam* se propone exponer claramente la extensión, *la solidez* y la divisibilidad de los cuerpos, que han sido tratadas muy oscuramente por otros, quiere decir: los cartesianos, para luego explicar el carácter y propiedades del movimiento, así como deducir las leyes de la naturaleza.[206] En la segunda lección de esta obra, Keill presenta una definición que describe al cuerpo, mas no expresa su esencia, que no podemos conocer.[207] Él define al cuerpo de acuerdo con sus propiedades: *Cuerpo* es aquello que es *extenso*, *sólido* y capaz de *moverse*.[208] Estas propiedades son aprehendidas por medio de la percepción, y –tratándose de una definición descriptiva– Keill no pretende que sean notas pertenecientes a la definición lógica de la esencia racional del cuerpo. Con esto es muy claro el distanciamiento, no sólo respecto de la concepción de cartesiana de la certeza, sino de la física de la extensión y el movimiento, pero no la solidez, de Descartes.

La definición de cuerpo de la *Introductio ad Veram Physicam* es más completa que la cartesiana. Tanto en lo que se refiere a cuáles son

---

sentidos conocemos aquello en lo cual los cuerpos exteriores nos pueden ser útiles o perjudicar, pero no cuál es su naturaleza. Después de esta reflexión, "nous quitterons san peine *tous* les préjugez *qui ne sont* fondez *que* sur nos sens, & ne nous seruirons que de nostre entendement, pource que c'est en luy *seul* que les *premieres notions ou* idées, *qui sont comme les semences des veritez que nous sommes capables de connoistre*, se trouuent naturellement." *Principes de la Philosophie*, II, 3, p. 65. Así pues, los primeros principios son aprehendidos por el entendimiento, para lo cual hay que dejar a un lado los prejuicios fundados en los sentidos.

[206] *Introductio ad Veram Physicam*, prefacio; *Introduction to Natural Philosophy*, p. xi.

[207] "We shall not here give a Definition of Body taken from its intimate Nature or Essence, wherewith we are not perfectly acquainted, and perhaps never shall be; but according to a Rule laid down in the former Lecture, we shall define it by some of its Proprieties, that distinguish it from every other Being whatever." *Introduction to Natural Philosophy*, lecture II, p. 11. Cfr.: "Corporis definitionem non hic afferemus ex ejus intima natura seu essentia desumptam, qualem non satis perspectam habemus; nec fortasse ad ejus cognitionem unquam sumus perventuri: verum secundum regulam in priore lectione nobis propositam, per notas quasdam illius proprietates, illud ab omni alio entis genere distinguendo ..." *Introductio* …, p. 9.

[208] *Introduction to Natural Philosophy*, lecture II, p. 11. *Introductio* …, p. 9.

las propiedades de los cuerpos como en lo que tiene que ver con su origen Keill sigue a Newton,[209] y a las críticas de la filosofía empirista de Locke a la noción de cuerpo de Descartes,[210] polemizando una vez más con el cartesianismo.[211] De acuerdo con Locke, la idea de la extensión proviene de la experiencia; Keill dice que la extensión es una idea, que adquirimos en su triple dimensión de la percepción de que los cuerpos tienen límites, que llamamos superficies, de las cuales cada una está distante de su opuesta; de que estas superficies tienen extremos, llamados

---

[209] Isaac Newton, *Principia mathematica*, 3ª regla del filosofar, p. 399: Los cuerpos son *extensos*, *duros*, *impenetrables*, *movibles* y dotados de *inercia*. Newton saca todo esto de la sensación por medio de los experimentos. Keill lo sigue, pero en la segunda lección no incluye la inercia entre las propiedades esenciales de los cuerpos.

[210] Ver: John Locke, *An Essay Concerning Human Understanding*, 2 Vols., Dover, New York, 1959, Vol. 1, Book II, Ch. IV, pp. 151 ss.; Ch. XIII, §§ 11 ss., pp. 225 ss. *Cuerpo* es "something that is solid and extended, whose parts are separable and movable different ways." Ibid., II, XIII, § 11, p. 225.

[211] Es conocido que para Descartes la esencia del cuerpo es la extensión: Ver, p. ej., *Meditations*, II, pp. 23-4; sextas respuestas: p. 239. *Principes de la Philosophie*, II, 4 (p. 65), 9 (p. 68), 11 (pp.68-9). *Le Monde*, *Oeuvres de Descartes*, Vol. XI, Ch. VI, p. 36. La dureza no puede considerarse como parte de la esencia del cuerpo, porque si, p. ej., uno reduciese a polvo una piedra ya no habría dureza, sin que por ello dejara de ser un cuerpo. *Principes de la Philosophie*, II, § 11, p. 69. Cfr.: Rohault, *A System of Natural Philosophy*: Las *propiedades esenciales* de la materia son al menos la *extensión*, *divisibilidad*, *figura*, e *impenetrabilidad*, y podemos estar seguros de que la *esencia* de la materia consiste en una de ellas (Rohault, *A System of Natural Philosophy*, I, 7, 7, p. 24), que es la *extensión*: "And because we conceive *Extension* before the other Three, and because we cannot conceive the other Three, without first supposing *Extension*, we ought to think that *Extension* is that in which the Essence of Matter consists." Rohault, *A System of Natural Philosophy*, I, 7, 8, p. 24. A esto, Samuel Clarke objeta lo siguiente en una de sus notas al pie de página: "But since Extension is a more general Word, and comprehends more under it than material Things, it should seem, that *that impenetrable Solidity* which belongs to all Matter, and to Matter only, and from which all its Properties manifestly flow, may be more truly called the Essence of Matter." Ibíd. Otra crítica es de naturaleza teológica. Si la extensión fuera la esencia de la materia, ésta sería lo mismo que el espacio, que es infinito, por lo cual la materia tendría que ser infinita, y necesariamente eterna. De esto se sigue que no podría haber sido creada, y tampoco podría ser reducida a la nada, lo cual es absurdo. Ibíd. Además, Clarke piensa –influido por Newton– que la gravedad, el movimiento libre de los cometas y las vibraciones de los péndulos demuestran que el espacio mismo no es materia. Ibíd.

líneas, y entre estas debe haber una distancia; y de que también esas líneas tienen terminaciones, llamados puntos, entre las cuales también hay un intervalo.[212] Siguiendo los pasos de Locke, Keill prefiere emplear el término "*solidez*" a "*impenetrabilidad*"[213] para nombrar la propiedad que tiene todo cuerpo de resistir a todos los otros cuerpos que lo presionan por todos lados, y por medio de la cual, mientras ocupa un lugar impide a todos los otros cuerpos entrar en ese lugar.[214] La solidez –afirma él bajo la influencia de Locke– es la propiedad característica de los cuerpos, que los diferencia de otra clase de extensión, que es penetrable: el *espacio* (*spatium*/*space*) inmóvil, en el cual los cuerpos están localizados y se mueven.[215] Keill critica la definición cartesiana del

---

[212] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio II, p. 9; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 11-12. Cfr. Locke, *Essay* …, Vol. 1, II, XIII, §§ 2-3, pp. 219-20.

[213] Ambos términos designan la misma propiedad; "impenetrabilidad" es la palabra usada por los peripatéticos. "This [la solidez] is that Property, which most of the *Peripateticks* are wont to call Impenetrability … I rather chuse, with an illustrious philosopher of our age, to call it solidity [Se refiere a Locke: *Essay* … , Vol. 1, II, IV, § 1, p. 151.]." *Introduction to Natural Philosophy*, p. 12 (corchetes nuestros). [Cfr.: "Haec est illa proprietas, quam plerique Peripatetici impenetrabilitatem vocant … ego tamen cum illustri hujus aetatis Philosopho, soliditatem malui appellare." *Introductio* …, p. 10] El sentido de la palabra solidez en filosofía natural no es el mismo que tiene en geometría: "You may easily perceive, that we use the word *Solidity* in a sense very different from that of the Geometers, who suppose that Solids may mutually penetrate each other." *Introduction to Natural Philosophy*, p. 13; Cfr.: *Introductio* …, pp. 10-11. Cfr. también: Locke, *Essay* …, Vol. 1, II, IV, § 1, p. 151: "I will not dispute whether this acceptation of the word solid be nearer to its original signification than that which mathematicians use it in. It suffices that I think the common notion of solidity will allow, if not justify, this use of it; but if any one think it better to call it *impenetrability*, he has my consent." Locke se refiere a Henry More, de quien tomó elementos para criticar a Descartes. Ver la primera carta de More a Descartes, del 11 de diciembre de 1648, en *Oeuvres de Descartes*, Vol. V, pp. 238-41, recogida en Milic Capek (Ed.), *The Concepts of Space and Time. Their Structure and Their Development, Boston Studies in the Philosophy of Science*, Volume XXII, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1976, pp. 85-87, p. 86. Ver nota 217.

[214] *Introduction to Natural Philosophy*, p. 12; *Introductio* …, pp. 10. Cfr. Locke: "*That which thus hinders the approach of two bodies, when they are moved one towards another, I call solidity*." *Essay* … , II, IV, § 1, p. 151.

[215] *Introduction to Natural Philosophy,* p. 13; *Introductio* …, p. 11. Cfr. Locke, *Essay* ... , Vol. 1, II, IV, §§ 1- 3, pp. 151 ss: "This, of all other, seems the idea most intimately connected with, and essential to body;" y "This is the idea

cuerpo por medio de su supuesta naturaleza, la extensión, contrariando la primera regla del método (el de Keill, ver parágrafo anterior), y no a partir de sus propiedades manifiestas a los sentidos.[216] De esta manera, sigue a Locke en algunos de sus argumentos contra la identificación del cuerpo y la extensión: La idea del espacio es distinta de la idea del cuerpo, y por lo tanto es incorrecto identificar la esencia del cuerpo con uno de sus atributos que no pertenece sólo a él.[217] Según esto, el espacio

---

which belongs to body, whereby we conceive it to fill space." También: Ibíd., II, XIII, §§ 11 ss.

[216] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 11-12; *Introduction*, pp. 13-14; Descartes, *Principes de la Philosophie*, II, 3, 4, 11, pp. 64-5, 68-9; Rohault, *A System of Natural Philosophy*, Vol. 1, I, VII, § 8, p. 24. Descartes dice "*que nos sens ne nous enseignent pas la nature des choses, mais seulement ce en quoy elles nous son vtiles ou nuisibles*." De acuerdo con él, el espacio, o lugar interior, no es diferente del cuerpo que contiene, y la razón es que la misma extensión que constituye la naturaleza del cuerpo, constituye también la naturaleza del espacio, de suerte que ambos (espacio y cuerpo) no difieren. Si tomamos una piedra y la despojamos de todo aquello que sabemos que no pertenece esencialmente a la naturaleza del cuerpo, sacamos la dureza, el color, el peso, el frío, el calor y todas las demás cualidades de esa clase. Por este procedimiento, encontramos que la idea verdadera y distinta que tenemos de la piedra es que es una substancia extensa a lo largo, ancho y profundidad. Ahora bien, esa, que es la naturaleza de la piedra, es lo mismo que comprende la idea que tenemos del espacio. No sólo aquel que está lleno de cuerpo, sino también aquel que llamamos vacío. *Principes de la Philosophie*, II, 11, pp. 68-9. La réplica de Keill a la identificación del cuerpo con la extensión es la siguiente: "Cannot the same universal Attribute agree to two different Species of things? Is it necessary that all things that have the same Attribute, must have the same Nature, and Essence? If this be so, there wil be no Distinction, no Diversity in things. Tho' therefore Space and Body heve one and the same essential Attribute common to them both, yet they are very different things; and there are other essential Atributes, peculiar to each, whereby they are sufficiently distinguished." *Introduction*, p. 14.

[217] Sólo la solidez es propia de los cuerpos y esencial a los mismos, de manera que no puede haber cuerpo que no sea sólido. La extensión pertenece por igual al espacio y al cuerpo, pero no la solidez. Además las ideas del espacio y del cuerpo son diferentes, pues ambos poseen distintos atributos. El cuerpo es sólido o impenetrable, divisible y capaz de moverse; es fácilmente divisible en partes, que pueden ser separadas y distanciadas; los cuerpos pueden oponerse mutuamente, frenarse o disminuir sus movimientos, y también comunicar sus movimientos, etc., etc. En cambio, el espacio es aquello donde están los cuerpos, completamente penetrable, inmóvil y fijo, no puede ejercer ninguna acción, sus partes no pueden ser separadas, etc. *Introductio ad* ..., p. 12; *Introduction*,

y el cuerpo son entes diferentes. Para afianzar más este punto, la estrategia de Keill consiste en mostrar que hay un espacio distinto del cuerpo, y lo primero que hace es argüir a favor de la posibilidad del espacio vacío.[218]

Como es bien sabido, la afirmación de la existencia del espacio vacío encuentra sus orígenes en los atomistas griegos, quienes para explicar el cambio, aparte de los átomos postularon la existencia del no-ser.[219] Desde entonces, la tradición atomista nunca fue olvidada, permaneciendo a lo largo de la historia de la filosofía, desde la antigüedad y a través de la edad media hasta llegar a la modernidad.[220] En el siglo XVII, el conocido atomista francés Pierre Gassendi defendió la realidad del vacío, al que identificó con el espacio y consideró anterior a la materia,[221] mientras que Descartes lo rechazó, pues como identificó a

---

pp.14-15. Comparar con Locke, *Essay* ..., Vol. 1, II, IV, § 3, p. 153. II, XIII, §§ 11 ss., pp. 225 ss. Tanto al criticar la identificación cartesiana del cuerpo con la extensión, como al destacar la solidez como propiedad de los cuerpos, Locke y Keill (indirectamente, a través de Locke) tienen un predecesor en Henry More, quien, en una carta a Descartes, sostiene que es absolutamente necesario que la materia sea *sensible*, o *tangible* (la idea de la solidez proviene del tacto, dirá después Locke: *Essay* …, Vol. 1, II, IV, § 1, p. 151). Pero para no definir al cuerpo en relación con los sentidos, More propone que la noción de *tangibilidad* sea una noción más amplia, que signifique el contacto mutuo, y el poder de tocarse entre cualquier clase de cuerpos (animados o inanimados), es decir, la yuxtaposición inmediata de las superficies de dos o más cuerpos. Y añade que esta noción de *tangibilidad* también significa otro rasgo de los cuerpos, que puede ser llamado *impenetrabilidad*, y consiste en que un cuerpo no puede penetrar otros cuerpos, ni ser penetrado por ellos. Henry More, primera carta a Descartes, 11 de diciembre de 1648, *Oeuvres de Descartes*, Vol. V, pp. 238-41, recogida en Milic Capek (Ed.)., *The Concepts of Space and Time*, pp. 85-87, p. 86.

[218] Locke hacía algo similar en el *Essay*: Vol. 1, II, XIII, §§ 21 ss., pp. 231 ss.

[219] Un no-ser relativo, claro está, no absoluto.

[220] En relación con esto puede consultarse: Kurd Lasswitz, *Geschichte der Atomistik vom Mittelalter bis Newton*, 2 Vol., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1963; y Stephen Toulmin y June Goodfield, *The Architecture of Matter*, Harper Torchbooks, Harper & Row, Publishers, New York, 1962.

[221] Pierre Gassendi, *Animadversiones in decimum librum Diogenis Laertii*, Lyons, 1649; *Syntagma philosophicum*, Florencia, 1727, pars II, sec. 1, lib. II, cap. 1. Ver Max Jammer, *Concepts of Space. The History of Theories of Space in Physics*, 2ª Edición, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1970, pp. 92-4.

la substancia corpórea con el espacio, tuvo que concluir que donde hubiera espacio tendría que haber un plenum.[222] A esto se opusieron tanto el platonismo de Henry More como el empirismo de Locke.[223] La existencia del vacío también fue concluida por Newton en los *Principia mathematica*, de manera cuidadosa en la primera edición (1687), pero la segunda edición (1713) muestra un punto de vista más decidido a favor del vacío.[224] La realidad del vacío fue de los puntos disputados entre el cartesianismo y el newtonianismo. Obviamente, Keill se cuenta entre quienes se oponen a Descartes. En los *Principes de la Philosophie*, este último había sostenido, en un famoso argumento, que si Dios removía completamente el aire de un vaso, de manera que no quedara nada adentro, las paredes del mismo colapsarían, porque si no hay nada entre dos cuerpos, estos deben tocarse, ya que es contradictorio que haya una distancia entre ambos y que esta distancia sea nada. Si bien hay conexión entre el vaso y el cuerpo individual que contiene, esta no es necesaria, mientras que hay una conexión absolutamente necesaria entre la figura cóncava del vaso y la extensión que debe estar en esa cavidad.[225] Al

---

[222] *Principes de la Philosophie*, II, 16, pp. 71-2; también 17 y 18, pp. 72-3. Ver asimismo Rohault, *A System of Natural Philosophy*, I, VIII, § 1, pp. 27-8: Como el espacio es lo mismo que la materia, preguntar si puede existir un espacio sin materia es lo mismo que preguntar si puede haber una materia sin materia, lo cual equivale a una contradicción. Las notas de Clarke a la física de Rohault objetan a esto desde la física de Newton: La gravedad hace evidente que no sólo existe el vacío en la naturaleza, sino que es con mucho la parte más grande de ella. Otro tanto se deriva de la vibración de los péndulos y el movimiento de los cometas, que, continuando a través del espacio celeste, revela que estos espacios están libres de toda resistencia sensible y por lo tanto de toda materia sensible. Ibid. p. 27. Clarke se basa en la primera edición latina de la *Optica* de Newton, p. 310. El pasaje en cuestión aparece en la Query 28 de la cuarta edición inglesa de 1730, Isaac Newton, *Opticks or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Ligh*t, Dover Publications, Inc., New York, 1952. Reimpresión de la edición de G. Bell and Sons, Ltd., 1931, a su vez basada en la 4ta. Edición, London, 1730, Qu. 28, pp. 364-5.

[223] Henry More, carta a Descartes del 11 de diciembre de 1648, en Milic Capek (Ed.), *The Concepts of Space and Time*, p. 87; John Locke, *Essay* ..., II, XIII, §§ 21 ss, pp. 231 ss.

[224] *Principia mathematica*, III, Prop. VI, Cor. III y IV, p. 414.

[225] *Principes de la Philosophie*, II, 18. pp. 72-3. Rohault reitera el argumento en su tratado de física, pero ejemplificando con una habitación en vez de un vaso. Si Dios vacía una habitación, impidiendo que nada ocupe el lugar, las paredes se juntarían de modo tal que no quedaría ningún espacio entre ellas. *A System of*

contrario de esto, Keill piensa que es necesaria la existencia de un espacio vacío entre las paredes, después de que todo cuerpo dentro del vaso haya sido destruido y se haya impedido la entrada de cualquier otro

---

Natural Philosophy, I, 8, § 2, p. 28. El argumento de Descartes fue criticado pronto. More objetó que Descartes considerara el vacío imposible incluso para el poder de Dios. Según él: 1) Dios podría presionar los lados del vaso e impedir que se junten; 2) Epicuro, Demócrito, Lucrecio y otros filósofos de la antigüedad no estarían de acuerdo con Descartes (en la imposibilidad del vacío); 3) la extensión divina yace entre los lados del vaso (esta solución depende de la concepción que tiene More del espacio como atributo de Dios –ver nota 234), por lo cual la noción cartesiana de que sólo la materia es extensa es débil; 4) la necesidad de que las paredes colapsen no es lógica, sino de la naturaleza, por lo cual Dios puede evitar dicho colapso. Henry More, carta a Descartes del 11 de diciembre de 1648, Milic Capek (Ed.), Op. Cit., p. 87. [En relación con el pensamiento de Henry More, sus concepciones metafísicas, el espíritu del mundo y sus relaciones con la revolución científica, ver A. Rupert Hall, *Henry More and the Scientific Revolution, Cambridge, Cambridge University Press*, 1997. En el capítulo 8 (pp. 146 ss.) hay una discusión general de las relaciones filosóficas entre More y Descartes.] Según Locke, el puro espacio (vacío) es suficiente para eliminar la necesidad del contacto mutuo, y por ello quien asevera la imposibilidad del espacio vacío debe negar a Dios el poder de aniquilar cualquier parte de materia. Si se admite que Dios puede detener toda la materia y mantener fijos en reposo a todos los cuerpos del universo, quien en esa situación acepta que Dios puede aniquilar un cuerpo cualquiera, tiene que consentir la posibilidad del vacío, porque el espacio que estaba ocupado por el cuerpo aniquilado permanecerá como espacio sin cuerpo, y los demás cuerpos, mantenidos en reposo por Dios, no podrán ocupar su lugar. *Essay* ..., Vol. 1, II, XIII, §§ 21, 22, pp. 231, 232. Estos razonamientos parecen inspirados por la primera objeción de More. Descartes dice que no queda nada en el vaso porque considera al espacio vacío como una nada, y Locke piensa que esto es una consecuencia del dualismo cartesiano. Según él, al proponer que espacio y cuerpo son lo mismo, los cartesianos se basan en un dilema: o bien el espacio (vacío) es algo o bien es nada, si no hay nada entre dos cuerpos, necesariamente deben tocarse; y si hay algo, esto será cuerpo o espíritu. Como no puede ser espíritu, que es pensante, pero inextenso, tiene que ser extenso y por lo tanto cuerpo. No hay otra posibilidad de ser, por lo cual los cartesianos afirman que el espacio vacío es nada. La última parte del dilema presupone la división cartesiana de la totalidad del ente en almas y cuerpos (que no pueden pensar), infundada según Locke. Ibíd., II, XIII, § 16, p. 228. No obstante, Descartes niega el vacío por su identificación del cuerpo con la extensión, que si fuese correcta, no permitiría que además de cuerpos y almas, hubiese otro tipo de ente diferente al cuerpo, a saber: el espacio.

cuerpo.[226] Para explicar por qué las paredes no tendrían que ceder, arguye que la propia fuerza del vaso debería ser suficiente para balancear la presión finita que el aire puede ejercer alrededor del mismo, conservando así su forma. Más aún, si se admite que las paredes ceden, su espacio será ocupado por aire, y el lugar ocupado por ese aire será a su vez ocupado por otro volumen de aire, que antes estaba en otro lugar, y así sucesivamente. Sería absurdo que este proceso continuara *ad infinitum*, por lo cual tendría que parar cuando finalmente se llegara a un cuerpo, cuyo lugar anterior permanecería vacío, y en consecuencia es necesario suponer un espacio vacío.[227]

Es interesante destacar que *Keill va más allá*, *tanto de los argumentos filosóficos de More y Locke*, *como de las razones experimentales de Newton basadas en la posibilidad del movimiento*, *proponiendo una demostración geométrica de la posible existencia de un espacio vacío*. Su prueba se apoya sobre la aseveración de que ningún cuerpo necesita la existencia de otro cuerpo para existir (debido a la naturaleza de la substancia[228]) y que todo cuerpo (particularmente si es duro) mantiene su figura si no hay cuerpos externos tratando de inducir una alteración en ella. Supongamos que toda la materia en el universo está concentrada en dos esferas (ver Figura 2).

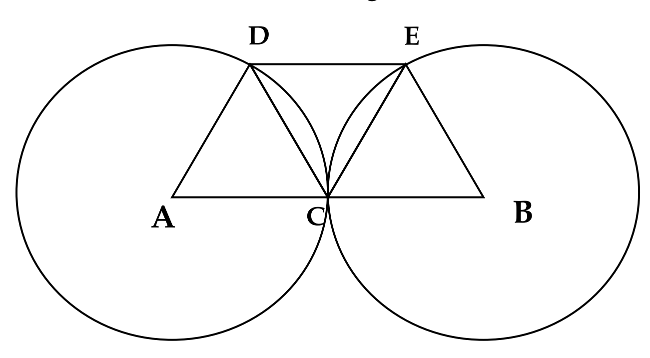


Figura 2

[226] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio II, p. 13; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 16.
[227] *Introductio ...*, p. 14; *Introduction ...*, p. 17
[228] Esto se basa en la definición cartesiana de la substancia como una cosa que existe de tal manera que no necesita sino de si misma para existir. *Principes de la Philosophie*, I, 51, p. 47.

Como *ex hipothesis* no existen otros cuerpos que puedan alterarlas, estas esferas pueden mantener su figura, y en consecuencia, o bien son contiguas, o bien no están unidas. Si están separadas, habrá un espacio vacío entre ellas; y si se tocan una a la otra, esto deberá ocurrir en uno y sólo un punto,[229] llamémoslo C, de modo que entre cualesquiera otros puntos sobre las esferas, por ejemplo D y E, habrá un espacio vacío. En la Figura 2, los puntos A y B están situados en el centro de cada esfera, y las líneas AC, AD, BC y BE serán iguales al radio de cada esfera. Se puede probar que también lo serán las líneas CD y CE. En consecuencia, ambos triángulos, ACD y BCE, son equiláteros. También puede probarse que el triángulo DCE es equilátero, y en consecuencia, la línea DE será igual al radio de cada esfera. Es evidente, entonces, que este espacio vacío puede existir, y que –contra los cartesianos– la idea que tenemos del espacio no es algo quimérico o imaginario. De esta demostración, Keill concluye que hay un espacio, distinto de todo cuerpo, el cual es un receptáculo universal donde los cuerpos existen y se mueven.[230] La prueba se inspira en una tradición que proviene de la edad media, e introduce demostraciones geométricas para establecer propiedades de los cuerpos, sobre todo su divisibilidad *in infinitum* (ver § 9). Aquí Keill extiende el uso del razonamiento geométrico hacia la deducción de la posibilidad del vacío. Pero la prueba precedente sólo lo autoriza a concluir la posibilidad lógica del vacío y la distinción lógica entre la idea del cuerpo y la idea del vacío. No le permite afirmar la distinción real entre ambas ideas, ni la existencia del vacío, como lo hace en la conclusión de su demostración, a menos que piense que la geometría puede hacer proposiciones existenciales respecto de la naturaleza, lo cual equivale a un cierto realismo atribuido a este saber, del cual habría que indagar los fundamentos. Una cosa es demostrar propiedades de objetos geométricos, como dos esferas en contacto, y otra concluir la existencia real de las propiedades deducidas. Para establecer propiedades

---

[229] Keill apoya esta afirmación en los elementos de la geometría, *Introductio ad Veram Physicam*, p. 15; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 18. En los *Elementos* de Euclides se prueba este resultado respecto de los círculos, *The thiteen books of Euclid's Elements*, Thomas L. Heath Traducción y Comentario, 2a. Edición, Vol I-III, Dover Publications, New York, Book III, Prop. 13, Vol. II, p. 32. Esto puede probarse también para dos esferas contiguas.

[230] *Introductio ...*, p. 16; *Introduction ...*, p. 19, ver también p. 13.

geométricas no se necesita conocer que la cosa existe realmente (las propiedades que la geometría demuestra de los triángulos son ciertas aunque no exista ningún triángulo en la naturaleza). Pero sin prueba empírica de la existencia de entidades, verbigracia: del espacio como algo real y del vacío, o razonamientos fundados en propiedades empíricas de los fenómenos, ni la distinción real entre el vacío y el cuerpo ni la existencia del vacío (y no sólo su posible existencia) se podrían afirmar sin más a partir de la mera geometría. Al hacerlo, Keill concluye de manera a priori la existencia de entidades reales, extendiendo el uso de la geometría en la ciencia de la naturaleza más allá de lo pensado por Newton. En Keill, la geometría no sólo permite demostrar los fenómenos a partir de principios empíricos, sino que demuestra existencias reales independientemente de la experiencia; se vuelve parte constitutiva de la filosofía natural. A esto hay que añadir –como ha observado E. W. Strong– que Keill ha violado su primera regla metódica, la cual prescribe una definición descriptiva, fundada en la experiencia, de las ideas de las cosas en la naturaleza.[231] En esto difiere de Newton, quien, fiel a sus reglas del filosofar, no funda sus argumentos a favor del vacío en demostraciones geométricas, sino en la posibilidad del movimiento,[232] o en la naturaleza de la gravedad (ver más adelante).

De acuerdo con la *Introductio ad Veram Physicam*, el espacio es aquello en lo cual todos los cuerpos tienen su lugar, que las escuelas llaman su *ubi*. El espacio es completamente penetrable, recibe en sí mismo a todos los cuerpos, y no niega el ingreso a ninguno en absoluto. Es fijo e inmóvil, no actúa, no tiene forma ni cualidad, y sus partes no pueden ser separadas. En tanto permanece inmóvil, los movimientos de las cosas tienen lugar en él, y es en relación con él que son determinadas

---

[231] E. W. Strong, "Newtonian Explications of Natural Philosophy," *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January 1957, pp. 49-83, p. 60.

[232] En la *Opticks*, que es posterior a la *Introdutio ad Veram Physicam*, Newton sostiene que los movimientos de los astros prueban que el espacio está vacío de cualquier resistencia, y por lo tanto de toda materia sensible. Isaac Newton, *Opticks or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light*, Dover Publications, Inc., New York, 1952. Reimpresión de la edición de G. Bell and Sons, Ltd., 1931, a su vez basada en la 4ta. Edición, London, 1730, Qu. 28, pp. 364-365, 368.

las distancias de las cosas y las velocidades de sus movimientos.[233] La naturaleza del espacio ha sido tema de discusión filosófica y metafísica, pero Keill muestra desprecio por la metafísica y su rechazo de la misma es radical. No le interesan las preguntas acerca de la naturaleza del espacio: si este es algo positivo que existe actualmente en sí mismo y está dotado de dimensiones reales, o su extensión resulta de las relaciones de los cuerpos que existen en él; si es la inmensidad divina misma; si fue creado o no fue creado; si es finito o infinito; dependiente o independiente de Dios.[234] Este punto de vista, que va más allá del de Newton, quien si se interesó por la naturaleza del espacio,[235] aunque manteniendo esta discusión separada de la propiamente científica,

---

[233] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 13; *Introduction …*, p. 15. A diferencia del espacio, los cuerpos son sólidos e impenetrables, divisibles (ya que sus partes pueden ser separadas), y movibles o móviles; los cuerpos son capaces de actuar sobre otros: un cuerpo puede detener a otro cuerpo en movimiento, disminuir su movimiento, o comunicarlo a un cuerpo en reposo. Los atributos de ambos, espacio y cuerpo, son diferentes, por lo cual es imposible que sean lo mismo.

[234] Lo último se refiere a Henry More, quien pensó que el espacio tenía un carácter divino y llegó a identificarlo con Dios. En *Enchiridion Metaphysicum*, Londres, 1671, Ch. VIII, More arguye que el espacio infinito no es meramente real sino divino, que el mismo se caracteriza por los atributos de Dios. El espacio es uno, eterno, completo, todo lo penetra, y es, por lo tanto, un atributo de Dios, una representación de la presencia divina. More influyó sobre Locke, Newton y Keill, quien debe haber conocido su platonismo. Los conocidos pasajes de la *Optica* donde Newton se refiere al espacio como “sensorium,” de Dios, están en las *queries* 28 y 31 de la segunda edición inglesa de 1717-18. Estas *cuestiones* habían sido añadidas en la edición latina de 1706, con diferente numeración. *Opticks*, pp. 370, 403. Sobre la naturaleza del espacio hay comentarios en las queries 19-31 de la edición inglesa de 1717-18 y en el escolio general del libro III de los *Principia mathematica*. En este último, que fue añadido en la segunda edición de 1713, Newton identifica al espacio y al tiempo con atributos de Dios. *Principia mathematica*, p. 544. Un pasaje del *Essay on Human Understanding*, en el cual Locke habla de los “boundless invariable oceans of duration and expansion, which comprehend in them all finite beings, and in their full extent belong only to the Deity,” delata la influencia de More. *Essay*, Vol. 1, II, XV, § 8, p. 263. Sobre la doctrina del espacio de Henry More ver las notas de Flora Isabel MacKinnon (Ed.), a su edición de *Philosophical Writings of Henry More, New Cork, Oxford University Press*, 1925, pp. 292-3; también: Max Jammer, *Concepts of Space*, pp. 42 ss.

[235] Ver la nota anterior y la que sigue para los lugares más relevantes en su obra publicada.

ejemplifica lo que después sería la actitud científica.

Sin embargo, más adelante, y como cabía suponer, teniendo en cuenta su dependencia respecto de Newton, Keill da un paso en la dirección de la metafísica y sigue los puntos de vista de los *Principia mathematica* acerca del espacio y el tiempo.[236] En la lección 6 de la *Introductio ad Veram Physicam* el espacio y el tiempo son concebidos como en los *Principia*: Hay que distinguir entre el lugar –y el espacio– absoluto y relativo. El lugar absoluto o primario es aquella parte del espacio extendido indefinidamente en todas direcciones, inmóvil y permanente, que es ocupado por el cuerpo allí localizado. El lugar relativo o secundario es aquél aparente y sensible, que disciernen

---

[236] "I. Absolute ... time, of itself, and from its own nature, flows equably without relation to anything external, ... relative ... time, is some sensible and external ... measure of duration by the means of motion. …. II. Absolute space, in its own nature, without relation to anything external, remains always similar and immoveable. Relative space is some movable dimension or measure of the absolute spaces; which our senses determine by its position to bodies. …. III. Place is a part of space which a body takes up, and is according to the space, either absolute or relative. I say, a part of space; not the situation, nor the external surface of the body. …. IV. Absolute motion is the translation of a body form one absolute place into another; and relative motion, the translation from one relative place into another." *Principia Mathematica*, Def., Scholium, I-IV, pp. 6-7. Podemos aprehender el espacio, el lugar y el movimiento relativos por medio de los sentidos, pero el espacio y lugar absolutos en sí mismos no se conocen por los sentidos, sino que son realidades abstractas, metafísicas, conocidas por medio del intelecto. Como las partes del espacio absoluto no pueden ser reconocidas o distinguidas una de otra por medio de los sentidos, Newton dice que en su lugar hay que usar medidas sensibles de ellas. Así pues, en las cosas humanas empleamos lugares y movimientos relativos en vez de los absolutos, lo cual no acarrea inconvenientes; "but in philosophical disquisitions, we ought to abstract from our senses, and consider things themselves, distinct from what are only sensible measures of them," ya que es posible que en la realidad no exista ningún cuerpo en total reposo, al cual referir lugar y movimiento. Ibíd., p. 8. Sobre la concepción newtoniana del espacio absoluto, ver Max Jammer, Op. Cit., pp. 95 ss. Por cierto, Jammer cita a partir de la *Introduction to Natural Philosophy* de Keill como ejemplo típico del modo de pensar acerca del espacio impuesto por Newton. Ibid., pp. 127-8. También es interesante observar que aun cuando Keill leyó el *Ensayo* de Locke, coincide con él, y lo sigue en afirmar, contra los cartesianos, la posibilidad y existencia del vacío, no acompaña a Locke cuando este trata al espacio principalmente como una idea del entendimiento humano. Ello se debe al influjo newtoniano.

nuestros sentidos a partir de su situación respecto de otros cuerpos.[237] El espacio absoluto es aquel que por su propia naturaleza, y sin relación con ninguna otra cosa, permanece siempre similar e inmóvil. En cambio, el espacio relativo es aquel que está referido a algunos cuerpos, por medio de los cuales es determinado y medido.[238] De manera similar, el tiempo se distingue en absoluto y relativo. El tiempo absoluto fluye igualmente –nunca va más rápido o más lento– sin ninguna relación con el movimiento de los cuerpos, y el tiempo relativo o aparente es la medida sensible de cualquier duración a partir del movimiento.[239]

---

[237] *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio VI, pp. 60 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 73 ss. "Clarius fortasse distinguetur locus, sicut & spatium, in absolutum & relativum. Locus absolutus seu primarius est ea spatii immobilis, permanentis & undique expansi pars, quae à corpore locato occupatur; Locus relativus seu secundarius est apparens ille & sensibilis, qui à sensibus nostris ex situ ad alia corpora definitur." *Introductio ad ...*, Lectio VI, pp. 60-1; "But perhaps Place, as well as Space, is more clearly distinguished into absolute and relative. Absolute or primary Place is that part of the immoveable, permanent, and every way expanded Space, which is taken up by the Body there placed. Relative or secondary Place is that apparent and sensible one, which is discerned by our Senses from its Situation in respect of other Bodies." *Introduction to ...*, p. 73.

[238] "Quod de loco diximus potest etiam spatio similiter applicari, scil. illud quoque in absolutum & relativum distingui ; Absolutum dicimus illud, quod sua natura, absque relatione ad externum quodvis, semper manet similare & immobile: Relativum autem est quod ad corpora quaedam refertur, per quae determinatur & mensuratur; cujus nempe partes ad corpora illa eandem semper servant positionem & situm, & quarum distantia ab iis immutata, eadem semper perseverat." *Introductio ad ...*, p. 61; "What we have said of Place, may be in like manner aplied to Space; for that may be distinguished into absolute and relative. We call that absolute, which of its own nature, and without relation to any thing besides, always remains similar and immoveable. But that is relative which is referred to some Bodies, by which it is determined and measured; whose Parts, to wit, always keep the same Position and Situation to those Bodies, and whose Distance from them (*viz.* Bodies) always remains unchanged and the same." *Introduction to ...*, p. 74.

[239] Keill también distingue entre el lugar interior y el lugar exterior ("Locus distingui solet in internum & externum."). El primero es el espacio que es llenado por el cuerpo del cual se dice que está en ese lugar, mientras que el lugar exterior de un cuerpo es aquel definido por Aristóteles como la superficie cóncava del cuerpo envolvente que lo contiene. Esta diferenciación, que para el momento estaba en vías de desaparecer, es inmediatamente dejada a un lado para proseguir con la distinción entre el lugar absoluto y el lugar relativo, que

supone una concepción diferente del sentido del término “spatium.” *Introductio ad ...*, p. 61; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 73. Keill emplea la primera diferenciación porque ella aparece en los tratados de física que aún se usaban. Todavía en 1644 Descartes emplea el concepto de lugar exterior, que es distinto del lugar interior. El espacio, o lugar interior, no difiere del cuerpo que contiene. *Principes de la Philosophie*, II, 10-15, pp. 68-71. Otro tanto se dice en la física de Rohault: cuando un cuerpo cambia su lugar, lo que cambia es su lugar exterior, ya que el lugar interior no difiere en absoluto del cuerpo mismo. *A System of Natural Philosophy*, I, Ch. 8, art. 4, vol. I, p. 28. Y Newton diferencia el lugar (que ya no llama interior) de la superficie externa. *Principia mathematica*, Def., Schol., III, p. 6, ver nota 236. El origen del uso de la palabra “spatium” para significar lugar se remonta a las controversias de los siglos XVI y XVII concernientes al *lugar*. Sobre este tema consultar: Max Jammer, Op. Cit., Cap. 3, pp. 51-94; e Ivor Leclerc, “The Meaning of ‘space’ in Kant”, en L. W. Beck, Ed., *Proceedings of the Third International Kant Congress*, pp. 393-400, D Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1972. En el siglo XVI, físicos como J. C. Scaliger y B. Telesio empezaron a definir el lugar, ya no, a la manera de Aristóteles, como la superficie que rodea exteriormente a un cuerpo (*Physica*, 212 a), sino como aquello que está contenido dentro de esta superficie. (J. C. Scaliger, *Exotericarum exercitationum liber ad Hieronymum Cardanum*, 1557, Exer. V, 3). De acuerdo con estos pensadores, cuando un cuerpo se mueve, lo que deja atrás es toda esta extensión interna, que no se mueve, permanece siempre la misma, y puede alojar sucesivas entidades. (B. Telesio, *De rerum natura*, Lib. I, caput XXV, 1586). Para diferenciar su punto de vista del aristotélico, los partidarios de la nueva concepción del lugar no lo designaron solamente con la palabra “locus”, sino como “locus internus”. A fin de asegurar que el lugar y el cuerpo eran entes distintos, Scaliger identificó al lugar con el vacío, al cual redefinió como una extensión (*spatium*) en la cual hay un cuerpo. (J. C. Scaliger, *Op. Cit.*, Exer. V, 3), en contraste con la definición aceptada de vacío como lugar donde no hay ningún cuerpo. (Aristóteles, *Physica*, 214 a 13, 19). Esta noción evolucionó hacia un nuevo sentido técnico de *spatium*, que empezó a imponerse a finales del siglo XVI y comienzos del XVII. Para enfatizar que el lugar es la extensión completa contenida dentro de la superficie que envuelve un cuerpo, se empleó la palabra “spatium” en el sentido de la extensión en la cual un cuerpo está o puede estar, entendida como el lugar del cuerpo, y como tal uso era nuevo se aclaraba su sentido por medio de la frase “spatium vel locus internus,” que es como lo designa Descartes en los *Principia philosophiae*, II, X, *Oeuvres de Descartes*, Vol. VIII-1, p. 45: “Quid sit spatium, sive locus internus.” A medida que el término “spatium” pasó a significar *locus* (lugar) y que en la segunda mitad del siglo XVII ese nuevo significado de la palabra comenzó a hacerse corriente, se volvió cada vez menos necesario agregar la expresión “*locus internus.*” Paralelamente, en la segunda mitad del siglo XVII se empezó a usar el término “spatium,” para designar la totalidad de los lugares, o la extensión constituida por todos los lugares, a lo cual contribuyó Newton al explicar el espacio en el escolio de los explica el espacio absoluto y

En la décima lección Keill presenta otro argumento en favor del vacío, esta vez no de carácter geométrico, sino fundado en la naturaleza de la gravedad y las diferencias de peso entre diferentes elementos. Si la cantidad de materia es igual en dos globos de igual magnitud, uno de plomo y el otro de corcho, estos dos cuerpos deberían pesar lo mismo, porque la materia más sutil, que ocupa los poros del corcho pesaría igual que la materia del plomo que es igual a ella. Pero como hay una gran diferencia de peso entre ambos cuerpos, debe haber también una gran diferencia en sus respectivas cantidades de materia, y si el plomo es tres veces más pesado que el corcho, la materia contenida en el plomo será el triple de la que hay en el corcho; de manera que habrá más poros o espacios absolutamente vacíos en el corcho, que en el plomo. Por lo tanto un vacío no solo es posible, como arguyó antes (lección 2), sino que existe actualmente.[240] Keill deduce de este argumento que la cantidad de

---

definir el lugar como la parte del espacio que un cuerpo ocupa. (*Principia Mathematica*, pp. 6-7). Keill lo sigue en ello.

[240] "Ponamus jam duos globos, plumbi scil. & suberis, aequalium magnitudinum; si in utroque eadem esset materiae quantitas, (per jam ostensa) utrumque corpus aequaliter ponderaret; nam materia subtilissima poros suberis occupatis aeque ponderaret ac materia plumbi ipsi aequalis; cum vero magnum sit in duobus hisce globis ponderum discrimen, magnum quoque erit in iisdem materiae discrimen; & si plumbum subere sit triplo gravius, triplo quoque major erit in plumbo contenta materia, quam in subere; adeoque plures erunt in plumbo pori seu plura spatia absolute vacua. Vacuum igitur non tantum possibile est, sed & actu datur; quod erat probandum." *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio X, Theor. IX, pp. 100-101. "Let us suppose now two Globes of equal Magnitudes, the one of Lead, the other of Cork; if the Quantity of Matter in both was the same, (by what has been shewn) both Bodies would equally ponderate: for the subtilest Matter occupying the Pores of the Cork, would ponderate equally with the Matter of Lead that is equal to it. But since there is a great difference in the Weights of these two Bodies, there will be also a great difference in the Quantity of their Matter; and if Lead is thrice heavier than Cork, the Matter contained in the Lead will be triple of that in the Cork: so that there will be more Pores or Spaces absolutely empty in the Cork, than in the Lead. A *Vacuum* therefore is not only possible, but actually given; which was to be proved. And hence it follows, that the Quantity of Matter in any Body may be properly estimated by its Gravity." *Introduction to Natural Philosophy*, p. 117. En sus notas a la física de Rohault, Samuel Clarke presenta una versión de este argumento: "Hence it follows, that there is really a *Vacuum* in Nature, and that it is much the greatest Part. For since Gravity is an universal Affection of Matter, if we suppose the

materia en cualquier cuerpo puede ser estimada por su gravedad o peso, mientras que Newton lo probaba experimentalmente. [241] Este razonamiento supone que sólo hay una clase de materia, de la cual están constituidos los distintos elementos, y que esa materia es la misma que la materia sutil, de manera que las diferencias de peso entre volúmenes iguales ocupados por diversos elementos, y por lo tanto sus diferentes densidades, se explican en virtud de la existencia de más o menos intersticios vacíos en los distintos cuerpos. El argumento de Keill también toma en cuenta la suposición de los partidarios del plenum de la existencia de una materia sutil, la cual penetra tanto los espacios entre los cuerpos como los espacios o poros dentro de los mismos, de manera que no hay ningún espacio vacío.[242] Keill intenta mostrar que no es posible

---

World to be full, it would follow, that all Bodies would be equally heavy: which is very absurd." Rohault, *A System of Natural Philosophy*, vol. 2, p. 97, nota.

[241] *Introductio* ..., p. 101; *Introduction* ..., p. 117. Newton determinó que la cantidad de materia en cada cuerpo es proporcional a su peso a partir de experimentos con péndulos. *Principia mathematica*, II, VI, Prop. XXIV, Theor. XIX, corolario 7, p. 304.

[242] De acuerdo con Descartes, *Principes de la Philosophie*, III, 52, pp. 128-9, existen tres clases de materia: 1. Aquella que forma el sol y las estrellas, que es la materia de la luz y constituye el primer elemento de los tres que admite Descartes. 2. Aquella que consiste en partículas redondas muy pequeñas, forma los cielos, transmite la luz y constituye el segundo elemento. 3. La materia que forma los cuerpos gruesos y opacos a la luz, y constituye el tercer elemento. Estos tres tipos de materia son respectivamente, la luz material, el éter y la materia ordinaria. La materia del primer elemento, que no tiene forma particular, puede llenar los intersticios entre las partículas de materia y éter. También las partículas de éter pueden llenar los espacios entre partículas de materia. Y de todo esto resulta que no queda ningún espacio vacío. La materia del primer y segundo elemento (la materia sutil) permite explicar, por ejemplo, la rarefacción (aumento de volumen) y la condensación (disminución de volumen) de los cuerpos. Ver Descartes, *Principes de la Philosophie*, II, 5 (pp. 65-6), 6 (p. 66), 7 (pp. 66-7); cfr. : Rohault, *A System of Natural Philosophy*, I, 8, 5, vol. 1, p. 29. En la física cartesiana, la gravedad de los cuerpos se explica porque ellos son presionados hacia abajo (en dirección del centro de la tierra) por el fluido que se aleja del centro de la tierra y –bajo el supuesto de un plenum– está confinado por el perímetro del vórtice terrestre. Debido a la rotación terrestre, las partes de la masa compuesta de tierra, agua y aire tienden a alejarse del centro. Como algunas partes tienen más movimiento que otras, las partes que tienen menos fuerza para alejarse son empujadas con violencia hacia el centro por aquellas partes que tienen más fuerza, y esta es la razón de que las encontremos pesadas. Rohault, *A System of Natural Philosophy*, II, 28, § 7, vol. 2, pp. 93-4. En tanto

dar cuenta de las diferencias de pesos entre los elementos a partir de una mayor o menor cantidad de poros llenos de materia sutil en los mismos, y por lo tanto hay que admitir el vacío.

Este teorema se inspira en un argumento que Newton expone en la primera edición de los *Principia mathematica*.[243] El argumento keilliano está en la discusión del teorema IX de la décima lección de la *Introductio ad Veram Physicam*, el cual afirma que los pesos de todos los cuerpos

---

sus partes tienen más movimiento que otras, la materia fluida que circunda a la tierra tiene una mayor fuerza para alejarse del centro que las partes de la tierra; de esto resulta que la fuerza que tiene la materia fluida para alejarse del centro de la tierra es mayor que la de las otras partes terrestres y empuja a las demás partes (cuerpos) hacia dicho centro. Ibíd., §§ 10 y 11, p. 95. El fluido penetra los cuerpos. Un cuerpo que tiene menos fluido que el cuerpo que había en el espacio que ocupa, es empujado hacia el centro por un volumen de materia fluida similar al fluido desalojado por él, que tiene a alejarse del centro. Ibid., § 13, p. 96. En consecuencia, el peso de un cuerpo es proporcional a la cantidad de materia fluida que lo hace descender. Ibid., § 14, p. 97. La explicación de las diferencias de peso en cuerpos del mismo tamaño es interesante: Como los cuerpos terrestres tienen poros que fácilmente pueden ser penetrados por la materia del primer y segundo elemento, necesariamente siempre tienen que contener una cierta cantidad de esa materia, que posee una fuerza para alejarse del centro de la tierra. Por otro lado, la porción de aire que sube al lugar ocupado por el cuerpo terrestre también contiene en sus poros materia sutil. En consecuencia, para determinar la relación de peso lo que hay que considerar es la diferencia entre las dos cantidades de materia sutil. De acuerdo con Rohault, el peso total de un cuerpo resulta de que el remanente de la materia sutil que está en la porción de aire que logra (después) ocupar el espacio del cuerpo pesado, tiene más fuerza (porque su cantidad es mayor) para alejarse del centro de la tierra que el remanente de la materia terrestre que compone el cuerpo pesado. Ahora bien, puede haber una gran diversidad en los cuerpos, de manera que la diferencia entre las dos cantidades de materia sutil también variará, haciendo posible que cuerpos del mismo tamaño tengan pesos diferentes, y que cuerpos muy grandes pesen muy poco. Ibid., § 15, p. 98. Esto se basa en Descartes, *Principes de la Philosophie*, IV, 20-27, pp. 210-14. "Et il faut remarquer que la force dont la matiere du Ciel tend à s'éloigner *du centre* de la Terre, ne peut auoir son effect, si ce n'est que *celles de ses parties qui s'en éloignent* montent en la place de quelques parties terrestres qui *descendent* au mesme temps en la leur." Ibid., 23, p. 211. "Si bien que... *toute la pesanteur de ce corps consiste en ce que* le reste de la matiere *subtile*, qui est en cette portion d'air, *a plus de force à s'éloigner du centre de la Terre*, que le reste de la matiere terrestre qui le compose..." Ibíd., 24, p. 212.

[243] *Principia mathematica*, Book III, Prop. VI (Theo VI), Cor. II y III, pp. 413-14.

sensibles cerca de la superficie de la tierra son proporcionales a las cantidades de materia contenidas en ellos.[244] De acuerdo con la proposición VI (Teor. VI) del tercer libro de los *Principia mathematica*, a iguales distancias del centro de cualquier planeta, los pesos de los cuerpos, respecto de dicho planeta, son proporcionales a las cantidades de materia que ellos contienen.[245] De aquí se sigue como corolario que el peso de los cuerpos no depende de las formas y texturas de los mismos.[246] Un segundo corolario afirma que todos los cuerpos alrededor de la tierra gravitan hacia ésta, apoyándose en que a distancias iguales del centro de la tierra los pesos de todos ellos son proporcionales a las cantidades de materia que contiene cada uno.[247] De lo dicho se sigue –en un tercer corolario– que no todos los espacios están igualmente llenos de materia, pues si así fuera, la gravedad específica del fluido que llena la región (del aire) alrededor de la tierra no sería menor que la gravedad específica del azogue (el mercurio), el oro, o el cuerpo más denso de la tierra, de modo que ningún cuerpo podría descender en el aire. Nótese que Newton es cauteloso y preciso en cuanto a lo que concluye de sus razonamientos y no afirma la existencia del vacío. Es –según antes adelantamos– en la segunda edición *Principia mathematica*, que él expresa la posibilidad y existencia del vacío, aunque todavía bajo condiciones.

El teorema newtoniano –según la primera edición– ya había influido sobre la *Confutation of Atheism* de Bentley, quien fue más allá de Newton y consideró necesario admitir no sólo que no todos los espacios están llenos por igual, sino que el vacío mismo existe.[248] Al

---

[244] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 99; *Introduction …*, p. 116.
[245] Isaac Newton, *Principia mathematica*, Book III, Proposition VI, p. 411.
[246] Ibíd., Cor. I, p. 413.
[247] Ibíd., Cor. II, p. 413.
[248] Como la gravedad es proporcional a la cantidad de materia, surge una manifiesta necesidad de admitir un vacío, doctrina principal de la filosofía atómica. Porque si hubiera por todas partes absoluta plenitud y densidad, sin poros vacíos e intersticios entre las partículas de los cuerpos, todos los cuerpos de dimensiones iguales contendrían una cantidad igual de materia y –consecuentemente– serían igual de pesados, de manera que el oro, cobre, piedra, madera, etc., tendrían todos el mismo peso específico [las diferencias de peso específico, o las diferencias de peso entre los distintos tipos de cuerpos (o sus elementos) se deben a la diferente cantidad de poros o intersticios vacíos en

igual que Bentley y posiblemente inspirado por él, Keill va más allá de Newton y propone el teorema que hemos examinado, afirmando la existencia del vacío. Dicho teorema fue criticado por Christian Wolff en sus *Aërometriae Elementa* de 1709, lo cual inició una discusión con Keill sobre el vacío, que fue uno de los primeros episodios en las disputas entre leibnizianos y newtonianos.[249] Wolff objeta que todo cuerpo pierde parte de su peso en el fluido sutilísimo que penetra sus poros y en el cual nada. El peso perdido es igual al volumen del fluido desplazado por el cuerpo, de acuerdo con el principio de Arquímedes,[250] por lo cual es imposible que la materia sutil recibida en los poros del cuerpo aumente el peso de la materia que nada. En consecuencia, el peso de la esfera de

---

ellos], lo cual no es así de acuerdo con lo que la experiencia nos asegura. Richard Bentley, *A Confutation of Atheism from the Origin and Frame of the World*, Sermon VII, en Richard Bentley, *Sermons Preached at Boyle's Lecture; Remarks upon a Discourse of Free-Thinking; Proposals for an Edition of the Greek Testament; etc. etc.*, Alexander Dyce, Editor, London, Francis Macpherson, 1838, p. 150. De ello se sigue necesariamente que hay un vacío, y que la mera y simple extensión o espacio tiene una naturaleza y una noción diferente del cuerpo real y la substancia impenetrable. Ibid., p. 151. La influencia de More y Locke sobre esto último es fácil de detectar.

[249] Christian Wolff, *Aërometriae Elementa*, en Christian Wolf, *Gesammelte Werke*, J. École, H. W. Arndt, Ch. A. Corr, J. E. Hofmann, M. Thomann, Eds., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1981, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 37. Reimpresión de la edición de Leipzig, 1709, Axioma III, Scholion II, pp. 16-18. Keill respondió en las *Acta Eruditorum* de enero del siguiente año, y Wolff replicó en febrero. Ver: Johannis Keill A.M. Ex Aede Christi, in Academia Oxoniensi, "Epistola ad Clarissumum Virum Christianum Wolfium in Academia Regia Fridericiana Mathematum Professorem," *Acta Eruditorum*, enero de 1710, pp. 11-15; *C.W*, "Responsio ad Epistolam Viri Clarissimi Johannis Keill, A. M. ex Aede Christi in Academia Oxoniensi & Reg. Societ. Socii, Actis Mensis Januarii p. 11 insertam," *Acta Eruditorum*, febrero de 1710, pp. 78-80. Newton fue puesto al tanto de esta disputa por Keill: "I have not the Volume in whc Wolfius has answered my letter, but I have sent you his letter transcribed from thence, and also a copy of my letter to him ..." John Keill a Newton, 3 de abril de 1711, *The Correspondence of Isaac Newton*, ed. H. W. Turnbull et al., 7 vols, Cambridge, Cambridge University Press, 1959-1977, Vol. V, Edited by A. Rupert Hall and Laura Tilling, Cambridge, Cambridge University Press, 1975, p. 115.

[250] *Tratado de los cuerpos flotantes*, Libro I, Prop. 7. "Cuando un sólido más denso que un fluido se sumerge total o parcialmente en dicho fluido, experimentará un empuje hacia arriba (es decir: perderá un peso) igual al peso del fluido desalojado."

corcho corresponderá al peso del corcho en ella, ya que la materia sutil que penetra sus poros no contribuirá a hacerla más pesada, por lo cual esta esfera pesará menos que la esfera de plomo, y no lo mismo, como arguye Keill, de manera que no hay necesidad de invocar el vacío. Dados los antecedentes del teorema de Keill en el teorema de Newton, la crítica de Wolff era también una crítica contra el newtonianismo en general, no sólo contra Keill. La admisión del vacío se relaciona con el punto de vista de Keill sobre la sutileza de la materia. Al final de la quinta lección de la *Introductio ad Veram Physicam* se propone como un problema, fácilmente solucionable a partir de lo que ha expuesto en las lecciones del libro, probar que un grano de materia sólida puede dispersarse hasta llenar cualquier espacio finito, no importa cuan grande sea este, y de tal manera, que en el mismo no hay ningún espacio vacío (poro) cuyo diámetro exceda una línea recta dada.[251]

§ 6. La divisibilidad infinita de la magnitud, la existencia del vacío y de una fuerza de atracción inherente a los cuerpos como los principios de toda física

En una carta publicada en 1708 en las *Philosophical Transactions* sobre las leyes de la fuerza atractiva, Keill afirma que los fundamentos a la base de toda física están constituidos por tres principios: 1- que existe el espacio vació; 2- la divisibilidad infinita de toda magnitud; y 3- que la materia tiene una fuerza atractiva.[252] La geometría demuestra que a la naturaleza de la cantidad pertenece la divisibilidad *in infinitum*, junto con la continuidad, y la experiencia confirma que la materia posee una fuerza atractiva.[253] En este trabajo, él afirma que la existencia del espacio vacío consta a partir del movimiento de los cuerpos, pues en un medio completamente lleno no sería posible el movimiento.[254] Esta es una razón diferente a la que examinamos en la *Introductio ad Veram Physicam*, que

[251] *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio V, p. 55.
[252] John (Joannis) Keill, "*Epistola ad Cl. virum* Gulielmum Cockburn, *Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur*," *Philosophical Transactions* XXVI, 1708–9, pp. 97–110, p. 97.
[253] Ibíd., p. 97
[254] Ibíd., p. 97.

estaba inspirada en los *Principia mathematica*.[255] Aquí Keill sigue a la *Óptica* (cuya primera edición en latín había aparecido en 1704), donde Newton afirma que los movimientos de los cuerpos celestes prueban que el espacio sideral está vacío de cualquier resistencia perceptible al movimiento, y por lo tanto de toda materia sensible.[256] La "Epistola ... In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur" consta de 30 teoremas que exponen una doctrina de las fuerzas atractivas de la materia, la cual trata de explicar una pluralidad de fenómenos. Esta doctrina ejerció una influencia considerable sobre las especulaciones de los primeros newtonianos acerca de la materia, también en el desarrollo de teorías químicas durante la primera mitad del siglo XVIII, e incluso en medicina y fisiología, comenzando con la *Animal Secretion* de James Keill,[257] hermano de John Keill, donde hay una extensa discusión de las fuerzas atractivas y su rol en la naturaleza.[258] En este libro, James Keill trató de aplicar las ideas de su hermano para explicar la fisiología animal. En 1709 aparecieron las *Praelectiones Chymicae* de John Freind,[259] también los *Physico-mechanical Experiments* de Francis Hauksbee,[260] y en 1710 John Harris publicó el segundo volumen de su *Lexicon*

---

[255] *Principia mathematica*, Libro III, Prop. VI, Corolarios 3 y 4.

[256] "And against filling the Heavens with fluid Mediums, unless they be exceeding rare, a great Objection arises from the regular and very lasting Motions of the Planets and Comets in all manner of Courses through the Heavens. For thence it is manifest, that the Heavens are void of all sensible Resistance, and by consequence of all sensible Matter." *Opticks*, Qu. 28, pp. 364-365.

[257] James Keill, *An Account of Animal Secretion*, London, 1708.

[258] Sobre las teorías de la materia de Newton y sus primeros seguidores y su influjo en la historia de la química ver Arnold Thackray "'Matter in a nut-shell': Newton's *Optics* and eighteenth century chemistry," *Ambix*, Vol. XV, No. 1, February, 1968, pp. 29-53, pp. 34-43; y el libro del mismo autor: *Atoms and Powers: An Essay on Newtonian Matter-Theory and the Devepoment of Chemistry*, Harvard University Press, Cambridge, 1970.

[259] John Friend, *Prælectiones Chymicæ: In quibus omnes fere Operatones Chymicæ Ad Vera Principia & ipfius Naturæ Leges rediguntur; Anno 1704*, Oxonii, in Musæo Ashmoleano Habitæ, 1709, en Johannis Friend, M.D. Serenissimæ Reginæ Carolinæ Archiatri, *Opera Omnia Medica*, London, Johannis Wright, 1733.

[260] Francis Hauksbee, *Physico-mechanical Experiments on Various Subjects*, London, 1709.

Technicum,[261] en el cual presentaba un sumario del sistema newtoniano. También hay que mencionar los *Philosophical Principles of Religion*, de George Cheyne, que intentaron refutar al ateismo a partir de la filosofía natural newtoniana, y explicaban una serie de fenómenos a la manera de Keill y Freind.[262]

John Keill postula fuerzas atractivas para explicar la cohesión. La atracción es la fuerza en virtud de la cual un corpúsculo que toque a un cuerpo se cohesiona con el mismo en el lugar del contacto, y su magnitud es proporcional a la cantidad del contacto.[263] Pero este modo de resolver la cohesión fue inmediatamente criticado por Leibniz, quien explicaba ese fenómeno por medio del movimiento conspirante.[264] También Christian Wolff explica la atracción como un movimiento conspirante, siguiendo a Leibniz,[265] y criticando a los newtonianos (Keill, su hermano James, John Freind, y George Cheyne, aunque sin mencionarlos por su nombre) por haber considerado la atracción como causa de toda cohesión.[266] La explicación de estos fenómenos químicos, y en particular de la cohesión, sobre la base de una fuerza atractiva, fue estudiada y

---

[261] John Harris, *Lexicon Technicum: Or, An Universal English Dictionary of Arts and Sciences: Explaining not only the Terms of Art, but the Arts Themselves*, 2 Vols., London, Dan. Brown etc., 1704-1710.

[262] George Cheyne, *Philofophical Principles of Religion. Natural and Revealed*, 2 Parts, 3a edición, London, George Strahan, 1724.

[263] John Keill, "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," p. 101.

[264] *Animadversiones in partem generalem Principiorum Cartesianorum*, pars II, ad §§ 54-55, Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, reimpresión de la edición de Berlín, 1880, Vol. IV, p. 388; *Nouveaux Essais*, II, 23, § 23, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, Vol. V, pp. 206, 207.

[265] "Atque hinc intelligitur, quid sibi velit Leibnitius, quando motum conspirantem dixit cohaesionis causam." *Cosmologia generalis*, § 292 not., p. 221.

[266] Ibíd., § 292 y not., pp. 220-222. Movimiento conspirante es aquel que tienen dos corpúsculos A y B, que han sido empujados uno hacia el otro, según direcciones contrarias, a causa de lo cual se cohesionan. "*Si duo corpuscula A & B vi quacunque insita vel quomodocunque impressa secundum contrarias directiones urgeantur adversus se invicem; eo ipso cohaerent*." Ibíd., § 291, p. 220.

asimilada por el joven Kant,[267] quien medio siglo más tarde también intentó resolver dichos fenómenos a partir de una fuerza atractiva asignada por él a los elementos de los cuerpos, a los cuales llamó mónadas físicas, y a la cual añadió una fuerza repulsiva, diferenciándolos de esta manera respecto de los elementos de Christian Wolff, dotados de una fuerza activa que no consistía en una atracción, entre otras cosas porque este autor protestaba contra la idea misma de una fuerza atractiva.[268] Con ello, Kant se separó de la ortodoxia wolffiana. Cabe añadir que los teoremas de Keill son similares a la teoría, más rigurosa y elaborada, propuesta por Boscovich,[269] y que también son parecidos a las especulaciones no-publicadas de Newton.[270]

Keill fue el más influyente de los proponentes de la tesis según la cual la atracción pertenece a la esencia de la materia. Para él, la fuerza atractiva es una cualidad inherente a los cuerpos. Aunque en la "Epístola ..." Keill no diga expresamente que la atracción actúa a distancia, su manera de concebirla conduce a la afirmación de que dicha fuerza actúa inmediatamente a distancia, pues él la piensa como esencial a la materia y como una cualidad no reducible a una explicación mecánica sobre la base de movimientos e impulsos. La acción a distancia

---

[267] quien leyó la "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," en John Keill, *Introductiones ad veram Physicam et veram Astronomiam. Quibus accedunt Trigonometria. De viribus centralibus. De legibus attracionis*, Mediolani (Milán), Franciscus Agnelli, 1742 [Primera edición: Lugduni Batavorum (Leyden)], 1725, p. 624 ss., que era una recopilación de escritos de Keill sobre filosofía natural, la cual también incluía a la *Introductio ad Veram Physicam* y la *Introductio ad Veram Astronomiam*. En la Introducción (y sus notas 11 y 15) nos hemos referido a la influencia sobre Kant de esta carta, así como de la *Introductiones ad veram Physicam et veram Astronomiam*.

[268] Immanuel Kant, *Methaphysicae cum geometria iunctae usus in philosophia naturali, cuius specimen i. continet monadologiam physicam*, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, Props. VIII y X, pp. 540 y 546. En el próximo capítulo nos aproximaremos un poco más a las doctrinas de Kant y Wolff.

[269] Roger Joseph Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1966. Edición Inglesa de la primera edición de Venecia, 1763.

[270] Thackray, *Atoms and Powers*, p. 67-8.

fue muy debatida en esa época, en particular porque formó parte de una explicación de la gravedad como cualidad inherente a la materia. Para Leibniz y sus seguidores en las *Acta Eruditorum*, tanto el vacío reivindicado por los newtonianos, como la atracción de Keill eran inaceptables. Ellos interpretaron la atracción de Keill como una cualidad oculta que actúa a distancia y la criticaron duramente en reseñas de los libros de los newtonianos que aparecieron en las *Acta Eruditorum* de Leipzig. [271] Todo esto desató las polémicas entre newtonianos y leibnizianos, que se llevaron a cabo en las *Acta Eruditorum*, las *Philosophical Transactions*, en obras de autores de uno y otro lado, en particular la *Teodicea* de Leibniz, en la cual este atacó la concepción de la atracción como *qualitas occulta*, y en la correspondencia de sus protagonistas, que incluyeron a Keill, Newton, Leibniz, Wolff y otras figuras.

[271] "Prælectiones Chymicæ: In quibus omnes fere operatones Chymicæ ad vera principia & ipſius Naturæ leges rediguntur, Oxonii habitæ a Johanne Freind, M.D. Ædis Christi Alumno," *Acta Eruditorum*, 1710: Septiembre, pp. 412-16 [En las *Philosophical Transactions* , Freind respondió a las críticas que le hicieron en esta reseña: John Freind, *"Johannis Freind, M.D. Oxon. Prælectionnm Chymicarum Vindiciæ, in quibus Objectiones, in Actis Lipſienſibus Anno 1710. Menſe Septembri, contra Vim materiæ Attractricem allatæ, diluuntur," Philosophical Transactions (1683-1775)*, Volume 27 (1710-1712), pp. 330-342.]; "Philoſophical Principles of Natural Religion, &c. h.e. Philoſophica Principia Religionis Naturalis, quæ Elementa Philoſophiæ Naturalis continent, & probationes, ad ſtabiliendam religionem naturalem inde deductas: Autore Georgio Cheynæo," *Acta Eruditorum,* 1710: Octubre, pp. 454-64 ; "Martini Lister, e Medicis Domeſticis Sereniſſimæ Majeſtatis Reginæ Annæ, Diſſertatio de Humoribus," *Acta Eruditorum*, 1711; mayo, pp. 216-22.

CAPÍTULO II

LA DIVISIBILIDAD DE LA MAGNITUD

§ 7. La divisibilidad infinita de la magnitud

De acuerdo con Keill, tanto el *espacio* como los *cuerpos* son magnitudes, y la *extensión* pertenece necesariamente como atributo a todas las especies de magnitud, por lo cual la extensión es un atributo universal del espacio y del cuerpo.[1] En consecuencia, la *divisibilidad*, que es una propiedad general de toda extensión, corresponde por igual al espacio y al cuerpo.[2] Por medio del término "divisibilidad," Keill se refiere, no a la *separación* de las partes, unas de las otras, que supone movimiento y debido a ello no es admitida por el espacio,[3] sino a la resolución de cualquier magnitud en sus partes, es decir: su diferenciación y distinción.[4] Para Keill, pertenece a la esencia de toda

---

[1] Según la teoría tradicional de la definición de las especies a partir del *género* y la *diferencia específica*, la *magnitud* es un género –al cual pertenece como propiedad esencial la *extensión*– que se divide en dos especies: *cuerpo* y *espacio*, de cuyas diferencias específicas forman parte respectivamente la *impenetrabilidad* –o solidez– y la (completa) *penetrabilidad*.

[2] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio III, p. 17; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 20.

[3] Tal separación es una división real o física, que sólo aceptan los cuerpos. En cambio, la división del espacio es meramente geométrica. La división de un cuerpo en partes que pueden existir separadamente es lo que hemos llamado una división real. En el fondo se trata de una *separatio* de las partes. A diferencia de ella, la división del espacio es sólo una división geométrica, que distingue partes en el espacio, mediante límites, pero que no separa dichas partes.

[4] Es decir, la posibilidad de dividirla geométricamente, sin separar las partes, lo cual supone la posibilidad de trazar o concebir límites que separen una parte de la otra, los cuales pueden ser puntos, líneas o superficies.

magnitud estar compuesta de partes, que son otras magnitudes de la misma clase. Esto presupone que las magnitudes son entes que están sometidos al principio según el cual sus partes son entes de la misma clase.[5] Toda magnitud puede ser parte de otra magnitud, a la vez que consta de partes, que a su vez tienen partes. Y de allí se sigue que toda magnitud tiene como una propiedad íntima y esencial la resolución en sus partes. Los puntos –como cualquier otra entidad que no tenga partes– no son magnitudes, sino el comienzo o el final de una magnitud (como en una línea).[6] Por lo tanto, ninguna magnitud puede ser producida por ningún número de puntos, aunque este sea infinito (actual).[7] Otra consecuencia de lo anterior es que toda magnitud consta de partes, que son otras magnitudes –es decir que también tienen partes– y cada una de estas a su vez consta de partes y así *in infinitum*. Nunca se puede llegar a una magnitud tan pequeña que no pueda ser todavía dividida en partes, ni puede darse, en ninguna especie de magnitud, un mínimo absoluto, sino que lo que es dividido, puede nuevamente ser dividido en partes. "This constant farther Resolution of Matter into Parts, is by the Philosophers called its *Divisibility in Infinitum*; and that very truly, since there cannot be assigned any Quantity of Matter so minute, and any finite Number so great, but that the Number of Parts composing that Magnitude, that is, into which it may be resolved, shall be greater than that Number, how

[5] Este principio puede subsumir bajo sí otras proposiciones, p. ej: las partes de las substancias son substancias, las partes de los cuerpos son cuerpos, las partes del espacio (y los espacios) son espacios, etc.

[6] Cf.: Euclides, *The Thirteen Books of the Elements*, trans. Thomas L. Heath, 3 Vols., 2nd edition, New York: Dover, 1956, Vol. 1, p. 153, definiciones 1 y 2: "A *point* is that which has no part" y "the extremities of a line are points."

[7] Este razonamiento también influye sobre la *Monadologia physica* de Kant (Prop. IV, Schol., en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, p. 530.), junto con las críticas de Leonhard Euler a los elementos wolffianos (concebidos como puntos físicos –por lo tanto inextensos– de los cuales constan en última instancia los cuerpos). Ver: Leonhard Euler, *Gedanken von den Elementen der Körper in welchen das Lehrgebäude von den einfachen Dingen und Monaden geprüfet, und das wahre Wesen der Cörper enddeckte wird* (1746), en Leonhard Euler, *Opera omnia* (Geneva, 1942), ser. 3, vol. 2, 348–366, §§ 60, 61, 63, 64, 65, pp. 362-3; *Lettres a une Princesse d'Alemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, Paris, Charpentier, Libraire-Editeur, 1843, publicadas por primera vez en San Petersburgo, 1768 a 1772, cartas 55, pp. 316–17, y 61, p. 330.

large soever it be: *for we call that Infinite, which exceeds any Finite*."[8]

Keill dedica dos lecciones de la *Introductio ad Veram Physicam* a discutir la divisibilidad de la magnitud, presentando en ellas argumentos geométricos y discusiones filosóficas, más no razonamientos empíricos para defender la divisibilidad infinita de toda magnitud. Hace esto bajo la influencia de la *Philosophia vetus et nova* o *Philosophia burgundica* de Jean Baptiste Du Hamel y del cartesiano Jacques Rohault, quien dedica un capítulo de su *A System of Natural Philosophy* a la divisibilidad de la materia, y Keill toma argumentos de él. En cambio, Newton no trata la divisibilidad de la materia en la primera edición (1687) de los *Principia mathematica*, menos aún la discute filosóficamente, como Descartes, o geométricamente, como Du Hamel y Rohault. Descartes niega la posibilidad del atomismo. Por pequeñas que uno suponga las partes de los cuerpos, él arguye que, como son extensas, no podemos concebir que haya alguna que no pueda ser todavía divisible en otras partes más pequeñas, de modo que la parte extensa más pequeña que pueda existir en el mundo, siempre puede ser dividida, porque ello pertenece a su naturaleza.[9] Este punto de vista se encuentra en Rohault,[10] para quien la materia es divisible en todos los puntos (límites) que puedan ser asignados, y siendo indefinido el número de puntos asignables en cualquier cantidad de materia dada, resulta que la materia es indefinidamente divisible.[11] La referencia a los puntos que pueden ser asignados anuncia el tratamiento geométrico que Rohault va a dar al

---

[8] *Introduction to Natural Philosophy*, Lecture III, p. 21. "Haec semper ulterior materiae in partes resolutio, illius *divisibilitas in infinitum* à philosophis nuncupatur; & recte sane, cum nulla assignari potest quantitas materiae adeo minuta, & numerus finitus adeo magnus, quin numerus partium eam quantitatem componentium, in quas scil. resolvi potest illa quantitas, major erit numero illo utcunque magno; nam *illud infinitum vocamus quod omni finito majus est.* " *Introductio ad Veram Physicam*, p. 18.

[9] René Descartes, *Principes de la Philosophie*, en *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery (Eds.), 11 Vols., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964-1974, Vol. IX-2, II, 20, p. 74. Ver también: II, 34-5, pp. 82-3.

[10] Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*. *A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke*, *Published in 1723*, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, Part I, Chap. IX, § 1, p. 31.

[11] Ibíd. §§ 2-4, pp. 31-2.

problema de la divisibilidad de la materia. Efectivamente, él incorpora razonamientos geométricos –ausentes en Descartes– para probar la divisibilidad infinita de la materia. Esta tradición, que proviene de la edad media y no toca a Descartes, pasa a Keill a través de la lectura de la física de Rohault, también de la *Philosophia burgundica* de Du Hamel, y revela un punto en el cual el escocés coincide con el cartesiano Rohault y –a través de este y Du Hamel– con motivos medievales, que tampoco están presentes en Newton. Siguiendo su tercera regla del filosofar –incorporada en la segunda edición (1713) de los *Principia mathematica*–, que prescribe la admisión de cualidades en los cuerpos si estas tienen comprobación experimental, Newton reconoce que las partes de los cuerpos pueden ser divididas por la razón en partes menores, como lo demuestra la matemática, pero aun así la división y separación real de las mismas mediante fuerzas naturales sigue siendo incierta, y sólo puede resolverse por algún experimento que pruebe la división hasta el infinito de las partes mínimas, todavía no divididas.[12]

§ 8. Las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la magnitud

Aunque Keill sigue la tesis corpuscularista según la cual todos los cuerpos están actualmente divididos en partículas minúsculas que los componen, la divisibilidad *in infinitum* de toda magnitud, adoptada por él como un principio fundamental de la filosofía natural, es contraria al corpuscularismo de Newton. El autor de los *Principia mathematica* es un corpuscularista que piensa que hay corpúsculos mínimos, si bien, como ya vimos, en la segunda edición de dicha obra reconoce su existencia como incierta e indica que un solo experimento podría contradecir esta

---

[12] Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, 1729, revisada por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, California, 1934, Book III, Rule III, p. 399. Según Locke, en la materia no tenemos ideas claras de la pequeñez de las partes mucho más allá de las más pequeñas partículas que percibimos por medio de los sentidos. En consecuencia, aunque tengamos ideas claras de la división y de la divisibilidad, no tenemos idea clara ni distinta de la división infinita de los cuerpos. John Locke, *An Essay concerning Human Understanding*, 2 Vols., Dover Publications, New York, 1959, Vol. 1, Book II, Ch. XXIX, §16, p. 494.

tesis.[13] En cambio, Keill es un corpuscularista que a priori no admite la existencia de *corpuscula minima*, por lo cual se opone al indivisibilismo antiguo y moderno. En relación con la divisibilidad de la materia, también es interesante observar que Newton no cuenta a la divisibilidad –finita o infinita– entre las propiedades fundamentales de la materia en vista de la constitución de la filosofía natural; para él la divisibilidad no es uno de los principios sobre los cuales descansa la física. De acuerdo con la tercera regla del filosofar, las propiedades que –presentes en las partes mínimas de los cuerpos y gracias a ello en los propios cuerpos– constituyen el fundamento de toda la filosofía natural son: extensión, dureza, impenetrabilidad, movilidad e inercia; y sólo después de establecer dicho fundamento es que se trata la divisibilidad.[14] Finalmente, Keill piensa que la divisibilidad infinita de la materia puede ser probada geométricamente,[15] cosa que, según hemos visto, Newton no hace, ni en la primera, ni en la segunda edición de los *Principia mathematica*, limitando el papel de la geometría como instrumento de la filosofía natural a la demostración de los fenómenos a partir de principios derivados de la experiencia y presentados matemáticamente.[16] Si la geometría no puede hacerlo, Newton tampoco parece considerar que la divisibilidad infinita pueda ser demostrada mediante razonamientos filosóficos. La tesis de la divisibilidad infinita de la materia como algo que puede argüirse filosóficamente y la incorporación de razonamientos geométricos para demostrarla es uno de los aportes de Keill al newtonianismo, por cierto uno que ejerció influencia. Entre los filósofos que lo siguieron tal vez uno de los más importantes sea Kant. Ya lo

---

[13] "Moreover, that the divided but contiguous particles of bodies may be separated from one another, is matter of observation; and, in the particles that remain undivided, our minds are able to distinguish yet lesser parts, as is mathematically demonstrated. But whether the parts so distinguished, and not yet divided, may, by the powers of Nature, be actually divided and separated from one another, we cannot certainly determine. Yet, had we the proof of but one experiment that any undivided particle, in breaking a hard and solid body, suffered a division, we might by virtue of this rule conclude that the undivided as well as the divided particles may be divided and actually separated to infinity."*Principia mathematica*, Book III, Rule III, p. 399.

[14] Ibíd.

[15] *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio III, p. 18; *Introduction …*, pp. 21-22.

[16] *Principia mathematica*, prefacio a la 1ª edición, pp. xvii-xviii.

hemos dicho, pero cabe reiterar aquí que con la incorporación de argumentos geométricos y filosóficos para demostrar una propiedad fundamental de la materia, Keill va más allá de la experiencia y el experimento en la fundación de la filosofía natural, así como de las reglas de Newton, y sus propias reglas metódicas. La importancia asignada por Keill a la divisibilidad infinita de la magnitud probablemente proviene de la lectura de Du Hamel y de la física de Rohault. Es de ellos de quien Keill toma esta tesis, y también de ellos proviene la manera de probarla, a partir de demostraciones geométricas y discusión filosófica. Así pues, en ello Keill no es original; tampoco Rohault, quien la toma del indivisibilista Du Hamel, y este a su vez recoge razonamientos medievales. He aquí un motivo medieval que pasa a la modernidad, a la vez que se debilita en la misma, perdiendo en los modernos la riqueza, sutileza y complejidad que tenía en los medievales, hasta ser dejado a un lado por la física de la modernidad. La principal razón de ello es la regla, establecida por Newton, de no llegar a conclusiones que no sean experimentales sobre las propiedades de la materia. A partir de ello, la divisibilidad de los cuerpos, o la teoría atomista, tendrá que fundarse sobre bases experimentales, que es el camino que tomó la física del siglo XIX.

§ 9. El surgimiento de las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la magnitud en la filosofía medieval

Hemos dicho que el empleo de pruebas geométricas para demostrar la divisibilidad *in infinitum* de la magnitud se origina en la filosofía medieval. Los atomistas de la antigüedad afirmaron que los fundamentos de todo lo que existe son corpúsculos indivisibles, cuya agregación constituye las cosas, mientras que Aristóteles pensó que el continuo no constaba de indivisibles. En la física aristotélica hay argumentos que luego tuvieron gran ascendencia contra la afirmación de que el continuo esta compuesto de indivisibles.[17] Tanto el punto de vista aristotélico como el del atomismo antiguo pasaron a la edad media, aunque la

[17] *Physica* VI, 1, 231 a ss, en *The Works of Aristotle*, translated into English under the editorship of W. D. Ross, 1a edición, Oxford, Oxford at the Clarendon Press, 1930, Vol. II.

mayoría de los filósofos medievales, seguidores del estagirita, mantuvieron la tesis de que el continuo no podía estar constituido por indivisibles o átomos, sino únicamente por *semper divisibilia*. No obstante, el atomismo conservó alguna influencia, contando con importantes adherentes a lo largo de esa época.[18] En el siglo XIV el número de sus partidarios creció, lo cual motivó la reacción de la corriente aristotélica dominante y así surgieron nuevos intentos de refutarlo, muchos de los cuales se fundaban en razonamientos aristotélicos para mostrar que el continuo no puede estar constituido por puntos, porque es imposible que estos puedan tocarse, o pegarse uno al otro, para formarlo.[19]

---

[18] Sobre el indivisibilismo medieval, y los argumentos geométricos para probar la divisibilidad de la magnitud propuestos por los divisibilistas medievales, ver: Edith Wilks Dolnikowski, *Thomas Bradwardine. A View of Time and a Vision of Eternity in Fourteenth Century Thought*, E. J. Brill, Leiden, 1995 , pp. 100 ss. John Murdoch, *"Rationes Mathematice": Un aspect du rapport des Mathématiques et de la Philosophie au Moyen Age*, Paris, Université de Paris, 1962. John E. Murdoch, "Superposition, Congruence and Continuity in the Middle Ages," en *L'aventure de la science. Melanges Alexandre Koyré*, I, Hermann, Paris, 1964, pp. 416 ss. John E. Murdoch and Edward Synan (1966). "Two Questions on the Continuum; Walter Chatton (?), O.F.M. and Adam Wodeham, O.F.M", *Franciscan Studies* 26: 212-88. J. E. Murdoch, "Infinity and Continuity," in N. Kretzmann, A. Kenny, and J. Pinborg (eds.), *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy*, Cambridge, 1982, pp. 579-82. Edward Stamm, "Tractatus de Continuo von Thomas Bradwardina. Eine Handschrift aus dem XIV. Jahrhundert," *ISIS*, No. 71 (Vol. XXVI, I), December, 1936. pp. 13-32. Vassili P. Zoubov, "Walter Catón, Gerard d'Odon et Nocolas Bonet," *Physis*, 1, 4, 1959, pp. 261-278.

[19] Si el continuo está compuesto de puntos, estos puntos deben ser o continuos o estar en contacto uno con el otro. Ahora bien, ellos no pueden ser continuos, porque para serlo sus extremidades deben ser una. Pero ellas no pueden ser una, ya que no hay ninguna extremidad de un indivisible (que sea distinta de alguna otra parte); tampoco pueden estar en contacto, lo cual requiere que sus extremidades estén juntas, ya que aquello que no tiene partes no puede tener una extremidad diferente de la cosa de la cual es la extremidad, por lo cual sus extremidades no pueden estar juntas. Además, como los indivisibles no tiene partes, deben estar en contacto uno con el otro como un todo con otro todo, y por ende no serán continuos, porque lo que es continuo tiene partes diferentes, y las partes en las cuales es divisible son diferentes en tanto estan separadas espacialmente, las extremidades de dos puntos no pueden ser una ni estar juntas. Así pues, los indivisibles no pueden tocarse, ni estar uno junto a otro para

Los intentos de refutar al indivisibilismo no se limitaron a los argumentos tradicionales. Algunos de sus opositores medievales fueron más allá de Aristóteles e inventaron razonamientos geométricos para enfrentarlo. Dichos argumentos se apoyaban en la geometría para tratar de mostrar que la tesis indivisibilista era incompatible con esta ciencia, y por lo tanto falsa.[20] De acuerdo con esta táctica, las pruebas geométricas buscaban poner de relieve contradicciones entre el indivisibilismo y los axiomas y proposiciones de la geometría, que para la época era la de Euclides.[21] Las pruebas geométricas fueron muy eficaces contra la tesis de que el continuo finito esta constituido por un número finito de

---

formar ninguna extension. *Physica*, VI, 1, 231 a 29-b 6 Otro tipo de razonamiento medieval se basaba en que la extensión no puede provenir de lo que no es extenso. Si los indivisibles no tienen tamaño ni extensión, no importa el número de ellos que se sumen a una magnitud dada, porque nunca habra aumento de tamaño. En consecuencia, el continuo no puede estar formado por indivisibles inextensos. Este argumento, cuyos orígenes se remontan a Zenón de Elea, se encuentra en autores modernos: p. ej., Bayle, Euler, y –a través de esta último– Kant. Ver § 15.4.

[20] Algunos de estos argumentos –los primeros– pueden ser encontrados en Algazel (*Metaphysics. A Medieval Translation*, ed. J. T. Muckle, C.S.B., Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1933, pp. 10-13); y en Duns Scoto (Ioannis Duns Scoti, *Quæstiones in Lib. II. Sententiarum*, Tomi sexti pars Prima (VI, I), Lugduni, Sumptibus Laurentii Durand, 1639, Reimpreso en Johannes Duns Scotus, *Opera Omnia. Mit einem Vorwort von Tullio Gregory*, 12 Vols., Hildesheim, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1968-69, Vol. VI.1, Distinctio II, Quæstio IX, pp. 230 ss). Por ejemplo, que las líneas paralelas trazadas desde cada indivisible en un lado de un cuadrado hasta cada indivisible en el lado opuesto destruyen la inconmensurabilidad de la diagonal con el lado, ya que estas paralelas van a intersecar la diagonal en tantos y sólo en tantos indivisibles como encuentren en los lados. De manera semejante, la construcción de todos los radios de dos círculos concéntricos va a tener como consecuencia el absurdo de que ambos círculos tienen la misma circunferencia, si ambas circunferencias están compuestas de indivisibles. En John E. Murdoch, J. E. Murdoch, "Infinity and Continuity," p. 579; John E. Murdoch, *"Rationes Mathematice"*, pp. 24-30 ; y John E. Murdoch and Edward Synan, "Two Questions on the Continuum …", pp. 254-6, se resumen algunos ejempos de estos argumentos.

[21] Estrictamente hablando, los argumentos geométricos no se originaron en la edad media. Se podían encontrar argumentos geométricos similares ya en el tratado pseudo-aristotélico *Sur les lignes indivisibles*. Sin embargo, aunque esta obra fue traducida al latin en el siglo XIII, tuvo poca influencia sobre las discusiones medievales sobre la continuidad. Murdoch, "*Rationes Mathematice*," p. 24.

indivisibles,[22] no así contra la tesis de que el continuo consta de un número infinito de indivisibles (inextensos).

Al parecer, la primera obra que influyó sobre la escolástica, además de ser una fuente importante de pruebas geométricas sobre el continuo, fue la *Metafísica* de Algazel (o, según su trascripción al alfabeto latino: el *Maqasid* de al-Ḉhazzālī), una suma de enseñanzas filosóficas basadas principalmente en los puntos de vista de Avicena.[23] En esta obra, Algazel discute la hipótesis de que los cuerpos están compuestos de partes indivisibles y presenta una pluralidad de razonamientos geométricos para destruirla.[24] Sobre la base de estos argumentos concluye, con Aristóteles, que es necesario que los cuerpos estén compuestos de *forma* e *hyle*

---

[22] Ver Edward Stamm, "Tractatus de Continuo von Thomas Bradwardina. Eine Handschrift aus dem XIV. Jahrhundert," ISIS, No. 71 (Vol. XXVI, I), December, 1936. pp. 13-32. Esto obligó a los indivisibilistas medievales a tratar de responder a la dificultad mencionada, con la cual igualmente se encontraron los indivisibilistas modernos. Así, por ejemplo, bajo el influjo del indivisibilismo wolffiano, y estando de acuerdo con la fuerza de los argumentos geométricos, Kant propuso en la *Monadologia physica* una explicación del continuo a partir de un número finito de indivisibles, que sin embargo constituían cuerpos que ocupaban un espacio divisible al infinito (es decir: no constituido por partes simples de espacio), considerando a estos indivisibles como mónadas físicas, o elementos puntuales, que llenan el espacio dinámicamente por medio de la acción de fuerzas atractivas y repulsivas. Estas, por cierto, se basan en las fuerzas atractivas y repulsivas postuladas en la "Epistola … In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," de John Keill (1708, *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 26, 1708-1709, pp. 97-110). En la primera sección de la *Monadologia physica*, Kant intenta mostrar que la existencia de las mónadas físicas concuerda con la geometría, lo cual consiste en probar que las mónadas ocupan un espacio finito y que la divisibilidad *in infinitum* del espacio no contradice su simplicidad. De esta manera logra una conciliación –si bien provisional en la historia de su pensamiento– de la divisibilidad al infinito de la magnitud con el indivisibilismo. Como podemos ver, se trata de un punto de vista, que aceptando las pruebas geométricas, sin embargo, explica el continuo a partir de la agregación de indivisibles. *Monadologia physica*, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, Sectio I., pp. 522 ss.

[23] al-Ḉhazzālī, *Algazel's Metaphysics. A Mediaeval Translation*, Rev. J. T. Muckle, C.S.B. Editor, St. Mchael's College, Toronto, 1933. Este tratado apareció en 1094 titulado: *Maqaṣid al-Falasifah* ("Los propósitos de los filósofos").

[24] Ibíd., pp. 10 ss.

(materia), y que no están compuestos de átomos, ni finitos ni infinitos en número.[25] El razonamiento geométrico históricamente más conocido e influyente en contra del atomismo deriva de la tesis de la existencia de los átomos constitutivos de los cuerpos la igualdad de la diagonal y el lado de un cuadrado, lo cual es imposible geométricamente, y se origina en Algazel.[26]

El uso de razonamientos geométricos para criticar al indivisibilismo que aparece en Duns Scoto fue sumamente importante para esta tradición, debido al gran prestigio de este autor.[27] Allí se encuentran argumentos de gran ascendiente sobre autores posteriores, medievales y modernos. El más famoso sostenía que el atomismo tenía como consecuencia la conmensurabilidad –e incluso la igualdad– del

---

[25] Ibíd., p. 14.

[26] Se trata de su cuarto argumento contra el indivisibilismo: "Quartus est ut ponantur sedecim substancie inpares continue iuncte in figuram quadratam, quator in quator hoc modo: .... [ver Figura 3] .... Nos autem quamvis posuerimus eas disiunctas, tamen intelligamus eas coniunctas sic ut nullum spacium sit inter eas, et tunc sine dubio latera equalia sunt; unumquodque enim latus compositum est ex quatuor partibus, et diametrus eius similiter ex quatuor. Sequitur ergo quod diametrus eius sit equalis unicuique laterum quod est inpossibile. Omnis enim diametrus secans quadratum in duos triangulos equales semper est maior quolibet laterum et hoc patet sensui in omnibus quadratis, et probatur in geometría; hoc autem fit impossibile si ponimus esse substancias impares." Ibid., p. 12.

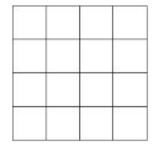


Figura 3

[27] Ioannis Duns Scoti, *Quæstiones in Lib. II. Sententiarum*, Tomi sexti pars Prima (VI, I), Lugduni, Sumptibus Laurentii Durand, 1639, Reimpreso en Johannes Duns Scotus, *Opera Omnia. Mit einem Vorwort von Tullio Gregory*, 12 Vols., Hildesheim, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1968-69, Vol. VI.1, Distinctio II, Quæstio IX, pp. 230 ss. En relación con esto ver: J. Murdoch and E. Synan, "Two Questions of the Continuum: Walter Chatton (?), O.F.M. and Adam Wodeham, O.F.M.," Franciscan Studies, Vol. 25, Annual IV, 1966, pp. 212-88, p. 216.

lado con la diagonal de un cuadrado.[28] Como acabamos de ver, este razonamiento proviene de Algazel, pero Duns Scoto proporciona una versión más elaborada del mismo.[29] Otro argumento concluía, a partir de la hipótesis de que el continuo está compuesto de indivisibles, que dos magnitudes diferentes serían iguales, mostrando que el atomismo tiene como consecuencia que dos círculos concéntricos de diámetros diferentes serían sin embargo iguales, es decir: que la circunferencia menor sería

---

[28] Al contrario del resultado geométrico: *El lado y la diagonal de un cuadrado son inconmensurables.* ["Those magnitudes are said to be *commensurable* which are measured by the same measure, and those *inconmensurable* which cannot have any common measure." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Thomas L. Heath (Trad. y notas), 2nd Edition, Dover, New York, 1956, Vol. 3, libro X, Definiciones, 1, p. 10.] La prueba de este resultado es una interpolación, que antes aparecía en los *Elementos* como la proposición 117, la última, del libro X. Se trataba de una *reductio ad absurdum*: Si la diagonal es conmensurable con el lado, se seguiría que un mismo número es par e impar a la vez. Aristóteles refiere que los Pitágoricos emplearon este método para probar la inconmensurabilidad de √2 con la unidad. (*Anal. Prior.*, I, 23, 41 a 26-7). Este último resultado fue muy importante en la historia de las matemáticas, ya que está relacionado con el descubrimiento de los números irracionales por parte de los Pitagóricos. Se puede probar que existen infinitas líneas rectas conmensurables e infinitas líneas rectas inconmensurables con cualquier línea recta determinada. De acuerdo con la tercera definición del libro X de los Elementos, si llamamos *racional* a esa línea recta, llamaremos *racionales* a aquellas líneas rectas que sean conmensurables con ella, e *irracionales* a aquellas que sean inconmensurables con ella. (*The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. 3, Definiciones, 3, p. 10.) Estos conceptos, así como los de conmensurabilidad e inconmensurabilidad provienen de los Pitagóricos. Investigando la relación que había entre la longitud de la diagonal de un cuadrado –o la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles– y la longitud del lado, ellos se dieron cuenta de que eran inconmensurables, y, en consecuencia: si el lado era racional, la diagonal era irracional. Tratando de medir la diagonal en un tríangulo rectángulo isósceles, o en un cuadrado, utilizando como medida y unidad racional la lóngitud del lado, los Pitagóricos lograron sucesivas aproximaciones, en fraciones racionales, al valor √2, pero encontraron que los sucesivos esfuerzos por llegar a una expresión exacta fracasaban. El paso gigante que dieron fue concluir que la expresión exacta de la diagonal era imposible; esto hizo posible el descubrimiento de una nueva clase de números. Sobre esto, ver la nota introductoria de Thomas Heath al libro X, Ibíd., pp. 1-2. Lo dicho permite apreciar cuan disruptivo sería el indivisibilismo para la geometría, de acuerdo con el argumento de Duns Scoto.

[29] Ioannis Duns Scoti, *Quœstiones in Lib. II. Sententiarum*, Distinctio II, Quæstio IX, pp. 230 ss.

igual a la mayor y viceversa.[30] Después de que Duns Scoto empleó estos dos argumentos, su uso se volvió normal en todos los tratamientos sucesivos del problema del continuo.[31]

Diversos autores posteriores emplearon argumentos geométricos como los que hemos visto para dilucidar la composición del continuo. Entre los más conspicuos podemos mencionar a Walter Chatton y Thomas de Bradwardine. El primero desarrolló versiones del argumento de los círculos concéntricos,[32] y del de la inconmensurabilidad de la diagonal con el lado.[33] Por su lado, el *Tractatus de continuo* de Bradwardine, escrito hacia el final de la edad media, contiene una cantidad de argumentos de naturaleza matemática, mediante los cuales se saca del atomismo una pluralidad de conclusiones absurdas; entre ellas que todos los círculos serían iguales, que muchos círculos no tendrían centro, que ciertos triángulos no tendrían ángulos mientras que otros sólo poseerían un ángulo, que otros triángulos tendrían tres ángulos rectos, que ciertos triángulos y cuadrados serían círculos, etc., etc.[34]

En su forma más acabada, el argumento de la conmensurabilidad de la diagonal con el lado del cuadrado procedía así: Si en un cuadrado se trazan líneas paralelas desde cada indivisible en un lado hasta los indivisibles correspondientes en el lado opuesto (ver Figura 4), estas líneas, o bien cortarán la diagonal en tantos puntos como hay indivisibles en el lado del cuadrado, o bien no lo harán. En el primer caso, la diagonal tiene que ser igual al lado del cuadrado, lo cual es imposible según la geometría. En el segundo caso, si se afirma que ciertos puntos de la diagonal no son tocados por el grupo de líneas paralelas (de manera que pueda haber más puntos en la diagonal que en el lado y la diagonal pueda

[30] Ibíd., p. 236.
[31] J. Murdoch, E. Synam, "Two Questions on the Continuum," p. 254.
[32] Walter Chatton, *A Chattonian text on the continuum*, en J. Murdoch and E. Synan, "Two Questions of the Continuum: Walter Chatton (?), O.F.M. and Adam Wodeham, O.F.M.," Franciscan Studies, Vol. 25, Annual IV, 1966, pp. 212-88, § 86, p. 254, § 100, pp. 259-60.
[33] Ibíd., §§ 87-89, pp. 255-6.
[34] Un excelente análisis de este tratado se encuentra en E. Stamm, "*Tractatus de Continuo* von Thomas Bradwardina," pp. 13-32. Ver también Murdoch, *"Rationes Mathematice"*, p. 30

ser mayor), resulta lo siguiente: Sea X uno de estos puntos. Dibújese desde X hasta uno cualquiera de los dos lados (digamos el de la izquierda) una línea paralela a las líneas AB, CD, etc., que ya han sido trazadas. Podemos preguntarnos si esta nueva línea llega a encontrarse con ese lado. Si lo toca, ello no puede ocurrir en ningún punto entre A y C, porque todos los puntos del lado han sido empleados para trazar el conjunto inicial de líneas paralelas. En consecuencia, ella debe encontrar al lado, o bien en A, o bien en C, lo cual contradice la hipótesis según la cual la línea trazada desde X era paralela.[35]

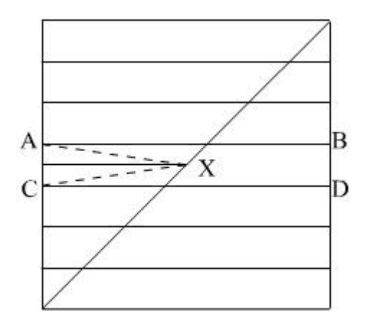


Figura 4

El argumento de los círculos concéntricos puede ser reconstruido así: Dados dos círculos concéntricos (ver Figura 5), si se trazan todos los radios del círculo grande, ellos deben cortar al círculo interior en tantos puntos como cortan al círculo exterior. En consecuencia, hay tantos puntos en el círculo menor como en el mayor, y por lo tanto los dos círculos son iguales, lo cual es absurdo.

[35] Nos basaremos en la reconstrucción de este argumento realizada por John E. Murdoch, "Rationes Mathematice", pp. 25-6.

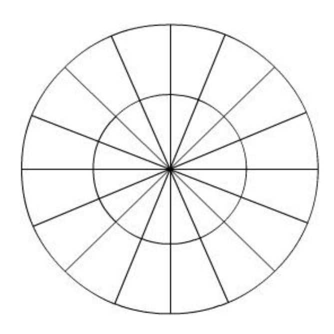


Figura 5

§ 10. La cuestión de la composición del continuo y las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la magnitud en la modernidad; los antecedentes de las pruebas geométricas de Keill en Du Hamel y Rohault

Los atomistas medievales produjeron respuestas a los argumentos geométricos a favor de la divisibilidad infinita de la magnitud, las cuales, junto con los diversos raciocinios de base geométrica y aristotélica en contra del indivisibilismo, formaron un *corpus* que para el siglo XIV ya era normal en las discusiones sobre la composición del continuo. Dicho *corpus* pasó a la modernidad, alimentando la discusión moderna entre indivisibilistas y divisibilistas.

La tradición medieval de argumentos y contra argumentos sobre la composición del continuo fue incorporada a la modernidad por autores como Bayle, Du Hamel y Rohault, cuyas obras fueron estudiadas tanto en el continente como en Gran Bretaña. [36] Para nosotros es

[36] P. Bayle, *Dictionaire Historique et Critique*, XVI Vols., Slatkine Reprints, Genève, 1969. Reimpresión de la edición de la edición de París, 1820-1824; Du Hamel, *Philosophia vetus et nova*, 1763; Jacques Rohault, *Traité de Physique*, Paris, 1671. De acuerdo con el diccionario de Bayle, uno solo tiene que tomar el primer curso de filosofía escolástica a la mano, para encontrar argumentos sumamente convincentes contra la existencia de puntos. *Dictionaire Historique et Critique*, p. 41-42. Bayle presenta dos pruebas geométricas de la divisibilidad infinita, las viejas demostraciones de la diagonal y el lado del cuadrado, y de los círculos concéntricos. Ibíd.

particularmente revelador el tratamiento del continuo que hay en el entonces muy conocido e influyente tratado filosófico compuesto por el indivisibilista Jean Baptiste Du Hamel. Este autor tiende un puente entre la antigüedad y la modernidad, transmitiendo a la nueva filosofía temas y argumentos tradicionales. Su *Philosophia vetus et nova* fue instrumental para la combinación de motivos medievales —la *filosofía vieja*, de donde proviene la discusión sobre el continuo y las pruebas geométricas— con motivos de la filosofía moderna —la *filosofía nova*: él expone y examina la filosofía de Descartes—. Du Hamel también nos interesa porque fue leído por Rohault, cuyo tratado de física contribuyó mucho a la substitución del aristotelismo y la física medieval por el cartesianismo, y además, ya nos hemos referido a ello, fue traducido por el hermano de Samuel Clarke, primero al latín y luego al inglés. A ello hay que añadir que ambas obras fueron conocidas por Keill, quien recibió de los dos autores la tradición de argumentos geométricos y razonamientos filosóficos que son discutidos en la *Introductio ad Veram Physicam*. Por ello, antes de examinar lo que Keill afirma sobre la divisibilidad infinita de la materia, será conveniente revisar brevemente los puntos de vista de Du Hamel y Rohault sobre este tema.

Comenzaremos por Du Hamel, quien está a favor del vacío, y coincide con Demócrito, Epicuro, Lucrecio y Gassendi, el expositor moderno del atomismo, en que los átomos y el vacío deben ser admitidos como principios mecánicos de las cosas.[37] En la *Philosophia vetus et nova* el continuo es definido como aquello cuyos extremos son uno y contiguos, son simultáneos y se tocan.[38] Las partes del continuo están unidas por sí mismas, existen en acto antes de toda división y son

[37] Joannes-Baptista Du Hamel, *Philosophia vetus et nova ad usum scholae accomodata in regia Burgundia olim pertractata*, Parisiis, 1678 (1ª Edición: *De consenso veteris et novae philosphiae ubi Platonis, Aristotelis, Epicuro, Cartesii aliorumque placita de principiis rerum excuntiuntur et de principiis chymicis*, Paris, 1663), Tom. II, *Tractatus Primus.* Dissertatio II. *De principiis rerum naturalium mechanicis.* Caput II. *De principiis rerum ex Democrito & Epicuro. Pp.703 ss., pp. 706-7, 707, 708.* Esta obra también fue conocida como *Philosophia burgundica*.

[38] Du Hamel, Op. Cit., Tom. II, *Tractatus Secundus.* Dissertatio I. *De natura corporis & continui.* Caput II. *De compositioni continui*, pp. 770 ss, p. 770.

distintas entre sí.[39] Du Hamel confronta el punto de vista de Aristóteles, quien dice que las partes del continuo están dadas en potencia, más no en acto.[40] La tesis indivisibilista considera que el continuo está fundado en sus partes, como un agregado, por lo cual dichas partes tienen que estar dadas en acto. Y si las partes están dadas en acto hay que concluir la existencia de partes simples, que no están a su vez compuestas de otras partes y son los constituyentes fundamentales del continuo. De lo contrario, el mismo no podría existir. Las partes del continuo constan de otras partes existentes en acto, estas de otras más pequeñas, y así sucesivamente. Si la división del continuo continuara indefinidamente sin que se pueda llegar a partes simples existentes en acto, por lo tanto anteriores al continuo, de las cuales este es un agregado, no habría partes a partir de las cuales se lo pudiera recomponer y quedaría privado de existencia real

Como su predecesor, el indivisibilista medieval, Du Hamel tiene que responder al reto representado por las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita del continuo. Para ello recurre a razonamientos filosóficos, y a las respuestas dadas por sus predecesores medievales a los argumentos geométricos contra la estructura discreta del continuo. La *Philosophia vetus et nova* considera que el continuo en la naturaleza probablemente no es divisible *in infinitum*, según quieren concluir las demostraciones geométricas.[41] Veamos sus argumentos: En primer lugar, como todas las partes del continuo están dadas en acto, si el continuo fuese divisible *in infinitum*, en el mismo habría infinitas partes dadas en acto, y ninguna de ellas podría ser finita, ni parte última (es decir: no reducible a otras partes). Du Hamel piensa que no se puede evitar esta conclusión afirmando que las partes son infinitas en potencia, mas no en acto. Así pues, de acuerdo con este autor, si fuese divisible al infinito, en el continuo realmente existirían infinitas entidades o partes, presentes en acto, y no importa lo que se haga para no llegar a dicha consecuencia,

---

[39] Ibid., pp. 770, 771.

[40] Du Hamel, *Philosophia vetus et nova,* p. 772; Aristóteles, *Physica*, III, 7, 207 b 10-14, *The Works of Aristotle*, Vol. II, translated into English under the editorship of W. D. Ross, 1a edición, Oxford, Oxford at the Clarendon Press, 1930.

[41] Joannes-Baptista Du Hamel, *Philosophia vetus et nova,* p. 773.

pues de todas maneras el pensar tiene que terminar por admitir un infinito actual, el cual no puede darse, ni concebirse, en las cosas creadas.[42] Otra razón contra la divisibilidad infinita del continuo afirma que Dios puede separar todas las partes del continuo que son recíprocamente distintas y mutuamente independientes, hasta llegar a la parte última y agotar completamente la división del continuo, aunque a nosotros esto nos parezca imposible. En consecuencia: el continuo no es divisible *in infinitum*.[43] Du Hamel no afirma que Dios lleve a cabo una división infinita, sino finita, aunque difícil de completar para nosotros. Este argumento presupone la imposibilidad –arriba afirmada– de que puedan existir en acto infinitas partes.[44] El indivisibilismo de la *Philosophia vetus et nova* no prescribe un término fácil a la división de la materia, sino que niega que ella pueda llevarse al infinito. Du Hamel no reconoce en ninguna parte de la naturaleza el progreso *in infinitum*, y añade que la tesis de que el continuo es divisible in infinitum proviene de un falso prejuicio del sentido. Como este nunca llega a término en la división de la materia, los filósofos se persuaden fácilmente de que la materia puede ser dividida *in infinitum*.[45]

---

[42] Ibíd.

[43] En el sentido de una división que continúa sin nunca terminar, que Aristóteles llamó potencial. Para Du Hamel, todas las partes existen en acto y están puestas recíprocamente una fuera de la otra, sin penetrarse, ninguna es causa de la otra o depende de ella. Las partes son distintas entre sí y separables. Por lo tanto, no hay ninguna razón por la cual Dios no podría separarlas si así lo quisiera. *Philosophia vetus et nova,* pp. 773-4.

[44] La objeción de Du Hamel contra el infinito actual en la naturaleza es teológica. Sin embargo, si se admite que tal infinito sea posible, podría arguirse que Dios puede completar la división del continuo, tanto si el mismo consta de un número finito de partes como si consta de un número infinito de ellas, hasta llegar a los indivisibles que lo componen, de manera que el argumento de Du Hamel no prueba necesariamente que el continuo no sea infinitamente divisible, pero en ambos casos –posibilidad e imposibilidad del infinito actual– sí podría concluir a favor del indivisibilismo. Por cierto, el infinito actual podría admitirse al menos en el ámbito de las ideas matemáticas abstractas, y no necesariamente es un concepto contradictorio, aunque entonces era mayoritariamente tenido como tal.

[45] *Philosophia vetus et nova*, p. 775. Una idea parecida después formó parte de la construcción y solución de la versión de la segunda antinomia de la razón que aparece en la Disertación Inaugural de Kant (1770). Kant distingue entre un conocimiento sensible y un conocimiento intelectual. Desde el punto de vista del

En la *Philosophia vetus et nova* se acusa a los matemáticos de

---

conocimiento sensible, la afirmación de la existencia de los simples es verdadera sólo si el concepto de simple puede ser representado en la intuición sensible, lo cual exige completar el análisis (es decir: la división) de un compuesto substancial dado (p. ej.: de un cuerpo), desde el todo hasta todas las partes posibles. Immanuel Kant, *De mundi sensibilis atque intelligibilis forma et principiis*, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. III, § 1 y nota, p. 14. Nos referiremos a esta obra como *Dissertatio*. Este proceso, que está sometido al tiempo, se realiza por medio de divisiones sucesivas del compuesto y sólo culmina con la última división, por lo cual, a menos que se lleve a cabo en un tiempo finito, no podrá ser completado de manera que surja el concepto de lo simple. *Dissertatio*, pp. 12-14. Ahora bien, puesto que en un quantum continuo el regreso que marcha desde el todo hacia las partes no puede llegar a un fin, el análisis del mismo no puede completarse, por lo que el todo no puede ser pensado como compuesto de simples. Ibíd., pp. 14-16. *Ninguna magnitud continua puede ser representada en la intuición sensible como constituida por partes simples, por lo cual la idea de que el continuo está compuesto de simples ha sido rechazada. De acuerdo con las leyes del conocimiento intuitivo su representación es imposible, y el vulgo otorga el mismo significado a irrepresentable e imposible*. Ibid., p. 16. Según Kant, *ésta es la razón de que muchos nieguen que los compuestos substanciales consten de simples*. [Cabe observar que en Kant, a diferencia de Du Hamel, el prejuicio del sentido es estructural.] Aquí se comete un vicio de subrepción, que consiste en tomar las condiciones de posibilidad de la representación de algo en la intuición sensible, por condiciones de posibilidad del ente en general, y conduce a la negación de que los compuestos substanciales consten de simples, que es la antítesis de la segunda antinomia. Pero en la *Dissertatio* no es rechazada la tesis de esta antinomia. Al contrario, Kant defiende la afirmación de que los cuerpos constan de simples. Su solución es la siguiente: tenemos un conocimiento sensible del mundo, en el cual los compuestos son divisibles al infinito y por lo tanto se cumple la antítesis. Ahora bien, el fundamento del mundo sensible es el mundo tal como es en sí mismo, que solo puede ser inteligible, y no está sujeto a las condiciones del conocimiento sensible. El conocimiento inteligible de este mundo, por medio de conceptos intelectuales y no sometido a las condiciones de la sensibilidad, nos revela que los compuestos constan de simples, los cuales son noúmenos, objetos de la inteligencia, y no pueden ser conocidos por la sensibilidad. La tesis vale en el mundo inteligible y la antítesis en el mundo sensible. Para proteger al conocimiento inteligible de los prejuicios de los sentidos, Kant prescribe como método a la metafísica evitar la generalización de las condiciones del conocimiento sensible a los entes en general y al conocimiento intelectual. Del susodicho conocimiento inteligible forma parte un indivisibilismo de estirpe wolffiana, en la forma de una cosmología basada en mónadas físicas o elementos, que, desarrollada por él en obras anteriores, aún suscribe –aunque parcialmente– en 1770.

añadir fuerza y peso al error anterior. Du Hamel no puede discutir la certeza de la ciencia matemática, de manera que el error debe residir en algún aspecto de su aplicación a la naturaleza. Por ello, después de argüir a favor de la existencia de indivisibles constitutivos de la materia, su estrategia para enfrentar los razonamientos geométricos de los anti-indivisibilistas consiste en tratar de mostrar que los mismos no se aplican a la materia. Con esta finalidad en mientes, afirma que la geometría considera la extensión misma, mas no las cosas extensas. A esto añade que la geometría no concibe a la extensión como se da en la naturaleza (es decir, constituida por unidades discretas), sino como divisible *in infinitum*. En la geometría se mira a la línea como el resultado del fluir de un punto, se define a la superficie como el flujo de una línea, etc., pero esta ciencia no demuestra la existencia de esos entes, sino que los presupone como hipótesis necesarias para sus demostraciones.[46] Los puntos, líneas y superficies geométricas son contemplados en abstracción de toda materia.[47] Para la geometría no hay dificultad en suponerlos de esa manera, pero entre las cosas reales no pueden existir las entidades que estudia dicha ciencia. En consecuencia, las demostraciones matemáticas no se deberían aplicar en la física como si, de alguna manera, en la naturaleza hubiera líneas, superficies o puntos tal cual los supone el geómetra. Hacerlo es, para Du Hamel, pasar del género (la extensión) a la especie (la materia) y afirmar que los entes geométricos (puntos, líneas, superficies, etc.) existen tanto en nuestras ideas como en las cosas naturales. Por ello, las demostraciones geométricas que erróneamente aplican los filósofos para demostrar que el continuo es divisible *in infinitum* son viciadas, en tanto que a partir de una demostración abstracta concluyen la existencia de puntos verdaderos y reales, o bien la existencia de líneas geométricas.[48] Al escribir esto, este

---

[46] *Philosophia vetus et nova*, p. 775.
[47] Ibíd., p. 776.
[48] Ibíd. Este argumento no es fácil de seguir. Uno esperaría que lo que vale para el género valga también para la especie. ¿En qué sentido la extensión es un género y la materia una especie del mismo y sin embargo, las propiedades del género no valen para la especie? Du Hamel supone que hay diferentes tipos de extensión, y que la divisibilidad *in infinitum* es una propiedad, no de la extensión en general, es decir: del género, sino de una especie: la extensión abstracta. Tiene razón cuando dice que en la naturaleza no hay líneas, superficies o puntos como los concibe la geometría. Si se arguye esto, habría, sin

autor supone que el objeto de la geometría (los cuerpos, superficies, líneas y puntos sobre los cuales versan sus demostraciones) tiene sólo existencia ideal, mas no real. La geometría considera la extensión separada de los cuerpos, y trata el continuo *in abstracto*, no en las cosas reales. No es su preocupación si sus objetos y las propiedades que estudia en ellos tienen existencia real. Podríamos añadir que eso va más allá de sus posibilidades, pues la determinación de la existencia real de sus objetos escapa a las demostraciones de la geometría. Algunos de estos objetos se dan en las cosas reales, como la cantidad, pero no todos. Por lo tanto, no se puede sin más aplicar a las cosas reales y a la física todo lo que la geometría descubre de la extensión.

Du Hamel concede que es posible demostrar la divisibilidad infinita de la extensión tal como la considera la geometría, en abstracto, y de hecho propone una prueba positiva, que se apoya en una construcción geométrica para mostrar la divisibilidad infinita de un segmento de línea. *Esta prueba es diferente de los razonamientos medievales que vimos, los cuales son apagógicos, e intentan mostrar que el indivisibilismo contradice a la geometría, o conduce a un absurdo; aquí se concluye la divisibilidad infinita directamente de la geometría* (*en última instancia de la verdad de sus postulados*). En la Figura 6, sean AB y CD dos líneas rectas y paralelas, puestas a cierta distancia, y sea EO una línea perpendicular a ambas. Es posible conducir infinitas líneas rectas desde la línea CD al punto A, y por lo tanto, también una pluralidad de líneas trazadas desde CD hacia A. Dibujemos tres de ellas: AR, AS, AT, las cuales intersectan a la perpendicular EO en los puntos F, I y L, y son tanto más largas cuanto más se aproximan a la recta AB. Pues bien, según se ha dicho, pueden producirse infinitas rectas, que desde CD conducen al punto A, y que se van acercando al punto E, pero sin que ninguna llegue a tocarlo. Es evidente, entonces, que ninguna línea recta trazada desde CD hasta A puede tocar simultáneamente el punto E y la línea CD. En consecuencia, aunque el espacio EF sea muy estrecho, puede ser disminuido *in infinitum*, y nunca puede ser agotado

---

embargo, que determinar la comprensión del género extensión, y elucidar qué tienen en común la extensión abstracta y la extensión real, si una es divisible *in infinitum* y la otra no, y si en una hay líneas, superficies y puntos como los suponen los geómetras, mientras que en la otra estos no pueden existir.

completamente.[49]

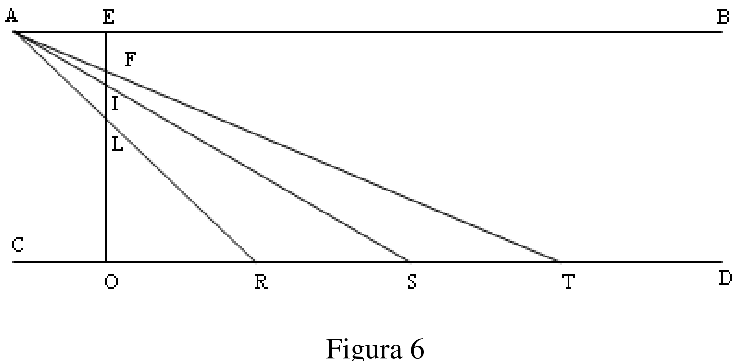


Figura 6

Según la *Philosophia vetus et nova*, esta prueba es cierta respecto de la extensión abstracta considerada por la geometría, pero su validez no puede extenderse a las cosas extensas, porque la pluralidad indefinida de líneas rectas que pueden ser trazadas desde el punto A hacia la recta CD, divide la línea perpendicular EO *in infinitum* matemáticamente, no físicamente. [50] De acuerdo con Du Hamel, confundir la división matemática de la perpendicular con una división física es cuando menos inadecuado.[51] Du Hamel reconoce la legitimidad de la demostración en el modo en que es propuesta por la geometría –es decir: en vista de la mera extensión y no de la *res extensa*– siempre que se consideren esas líneas y puntos tal como existen en la mente del geómetra, no como se dan en las cosas naturales (*rerum natura*), y no se juzgue estas cosas de manera absoluta a partir de la hipótesis geométrica. Pero si las hipótesis que asume el geómetra se toman como verdaderas respecto de los entes naturales, y por lo tanto se piensa que existen en la naturaleza puntos verdaderos y líneas verdaderas,[52] Du Hamel niega esto. Por ejemplo, dice él: la naturaleza no admite de ningún modo que infinitas líneas puedan

---

[49] Ibíd., p. 776.
[50] Dicha pluralidad es posibilitada por el primero y el segundo postulados de Euclides. Respectivamente: "To draw a straight line from any point to any point." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. I, p. 154; y "To produce a finite straight line continuously in a straight line." Ibíd.
[51] *Philosophia vetus et nova*, p. 777.
[52] Puntos sin dimensión alguna, líneas sin ningún grosor y superficies sin espesor; también los postulados, que valen sólo respecto de esta clase de entes ideales.

conducirse al mismo punto (como para la extensión abstracta se desprende del primer postulado de Euclides), y por lo tanto el punto mismo, que es real, permanece siempre indivisible (que es su tesis). Cuando se extiende su aplicación más allá de la extensión geométrica, esta clase de demostraciones fracasa. Como en verdad las construcciones geométricas existen únicamente en nuestras ideas, las pruebas geométricas no pueden ser transferidas a la física, a la cual no aportan luces, sino que, al contrario, esparcen sobre ella las mayores tinieblas. Queda el siguiente problema: Aún negando la validez de sus pruebas contra el indivisibilismo, no se puede obviar que, ya desde la escolástica, la física ha reconocido el valor de la geometría. Respondiendo a esto, Du Hamel no niega que las demostraciones geométricas sean de gran uso en la física, lo que dice es que hay que estar siempre en guardia para no trasponer a las cosas reales lo que solo pertenece a la extensión abstracta. En todo caso, hay que observar esta máxima, *no solo respecto del continuo*, *sino también cuando se discute el movimiento*. Cometen paralogismos, o falsas demostraciones, quienes, con menos precaución, creen poder pasar del conocimiento de las cosas abstractas al conocimiento de las cosas concretas, tal y como son en sí mismas.[53] Du Hamel supone tácitamente que aunque la mayor parte de lo que la geometría demuestra de la extensión abstracta no puede trasponerse a la extensión real, sin embargo algunas propiedades de la extensión abstracta también pertenecen a la extensión real, porque de lo contrario la geometría no podría ser útil a la física. ¿Que explicación puede haber para esto? Du Hamel no se detiene en el asunto, pero parece que según él hay dos tipos de propiedades de la extensión abstracta: las que sólo pertenecen a ella y aquellas que también convienen a la extensión real. Entre las primeras está la divisibilidad matemática, que continúa *in infinitum*, mientras que en la extensión real la divisibilidad es finita.

Como hemos dicho, para Du Hamel el continuo no es divisible *in infinitum*, sino que se puede resolver en partes mínimas: *minima physica*, o bien átomos, o puntos físicos. Según él, llamarlos puntos matemáticos y zenónicos ha originado dificultades, pues ha dado pie a que se transfiera ilegítimamente propiedades de los entes matemáticos a las

[53] *Philosophia vetus et nova*, pp. 777. ss.

cosas físicas.[54] Para evitar esa confusión, Du Hamel propone distinguir entre las diferentes clases de puntos. En primer lugar, hay que evitar confundir los puntos matemáticos con los puntos zenónicos. Aunque ambos existen sólo *in abstracto*, estos últimos *son las partes mínimas de toda cantidad*, que ocupan un espacio indivisible y por lo tanto no pueden ser divididos, ni siquiera por la mente, mientras que los verdaderos puntos matemáticos *son aquellos en los cuales no puede concebirse ninguna parte*.[55] La diferencia estriba en que *los puntos matemáticos no son partes mínimas o constitutivas de la extensión abstracta*, como los puntos zenónicos, *sino límites*, como en los extremos de una línea, o en un segmento de recta. A su vez, los puntos matemáticos y los puntos zenónicos son diferentes de los puntos físicos.

En sí misma, la geometría no presupone que los puntos zenónicos sean verdaderos o reales. Esta ciencia se ocupa de la cantidad ideal, mas no de como la misma se presenta en la materia o en las cosas naturales.[56] Mediante raciocinios como los que hemos visto en los medievales, o pruebas como la de Du Hamel, la geometría puede concluir efectivamente que el continuo matemático no consta de un número finito de indivisibles extensos. Sin embargo, más allá de este resultado, las demostraciones matemáticas tienen un valor neutral respecto de otras alternativas para concebir la composición del continuo, en tanto son indiferentes a una u otra posibilidad. Ellas no prueban, ni que el continuo consta de puntos zenónicos, ni que puede ser dividido *in infinitum* (sin que jamás se pueda llegar a indivisibles).[57] Las pruebas geométricas no son capaces de probar de manera definitiva que el continuo no consta de puntos zenónicos,[58] y Du Hamel no ve de qué otra manera la razón puede demostrar que el continuo no consta de puntos zenónicos,[59] añadiendo que quien admite la terminación, o bien la copulación de los puntos, necesariamente tiene que reconocer como verdadero que el continuo

[54] Ibíd., Caput III. De punctis mathematicis & physicis, pp. 777 ss.
[55] Ibíd., p. 777.
[56] Ibíd., p. 778.
[57] Ibíd.
[58] Ibíd., p. 779.
[59] Ibíd., p. 780.

consta de puntos.[60] De este razonamiento, más filosófico que geométrico, se desprende que el continuo matemático consta de puntos zenónicos, cuya cantidad es infinita, y por lo tanto se puede resolver en sus partes constitutivas por medio de una división infinita que en principio puede completarse.[61] Estas distinciones entre átomos, puntos físicos, matemáticos y zenónicos, aparecen en autores posteriores, por ejemplo, en el indivisibilista alemán Christian Wolff (y en sus seguidores, entre ellos: Alexander Gottlieb Baumgarten, cuya *Metaphysica* fue usada por Kant en sus lecciones), si bien él las interpreta de otra manera.[62]

---

[60] Ibíd.

[61] No por el hombre, claro está, pero estaría en el poder de Dios hacerlo, mientras que nosotros sólo podemos concebirla conceptualmente.

[62] Wolff distingue entre los átomos materiales de los atomistas y lo que él llama "elementos," a los cuales entiende como el "principium internum corporum irresolubile in alia, sive primum". (*Cosmologia generalis*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1964, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 4. Reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1737, § 181, p. 145.) Los primeros poseen cierta extensión, y se distinguen unos de otros por su figura y su tamaño. Además, en ellos hay composición de partes, por lo que en sí mismos son divisibles, si bien no existe en la naturaleza una causa que los pueda dividir, debido a su dureza. (Ibid., § 188, pp. 148-149.) En cambio, los elementos wolffianos son "atomi naturae": unidades o *puntos físicos*, que son en sí mismos indivisibles. (Ibid., § 186, p. 148; § 187 not., p. 148; § 216 not., p. 166. Cfr.: Leibniz, *Monadologie*, en Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, reimpresión de la edición de Berlin, 1880, Vol. VI., § 3, p. 607.) Ni unos, ni otros, deben confundirse con los *puntos zenónicos*, que también son entes simples, y a los cuales Wolff identifica con los *puntos matemáticos* (*Cosmologia generalis*, § 215, p. 165; § 218 not., pp. 167), en tanto esos puntos no tienen ninguna otra determinación intrínseca además de la ausencia de partes, y no pueden, por ende, ser distinguidos unos de los otros, ni formar la extensión [a diferencia de lo que piensa de Du Hamel]. (Ibid., §§ 216-218, pp. 166-168.) En Wolff encontramos un indivisibilismo más refinado que el de Du Hamel y los atomistas medievales. Bajo la influencia de Leibniz, Wolff lleva a cabo una superación del atomismo. Sin embargo, no hay que confundir sus elementos, que son puntos físicos y partes constitutivas de los cuerpos, con las mónadas leibnizianas, cuya naturaleza es espiritual, son puntos metafísicos, y fundamentos no constitutivos de los cuerpos; esto lo hemos dicho antes. Wolff arguye que los entes compuestos (los cuerpos) son agregados de elementos, que son sustancias simples. (*Vernünftige Gedanken, von Gott, der Welt und der*

Respecto del continuo matemático, Du Hamel es un indivisibilista infinitista. Veamos ahora lo que piensa del continuo real. El círculo que concibe la geometría no es –nos dice– el mismo círculo que se puede dar en la naturaleza.[63] El círculo matemático es perfecto y no tiene existencia física, por lo cual –aunque falsa– la tesis de que el continuo es divisible *in infinitum* persuade cuando se dice del círculo matemático, pero no si se afirma de los círculos reales.[64] Al contrario, respecto del continuo real sí es verosímil pensar que consta de puntos físicos y extensos.[65] Du Hamel cree que esta conclusión se puede colegir manifiestamente. Si el continuo no se compone de partes que son divisibles *in infinitum*, ni de puntos matemáticos, o zenónicos; si además hay que conciliarlo con la velocidad del movimiento (en general) y omitir las dificultades físicas y matemáticas que presenta su divisibilidad *in infinitum*; resulta *ex profeso* que consta de partes que son entidades simples y no están a su vez compuestas de partes. Dichas partes bien pueden ser llamadas puntos físicos, *minima naturalia*, o átomos. Cualquiera que sea el nombre que se les dé, hay que inteligir las cosas de este modo, porque la naturaleza aborrece el progreso *in infinitum*.[66] Como el continuo existe, y es un compuesto, que consta de partes y en ellas se resuelve, estas partes son puntos verdaderos que están en toda composición. Ellos han sido producidos de la nada por la sola creación y no por una composición, por lo cual no se dividen de ninguna manera, y como la división divide todo en partes, en dichos puntos no existe ninguna parte. Por ello, sólo pueden

---

Seele des Menschen, auch allen Dingen überhaupt –Deutsche Metaphysik–, en Christian Wolff: *Gesammelte Werke*, I. Abteilung, Deutsche Schriften, Vol. 2. Reimpresión de la edición de Halle, 1751, § 76, p. 36; *Ontologia*, en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 3, reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1736, § 793, p. 594; *Cosmologia generalis*, § 176, p. 143.) Cfr.: Baumgarten, *Metaphysica*, Editio IIII., Halae Magdeburgicae, Impensis Carol. Herman. Hemmerde, 1757, reimpreso en: Immanuel Kant, *Gesammelte Schriften*, Edición de la Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften , Walter de Gruyter & Co., Berlín y Leipzig, 1926, Vol. XVII, § 394, p. 109; § 406, p. 112..

[63] Joannes-Baptista Du Hamel, *Philosophia vetus et nova,* p. 781.

[64] Ibíd., p. 782.

[65] Ibíd., p. 782 ss.

[66] Ibíd., p. 782.

ser destruidos por aniquilación, y no por descomposición.[67]

De esta manera Du Hamel defiende el indivisibilismo de las objeciones fundadas en pruebas geométricas. Al argumento que de la tesis indivisibilista deduce la igualdad de los círculos concéntricos (ver Figura 5) responde negando la hipótesis: no puede haber tantas líneas físicas que conduzcan al mismo punto, es decir, al centro. En consecuencia, aquellas líneas que cortan el círculo mayor intersectan el círculo menor en otros tantos puntos matemáticos, no físicos. Es inadecuado confundir puntos matemáticos con puntos físicos tanto en el círculo menor como en el centro.[68]

De acuerdo con el cartesiano Jacques Rohault, toda porción de materia es divisible. Incluso los átomos de Epicuro son realmente divisibles, aunque Dios puede haber constituido ciertas partes de la materia como dichos átomos, de manera que ninguna otra causa externa a ellas, por ejemplo: una causa natural, pudiera dividirlas. No obstante, la indivisibilidad que resultaría de ello no estaría fundada en las propiedades de la materia, sino que sería arbitraria. Esto quiere decir que no dependería de la naturaleza de la materia, sino de la voluntad de Dios.

Rohault piensa que la cuestión de la divisibilidad de la materia se resuelve definitivamente por medio de argumentos geométricos. Esto es resultado de la ecuación entre cuerpo y extensión que toma de Descartes. Para el cartesianismo no hay diferencia real, sino sólo lógica, entre ambos tipos de extensión. Y para Rohault no parece haber necesidad de tocar asuntos como la relación de la geometría y sus resultados con la extensión real. El problema radica en determinar en cuantas partes puede ser dividida una porción de materia.[69] Como respuesta a esta pregunta, este autor dice lo siguiente: La materia es divisible en todos los puntos que puedan ser asignados a ella,[70] y el número de puntos que podemos

---

[67] Ibíd., p. 783.
[68] Ibíd., p. 785.
[69] Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*. *A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke*, *Published in* 1723, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969, Vol. 1, Part. I, Chap. IX, § 2 pp. 31-2.
[70] Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*, I, IX, § 3, p. 32.

concebir en una determinada cantidad de materia es indefinido, como lo evidencia una pluralidad de demostraciones geométricas. En consecuencia, la materia es divisible indefinidamente.

Para derrotar al indivisibilismo, Rohault propone la misma demostración que Du Hamel había presentado en la *Philosophia vetus et nova*, como se ve en la Figura 7:[71]

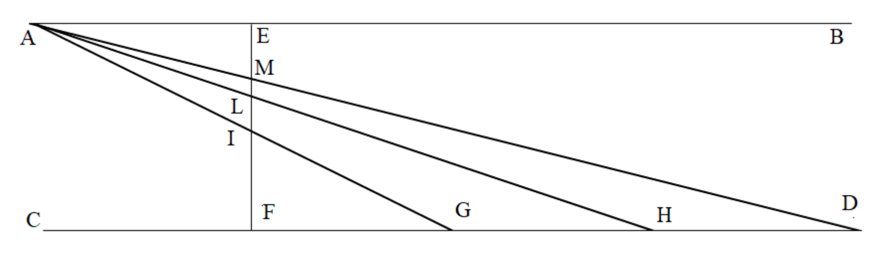


Figura 7

La tradicional razón contra el indivisibilismo basada en la inconmensurabilidad de los lados y la diagonal del cuadrado también aparece en el tratado de física de Rohault: Si la extensión no fuera indefinidamente divisible, después de dividir el lado AB en tantas partes

[71] A continuación el texto de su prueba: "Let two indefinite Lines AB, CD, be drawn parallel to each other, and at an Inch distance; then the Line EF, which is perpendicular to them, and limited by them, will be also an Inch long. Then let the Point A, in the Line AB, be taken on the left Hand of the Line EF, and, if you will, at an Inch distance from it; on the Line CD to the right Hand of EF, let as many Points G, H, D, &c. as you please be taken, and at any distance from each other; to which let as many straight Lines be drawn from A, as AG, AH, AD. Then it is evident, that the Line AG will pass through the Point I of the Line EF, that the Line AH will pas through the Point L which is higher, and the Line AD will pass through the Point M which is higher still, and so on; and because the Line CD is indefinite, and an indefinite number of Points, such as G, H, D may be taken upon it, it will follow, that Lines drawn from A to all those Points, will mark an indefinite Number of Points on the Line EF different from each other, and which approach nearer and nearer to the Extremity E, without any one of them ever passing through the Point E, because the Line CD is supposed to be parallel to AB. Wherefore, because the Length of EF was taken at pleasure, and the same Demonstration holds for any other Length whatsoever; we must acknowledge, that an indefinite Number of Points may be assigned in any determinate Portion of Matter, and consequently that Matter is indefinitely divisible." *A System of Natural Philosophy*, I, IX, § 4.

constitutivas como sea posible dividir la extensión (ver Figura 8), la diagonal AC tendría necesariamente un número determinado de dichas partes y sería conmensurable con el lado.[72]

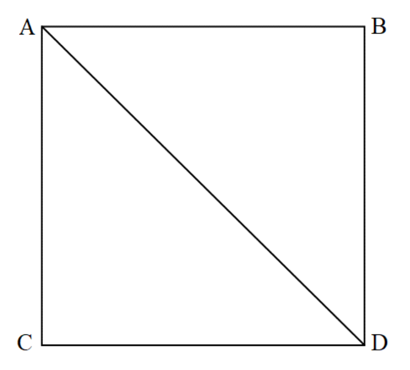


Figura 8

Después de probar la divisibilidad *in infinitum* de la extensión, Rohault responde a posibles criticas del indivisibilismo. Por ejemplo: Los indivisibilistas podrían objetar que si dos cuerpos se suponen desiguales, y pueden ser divididos indefinidamente, se seguiría que el número de partes de las cuales uno de ellos está compuesto es igual al número de partes de las cuales está compuesto el otro, lo cual tiene como

[72] "This Truth may also be demonstrated from this Consideration, that there are some Quantities that are incommensurable, that is, have no common Measure. Thus, suppose ABCD to be a Square, it may be geometrically demonstrated, that the Side AB, is incommensurable to the Diagonal AC. Let us then imagine in our Minds the Line AB, which is an Inch long, suppose, to be divided into a hundred Thousand equal Parts, and every one of these into a hundred Thousand other Parts that are equal also, and again, every one of these into a Hundred Thousand other Parts equal to one another still; we may go on in the Division thus, for an Age together, without ever being able to come at Parts so small, as to say, that the Line AC contains a certain determinate Number of them and nom more. Now this could not be so, if Extension were not indefinitely divisible; for then after we had divided the Line AN, for instance, into as many Parts as it is possible for Extension to be divided into, the Line AC would necessarily contain a certain determinate Number of those Parts, We must therefore conclude, that every Thing which is extended, and every Portion of Matter, is indefinitely divisible." Ibíd., § 5, p. 33.

consecuencia la igualdad de ambos, contradiciendo el supuesto inicial.[73] Notese que este razonamiento presupone la completitud de la división. Esta se va realizando mientras se dividen los cuerpos, y para completarla podría bastar una división finita, pero también podría requerirse una división infinita, que reduciría el cuerpo a sus partes indivisibles, puntuales o inextensas. Al mismo, Rohault replica que los atomistas no tienen en cuenta que la igualdad y la desigualdad no son propiedades que puedan ser aplicadas a las cantidades indefinidas, ya que el entendimiento humano solo puede comprender y comparar propiedades de las cosas finitas. Si al dividir indefinidamente dos cuerpos desiguales, el número de partes es igual en ambos, no se puede concluir que los dos cuerpos son iguales, porque las partes en uno son proporcionalmente más grandes que las partes del otro.[74] Otra posible objeción de los atomistas

---

[73] Ibíd., § 6, p. 33. Un argumento parecido se remonta a Lucrecio: Si no se admite la existencia de mínimos en la naturaleza, los cuerpos más pequeños estarán compuestos de infinitas partes, porque cada mitad de una mitad tendrá siempre una mitad y así hasta el infinito. En consecuencia, no habría ninguna diferencia entre el universo y el más pequeño de los cuerpos, ya que, por infinitamente extenso que se suponga al universo, los cuerpos más pequeños también estarían compuestos por infinitas partes. Lucrecio, *De la Nature*, Traduction Nouvelle, Introduction et Notes de Henri Clouard, Deuxième Édition, Paris, Librairie Garnier Frères, 1939, I, 609-622, pp. 36, 37.

[74] Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*, § 7, pp. 33-4. En una interesante observación a este pasaje, Clarke añade que lo que se dice de las cantidades infinitamente decrecientes también se puede decir de las cantidades infinitamente crecientes, de modo que las cantidades infinitamente grandes no son todas iguales. Por ejemplo: una línea dibujada *in infinitum* desde un punto hacia una dirección es la mitad de la línea dibujada *in infinitum* desde ese punto hacia las dos direcciones opuestas; el área de un rectángulo de altura infinita, dibujado sobre una base finita, puede ser ½, ⅓, etc., del área de otro rectángulo, también de altura infinita, pero dibujado sobre una base menor a la primera en la misma proporción (½, ⅓, etc.). Y un espacio sólido infinito de dos dimensiones es infinitamente menor que un espacio sólido infinito de tres dimensiones. Con estos ejemplos, Clarke intenta mostrar la debilidad de los argumentos que niegan la existencia del espacio infinito. El espacio puede ser dividido en innumerables partes que son desiguales (por ejemplo: se lo puede dividir en innumerables partes de un pie cúbico, pero también en innumerables partes de una pulgada cúbica), y en el espacio infinito el número de las partes más grandes es tan infinito como el de las menores. Quienes se oponen al espacio infinito piensan que esto es absurdo, porque creen, falsamente, que todos los infinitos son iguales en cada respecto. Por ello concluyen que no hay tal cosa como un espacio infinito. Ibíd., § 7, nota de Clarke, p. 34. Cfr. Newton: "… infinites

es la siguiente: De la divisibilidad indefinida de la materia se seguiría que una pequeña porción de materia, por ejemplo: un cubo de un cuarto de pulgada de altura, podría ser dividido en tantas pequeñas piezas cuadradas como para cubrir todo el globo terrestre, incluso si este fuera mucho más grande de lo que es; en definitiva: un contrasentido.[75] Según Rohault, esta objeción se funda en el supuesto de que todo aquello que nuestra imaginación no puede comprender es un absurdo, lo cual es un error indigno de un filósofo, quien debe saber que hay un número infinito de verdades que no podemos comprender.[76]

§ 11. Las pruebas de Keill

Recordemos que Keill piensa que la divisibilidad infinita de la materia puede ser probada por argumentos tomados de la geometría.[77]

La primera demostración geométrica proporcionada por nuestro autor es la prueba que hemos examinado en Du Hamel y Rohault (ver Figura 9),[78] que a través de él pasa a Kant, quien la emplea en la *Monadología physica* de 1756 para probar que el espacio ocupado por los cuerpos es divisible al infinito.[79] Así pues, este argumento es transmitido desde Du

---

when considered absolutely without any restriction or limitation, are neither equal nor unequal nor have any certain proportion to one another, & therefore ye principle that all infinites are equal is a precarious one." Carta de Newton a Bentley, 17 de enero de 1692/3, en Isaac Newton, *The Corresponce of Isaac Newton*, ed. H. W. Turnbull et al., 7 vols, Cambridge, Cambridge University Press, 1959-1977, vol. 3 (1688-1694), 1961, p. 240.

[75] Jacques Rohault, *A System of Natural Philosophy*, § 8, p. 34.

[76] Ibíd., § 9, p. 34.

[77] John Keill, *Introductio Ad Veram Physicam: seu lectiones physicae habitae in schola naturalis philosophiae Academiae Oxoniensis. Quibus accedunt Christiani Hugenii . . .* , 2ª edición (Oxoniae, 1705), lectio III, p. 18. Traducción al inglés: *An introduction to natural philosophy: or, philosophical lectures read in the University of Oxford, Anno Dom 1700. To which are added, the demonstrations of Monsieur Huygens's theorems, concerning the centrifugal force and circular motion,* traducida de la ultima edición en Latin, 3ª edicion, London,Woodfall, 1733, pp. 21-22.

[78] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio 3, pp. 22-3; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 26-7.

[79] Immanuel Kant, *Methaphysicae cum geometria iunctae usus in philosophia naturali, cuius specimen i. continet monadologiam physicam*, en Immanuel Kant,

Hamel —quien rechaza su validez respecto de los cuerpos— a los divisibilistas Rohault y Keill (quienes arguyen a favor de su veracidad, no sólo respecto de la extensión geométrica, sino también de la materia), y de allí lo toma el joven Kant, quien, afirmando que vale tanto en el espacio geométrico como en el espacio real, sostiene sin embargo que los cuerpos constan de elementos simples e intenta resolver la aporía resultante.[80]

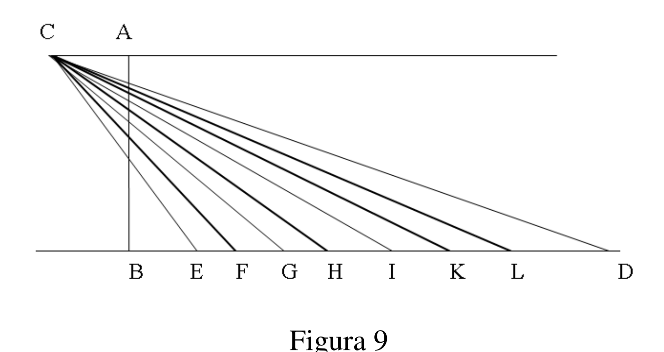


Figura 9

Keill da a la prueba la estructura de una *reductio ad absurdum*; la

---

Werke in sechs Bänden, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, Prop. III, pp. 524-26. Nos referiremos a esta obra como *Monadologia physica*. La prueba está al servicio de la formulación de lo que después sería la antitésis de la segunda antinomia de la razón pura, que encuentra su primera aparición en esta obra, y consiste en la negación de que los cuerpos y los compuestos en general consten de partes simples. (Cfr.: *Crítica de la Razón Pura*, B 463.) Examinaremos la versión kantiana de esta demostración en el § 12. Nos referiremos al indivisibilismo del Kant pre-crítico en el § 15.4.

[80] Immanuel Kant, *Monadologia physica*, Prop. II ("Corpora constant monadibus."), p. 522. La solución del conflicto entre esta afirmación, que es lo que después será la tesis de la *Segunda Antinomia* de la Razón Pura (Cfr. *Crítica de la Razón Pura*, B 462.), y la Prop. III ("Spatium, quod corpora implent, est in infinitum divisibile, neque igitur constat partibus primitivis atque simplicibus."), p. 524, se lleva a cabo en la primera seccion de la *Monadologia phyisica*, en la cual "Monadum physicarum existentiam geometriae consentaneam declarans." p. 522. El punto de vista de la geometría es el de los filósofos matemáticos de la naturaleza, sobre todo Keill, de quien Kant toma la prueba de la divisibilidad infinita del espacio. De lo que se trata, pues, es de conciliar la existencia de mónadas físicas indivisibles, constitutivas de los cuerpos, con la divisibilidad infinita del espacio que ellas ocupan. Esta es la primera forma que toma la segunda antinomia en el pensamiento de Kant.

vuelve apagógica. Él trata de probar que *la divisibilidad finita de la extensión contradice los postulados de la geometría*; y por lo tanto, la divisibilidad infinita es consistente con dichos postulados. Consideremos la construcción geométrica de la Figura 9, en la cual se han trazado las líneas paralelas AC, BD y —entre los puntos A en AC y B en BD— la línea recta AB.[81] Si AB no es divisible en un número infinito de partes,

[81] El contenido literal de la demostración es: "Ducatur per A recta quaevis AC, & huic per punctum B parallela ducatur BD, & in AC capiatur punctum quodvis C; Si igitur recta AB non est divisibilis in infinitum partium numerum, divisibilis tantum erit in numerum partium finitum; sit ille numerus qualiscunque, *v.g.* senarius: in linea BD ad partes puncto C oppositas capiantur quotcunque puncta plura quam sex *v.g.* puncta E, F, G, H, I, K, L, & ducantur per postulatum primum *Euclidis* CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL: hae ductae divident rectam AB in tot partes quot sunt rectae; si enim non divident, ergo plures rectae in uno aliquo puncto rectam AB intersecabunt; sed omnes se intersecant in communi puncto C, quare duae aliquae rectae sese bis secabunt, & proinde vel spatium comprehendent, vel habebunt idem segmentum commune: quorum utrumque est contra axiomata in Elementis posita. Dividitur igitur AB in tot partes diversas, quot sunt rectae, sed tot sunt rectae, quot puncta in recta BD sumpta fuere: quare cum sumpta fuere plura puncta quam sex, erit linea AB in plures partes quam sex divisibilis. Eodem modo, quantumvis magnus ponatur numerus, ostendi potest lineam AB esse divisibilem in partes numero majores illo numero, majorem scil. assumendo in recta BD punctorum numerum: quod facile fieri potest, cum nullus sit numerus finitus ita magnus, quin major sumi possit, idque in data quavis ratione majoris inaequalitatis, atque ducendo rectas à puncto C ad puncta in recta BD assumpta; hae quippe rectae rectam AB divident in tot partes, quot sunt rectae, adeoque in plures partes, quam numerus primo positus (utcunque magnus sit) constat unitatibus; erit itaque recta AB divisibilis in plures partes quam per ullum numerum finitum exprimi potest, adeoque erit divisibilis in infinitum." *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 22-3. ["*Through* A let be drawn any right Line AC, and parallel to it let be drawn through B the right Line BD, and in AC let there be taken any Point, as C: if therefore the right Line AB is not divisible into an infinite Number of Parts, let it be divisible only into an finite Number of Parts; and let that Number, for example, be fix. In the Line BD on the side opposite to C, let there be taken any Number of Points exceeding fix; for example, the Points E, F, G, H, I, K, L, and let there be drawn by the first Postulate of *Euclid*, CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL, These thus drawn, divide the right Line AB into as many Parts as there are right Lines; for if they do not, then some of the right Lines intersect AB in one and the same Point: but all of them intersect one another in the common Point C, whence some two right Lines will cut one another twice, or will have the same common Segment; both which is contrary to an Axiom in the *Elements*. AB is therefore divided into as many different Parts, as there are right Lines; but there are as many right Lines, as there were Points taken in the right Line BD: wherefore since there were

entonces debe ser divisible únicamente en un número finito y fijo de partes *n* (por ejemplo $n = 6$), de acuerdo con el principio del tercero excluso. Tómese un número aún mayor de puntos sobre la línea BD,[82] por ejemplo 7: E, F, G, H, I, K, L. De acuerdo con el primer postulado de los *Elementos* de Euclides,[83] siempre es posible trazar una línea recta entre cualesquiera dos puntos, de modo que desde el punto C podemos dibujar las líneas rectas CE, CF, CG, CH, CI, CK, CL,[84] que dividirán a AB en tantas partes como líneas rectas sean trazadas, es decir en un número de partes mayor que *n*.[85] Si no fuera así y AB sólo pudiera ser dividida en *n* partes, algunas de esas líneas rectas —no importa cuantos puntos diferentes E, F, G, etc. sean tomados— cortarían a AB en el mismo punto, pues cada punto de intersección es un límite, que divide a esta línea (AB) en dos segmentos —o partes— de línea recta.[86] Ahora bien, todas estas líneas se cruzan en el mismo punto común C, de manera que habrá algunos pares de líneas rectas diferentes (de acuerdo con el

---

taken more Points than fix, the right Line AB is divisible into more Parts than fix. After the same manner, how great soever the Number assumed shall be, it may be shewn that the Line AB is divisible into a Number of Parts greater than that Number; namely, by taking in the right Line BD a greater Number of Points, (which may be easily done, since no finite Number is so great, but a greater may be assumed, ant that in any given Ratio of a greater Inequality) and by drawing right Lines from the Point C to the Points taken in the right Line BD: for these right Lines will divide the right Line AB into as many Parts, as there are right Lines, and therefore into more Parts than the Number first assumed (how great soever it was) contains Units; and consequently the right Line AB is divisible into more Parts than can be expressed by any finite Number, and therefore it is divisible *in infinitum*. *Q. E. D.*" *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 26-7.]

[82] En rigor, basta con tomar el mismo número de puntos diferentes de B.

[83] "To draw a straight line from any point to any point." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Thomas L. Heath (Trad. y notas), 2nd Edition, Dover, New York, 1956, Vol. I, p. 154.

[84] Las cuales no necesariamente tienen que ser dibujadas en este orden.

[85] En realidad la dividirán en una parte más que el número de líneas rectas trazadas. La primera línea la divide en dos partes, la segunda en tres partes y en general, la *i*-ésima línea la divide en $i + 1$ partes.

[86] De acuerdo con las definiciónes 13 ("A *boundary* is that which is the extremity of anything") y 3 ("The extremities of a line are points") de los *Elementos* (*The Thirteen Books of Euclid's Elements, p.153*), los límites de una línea recta son puntos. Cualesquiera dos puntos sobre AB –por ejemplo: los puntos de intersección de CE y CF con AB, delimitan un segmento de la recta AB.

primer postulado, en tanto han sido trazadas desde C hasta puntos diferentes de BD) que, o bien se cruzarían dos veces, o bien tendrían el mismo segmento común, a saber el segmento limitado por C y el punto común de intersección sobre AB. Keill indica que ambas posibilidades contradicen un axioma de Euclides. En realidad contradicen respectivamente al primer y segundo postulados. Del primer postulado se infiere que la línea recta que une dos puntos es *única*, o en otras palabras, que *si dos líneas rectas* —o segmentos rectilíneos— *tienen las mismas extremidades*, *deben coincidir en toda su longitud*.[87] El enunciado equivalente: *dos líneas rectas no pueden encerrar un espacio*, que aparece interpolado como "axioma" en la cuarta proposición del libro I, es implicado por el primer postulado.[88] De acuerdo con ambos enunciados, no es posible que dos líneas rectas distintas unan dos puntos, o se corten en sólo dos puntos, sino que una y la misma línea recta une dos puntos. Un tercer enunciado, conectado con la idea de una línea recta, que ha sido asumido como postulado, sostiene que *existe sólo una línea recta que contenga dos puntos dados*, o, *si dos líneas rectas tienen dos puntos en común*, *ellas coinciden completamente*.[89] La primera posibilidad contradice este postulado al afirmar que líneas rectas diferentes se cortarían en dos puntos, a saber, C y el punto común sobre AB. El segundo postulado[90] tiene como consecuencia que dos líneas rectas no pueden tener un segmento común,[91] por lo que la segunda posibilidad mencionada por Keill ("si las dos líneas rectas no se cortan en dos puntos, tienen un segmento en común" –desde el punto C hasta el punto común en el cual ambas rectas cortan a AB) contradice dicho postulado. Ahora bien, como sobre la recta BD fueron tomados más puntos que el número fijo de partes en las cuales según la suposición

---

[87] Ver la nota de Thomas Heath acerca del primer postulado. *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 195. Cf. también, Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics*, Vol I., *From Thales to Euclid*, Dover, New York, 1981, p. 374.
[88] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 248. Ver la nota de Heath al primer postulado, Ibid., p. 196. Ver también: Heath, *A History of Greek Mathematics*, pp. 374-5.
[89] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 196.
[90] "To produce a finite straight line continuously in a straight line." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 154.
[91] Ver la nota de Heath al segundo postulado, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 196; Heath, *A History of Greek Mathematics*, p. 375

inicial se puede dividir AB, ésta línea recta puede ser dividida en más partes que dicho número. No importa cuan grande se suponga al mismo, pues siempre se puede tomar más puntos sobre BD —ya que siempre es posible un número mayor que cualquier número finito dado— y trazar las líneas correspondientes entre C y estos puntos, para dividir a AB en un número mayor de partes que el número *n* fijado. Esta construcción es factible en virtud del segundo y el quinto postulados.[92] Según la hipótesis de la prueba, la extensión es finitamente divisible. Si esto es así, la línea BD estaría constituida por un número finito de partes —o puntos— indivisibles, y desde el segmento de recta comprendido entre B y cualquier parte de BD —por ejemplo L— solamente podría trazarse un número finito de líneas rectas que dividirían a AB en un número finito de partes, ya que entre dos partes indivisibles no podría haber otra parte desde la cual trazar una recta. De esta manera no podría probarse la divisibilidad de AB en un número mayor de partes. Hay que tener en cuenta que no es posible suponer que siempre sea posible tomar sobre BD más puntos que un número finito dado, pues ello equivale a suponerla divisible *in infinitum*. Por ello, la única manera de probar la divisibilidad de AB en un número de partes mayor que cualquier número finito dado, consiste en prolongar BD. En virtud del segundo postulado, BD puede ser prolongada indefinidamente en una línea recta y sobre ella se puede tomar un punto más alejado de B que D, uno mas alejado que este y así sucesivamente, de modo que siempre se puede tomar un número de puntos mayor que cualquier número finito *n* dado; de acuerdo con el quinto postulado, desde todos y cada uno de estos puntos se puede trazar hasta C una línea recta que corte a AB. Keill no explicita si el numero de puntos tomados sobre BD puede ser mayor porque siempre es posible tomar puntos cada vez más alejados de B, o porque siempre es posible tomar puntos intermedios entre dos puntos dados. Debe tener en

[92] El quinto postulado afirma: "That, if a straight line falling on two straight lines make the interior angles on the same side less than two right angles, the two straight lines, if produced indefinitely, meet on that side on which are the angles less than the two right angles." ["Si una línea recta que incide en dos líneas rectas hace los dos ángulos interiores del mismo lado menores que dos ángulos rectos, las dos líneas rectas, si son prolongadas indefinidamente, se cortarán del lado en que se encuentran los dos ángulos menores que dos ángulos rectos."] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 155.

mientes lo primero, pues en el segundo caso la demostración no puede concluir la divisibilidad *in infinitum*. Por otro lado, ya que AC y BD son paralelas, ellas no pueden cruzarse por más que se prolonguen; en virtud de esto, todas las rectas trazadas entre C y cualesquiera puntos tomados sobre BD van a cortar necesariamente a la recta AB y dividirla (en dos partes).[93] En consecuencia, la línea AB siempre es divisible en más partes que cualquier número finito y por lo tanto es divisible *in infinitum*.

De acuerdo con lo que hemos expuesto, la posibilidad de dividir *in infinitum* la línea recta AB descansa en la posibilidad de prolongar indefinidamente la línea recta BD. La prueba de Keill tiene la siguiente estructura lógica: O bien la extensión es finitamente divisible, o bien es infinitamente divisible. La divisibilidad finita contradice los postulados de la geometría, por lo tanto la extensión es infinitamente divisible. Ahora bien, la línea recta puede ser infinitamente divisible y estar constituida de maneras distintas. Podría ser que la recta constara de un número infinito de partes, que no serían meros límites, sino partes constitutivas de la línea, aunque inextensas, pues de otra manera no podrían constituir una magnitud finita. Se trataría de puntos zenónicos o de partes infinitamente pequeñas de la línea, las cuales no podrían ser ulteriormente divididas y por lo tanto serían simples. Este punto de vista es compatible con la prueba de Keill, porque si bien la división infinita no puede nunca completarse por medio de construcciones geométricas,[94] ello no tiene necesariamente como consecuencia que la recta no pueda constar de infinitos elementos inextensos. Du Hamel pensaba algo semejante. Además, podría ser argüido que la división infinita de la recta sí puede resolverla en los elementos simples que la constituyen, aunque esto no lo podría hacer un ente finito como el hombre, quien sólo puede pensar la posibilidad de su completitud por medio de conceptos, mas no hacerla presente por medio de divisiones geométricas. Pero a diferencia de nosotros, Dios sí podría dividir la línea en sus infinitos elementos.

---

[93] Sin el quinto postulado, sería factible trazar entre C y algunos puntos situados sobre BD (pero más lejos de B que el punto en el cual AC y BD se cruzarían) rectas que no cortaran a AB y por lo tanto no la dividieran.

[94] ya que las rectas CA y BD son paralelas y nunca pueden tocarse, por lo que siempre es posible trazar líneas desde C hacia puntos cada vez más alejados de BD

Este no es un punto de vista con el cual estaría de acuerdo Keill, pues para él las partes de la extensión constan a su vez de partes y así sucesivamente, mientras que los puntos no son partes, sino límites.[95] De acuerdo con este razonamiento, lo que Keill cree es que la división de la magnitud debe continuar indefinidamente y no puede llegar a actualizarse. Esto quiere decir que el infinito involucrado en la división de la extensión es potencial, nunca actual. Eso es lo que él intenta probar geométricamente, a saber: que la división puede continuar indefinidamente y que la extensión no consta de simples, sean extensos o inextensos, finitos o infinitos en número. Ahora bien, en relación con la prueba, siempre es posible dividir por medio de construcciones geométricas cualquier extensión dada y estas construcciones no pueden agotar dicha división. Pero esta limitación, bien podría residir en la extensión misma (porque no consta de simples), o bien podría deberse a la manera de demostrar empleada en estas pruebas (porque no se puede agotar la división de una línea por medio de tales construcciones). No obstante, lo último no nos autoriza a negar que la línea pueda dividirse (en acto) hasta el infinito. Por ello, la prueba geométrica no excluye la posibilidad de que la extensión conste de elementos simples.

Consideremos a continuación la segunda prueba.[96] Cualquier línea recta, representada en la Figura 10 por AB, es divisible en un número infinito de partes. Si suponemos que no es así, entonces es divisible en un número finito de partes *n* –por ejemplo cinco. Dibujemos ahora AK, una línea recta cualquiera que haga un ángulo con AB, y tomemos sobre ella un número de puntos cualquiera mayor que cinco, prolongándola si es necesario. Sean estos puntos: C, D, E, F, G, H, K. Tracemos la línea recta KB, y dibujemos líneas rectas paralelas a KB desde los demás puntos. Estas líneas dividirán a AB en tantas partes como líneas rectas hayamos trazado.[97] De lo contrario, más de una línea recta tendría que concurrir en uno y el mismo punto, lo cual es imposible ya que son

[95] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 18; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 21.
[96] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 23-4; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 27-8.
[97] De nuevo: en realidad habrá una parte más que el número de líneas rectas.

paralelas.[98] En consecuencia, cada línea recta va a intersectar a AB en un punto diferente y todas juntas dividirán a AB en más de cinco partes (siete en total). Esta construcción puede repetirse para cualquier número de partes *n*, ya que siempre puede prolongarse la línea recta AK.[99] De esta manera, siempre es posible dividir a la línea recta AB en un número de partes mayor que cualquier número dado *n*. Por ende, AB es divisible *in infinitum*. Esta prueba tiene la misma estructura de la anterior. Es negativa: la divisibilidad finita es imposible porque contradice a la geometría, por lo que la extensión debe ser infinitamente divisible.

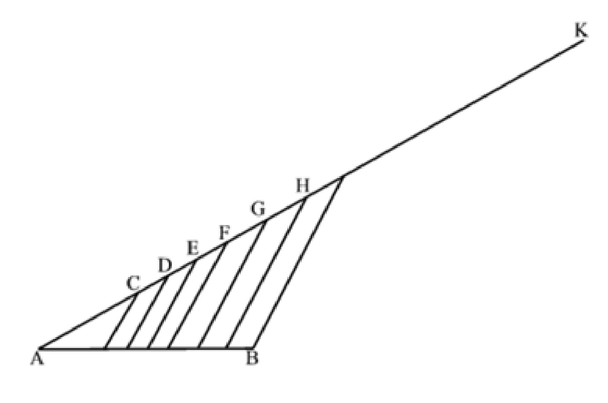


Figura 10

La tercera prueba es mas bien positiva y no se basa en una hipótesis inicial a ser contradicha, pues afirma que siempre es posible construir un segmento menor que cualquier línea recta dada.[100] El razonamiento a la base de esta prueba es que los elementos de la geometría permiten construir la división de una línea, no importa cuán pequeña sea; es decir: si la geometría es válida, la recta es divisible. En verdad, esto también vale para la primera y segunda pruebas, sólo que en ellas se probaba

---

[98] De acuerdo con la definición de las paralelas: "*Parallel* straight lines are straight lines which, being in the same plane and being produced indefinitely in both directions, do not meet one another in either direction." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. 1, p. 154. Esta prueba se apoya en el quinto postulado. Si este no se aplicara, sería posible que más de una línea llegara a un mismo punto.

[99] Por el segundo postulado. Ver nota 90.

[100] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 24-5; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 28-9.

primero que la divisibilidad finita contradice los postulados de Euclides.[101] Keill dice que no hay parte de una cantidad que no sea a su vez divisible en partes, porque no puede haber ninguna cantidad tan pequeña que no haya una cantidad menor aún, en cualquier proporción que se quiera.

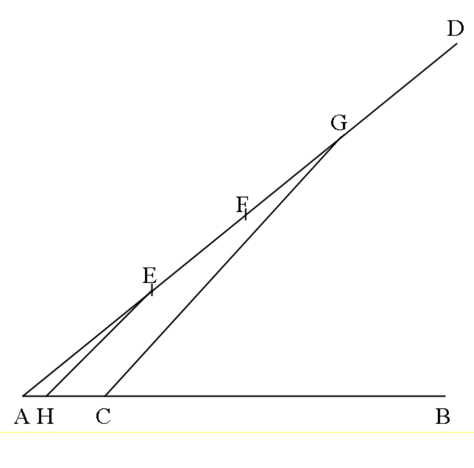


Figura 11

En la Figura 11, sea AC una parte excesivamente pequeña de la línea recta AB. Keill sostiene que siempre es posible hallar una parte más pequeña que AC, en cualquier proporción; por ejemplo: uno a tres. Para mostrarlo se traza una línea cualquiera AD desde el punto A y se toman sobre esta línea tres segmentos de igual longitud AE, EF, FG. Si se dibuja la línea GC, y paralela a ella, la línea EH, la línea AH va a tener un tercio de la longitud de AC, de acuerdo con la novena proposición del libro sexto de los Elementos.[102] Por lo tanto, por pequeña que sea, la línea recta AC no es la más pequeña posible. Lo mismo puede probarse de cualquier otra línea recta –por ejemplo AH–, de manera que no hay un

[101] El guión de las pruebas anteriores era el siguiente. 1. Los postulados de la geometría hacen posible la construcción geométrica de la división *in infinitum* de cualquier línea recta. Keill propone una construcción. 2. Para negar que la construcción propuesta divide *in infinitum* la línea recta, hay que contradecir al menos un postulado.

[102] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. 2, p. 211: "*From a given straight line to cut off a prescribed part*." La prueba de Keill emplea el mismo procedimiento de la demostración de Euclides; en realidad, consiste en la adaptación de la misma a una "*línea recta dada*" excesivamente pequeña.

mínimo absoluto en la naturaleza. Pero esta última afirmación no se sigue necesariamente de la demostración geométrica, pues sigue siendo posible que las líneas reales, a diferencia de las líneas geométricas, consten de un número finito de elementos.

La cuarta prueba es diferente de las anteriores. Ella muestra que la extensión no consta de indivisibles a partir de una *reductio ad absurdum*, pero no porque esta tesis contradice los postulados de la geometría, o algún otro elemento derivado de los mismos, sino porque ella conduce a una conclusión autocontradictoria. Es es uno de los viejos argumentos que provienen de Duns Scoto. Si la cantidad estuviera compuesta de indivisibles, se seguiría el absurdo de que dos círculos concéntricos serían iguales, es decir que la circunferencia menor sería igual a la mayor. Veamos la versión de Keill:[103]

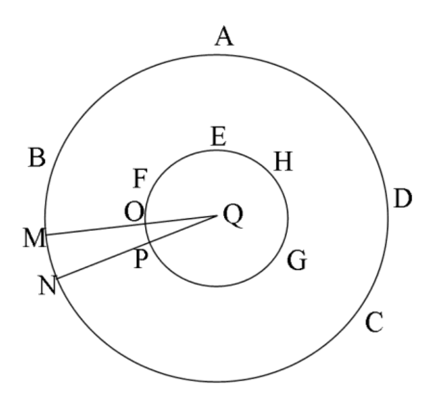


Figura 12

Sean los círculos concéntricos ABCD, cuya circunferencia está dividida en sus partes indivisibles, y EFGH (ver Figura 12). Tracemos las líneas rectas que unen el centro de ambos círculos Q con las partes indivisibles de ABCD. Estas líneas son QOM, QPN, y las otras líneas que unen a Q con las demás partes indivisibles de ABCD. Ahora bien, como las líneas QOM, QPN, etc., atraviesan la circunferencia de EFGH, ambas circunferencias quedarán divididas en un número igual de partes. La circunferencia ABCD fue dividida en sus partes más pequeñas y por

[103] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 25; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 29-30.

ende, la circunferencia más pequeña EFGH va a constar de tantos indivisibles o partes más pequeñas posibles (que por hipótesis ya no pueden ser divididas) como la circunferencia más grande ABCD. Ahora bien, como todos los indivisibles deben ser iguales, la circunferencia EFGH será igual a la circunferencia ABCD, de acuerdo con la segunda de las nociones o principios, comunes a toda ciencia, propuestas por Euclides,[104] de manera que la demostración se apoya en un principio general cuya validez se extiende más allá de la geometría. Algo menor será igual a algo mayor, lo que es absurdo por contradictorio.

Si se piensa que los indivisibles tienen una extensión finita, es razonable suponer que todos sean iguales y la consecuencia que se sigue es absurda. La prueba, no obstante, no tiene la misma fuerza contra todas las posturas indivisibilistas. De nuevo: si se conciben los indivisibles como inextensos, si –por ejemplo– son pensados como puntos, no necesariamente se sigue esa conclusión. La construcción propuesta permite establecer una correspondencia uno a uno entre todos los puntos de ambas circunferencias. Podemos aparear cada punto sobre ABCD con uno y sólo un punto de EFGH, por medio de radios trazados entre puntos de ABCD y el centro común Q. Este razonamiento indica que debe haber tantos puntos en una circunferencia como en la otra, sin que ello sea contradicho por la diferencia de longitud entre ambas.[105] Es factible disolver esta paradoja con ciertas consideraciones provenientes de la teoría de conjuntos desarrollada desde finales del siglo XIX. Las dos circunferencias contienen un conjunto infinito de puntos. Ahora bien, la *cardinalidad*[106] de los conjuntos de puntos representados en dos circunferencias de diferente longitud como ABCD y EFGH puede ser la misma, sin que ello genere una contradicción.

---

[104] "If equals be added to equals, the wholes are equal." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Vol. 1, p. 155.

[105] Las partes que constituyen ambas circunferencias – los puntos – pueden aparearse uno a uno, pero de eso no se sigue que las dos esferas sean iguales en longitud. O de la desigualdad en longitud de las dos circunferencias no se sigue que el número de puntos tenga que ser mayor, si se trata de conjuntos infinitos.

[106] Podemos explicar esta noción, que proviene de la teoría matemática de los conjuntos infinitos, de la siguiente manera: dos conjuntos (en este caso ambas circunferencias son conjuntos de puntos) tienen la misma cardinalidad si se puede establecer una correspondencia uno a uno entre sus elementos.

La quinta prueba también es apagógica y, como la primera y la segunda, muestra una contradicción con los elementos de la geometría. Al igual que la anterior, se trata de un argumento bien conocido, cuyo origen se remonta a Duns Scoto, y finalmente a Algazel (en el siglo XI).[107] Keill afirma que si la cantidad se compone de indivisibles, entonces no hay magnitudes inconmensurables, lo cual tiene como consecuencia que no habría números irracionales, y es contrario a lo que los geómetras prueban.[108] Un indivisible sería una medida adecuada y común de todas las magnitudes de la misma clase, una unidad natural de medida de todas las magnitudes, contenida en todas ellas un número exacto de veces. Si esto fuera así, el lado del cuadrado sería conmensurable con su diagonal, lo cual contradice la última proposición del décimo libro de los *Elementos* de Euclides.[109] Este razonamiento es potente contra quien piense que los indivisibles tienen extensión finita, aunque esas entidades no serían indivisibles, pues al ser extensos, podrían ser divididos geométricamente, según se desprende de pruebas como la primera. Pero si los indivisibles son tomados como entidades inextensas, por ejemplo, puntos zenónicos, la tesis de que la extensión consta de los mismos no tiene como consecuencia necesaria la conmensurabilidad de la diagonal y el lado del cuadrado (también vale decir la inexistencia de los números irracionales). Esto se debe a que los conjuntos infinitos no pueden compararse o medirse de la misma manera que los conjuntos finitos. Por ello, si bien la cantidad de puntos en la diagonal y el lado del cuadrado es la misma en tanto pueden aparearse todos los puntos respectivos uno a uno, de ello no se sigue que tengan que existir dos números naturales finitos que expresen la proporción entre ambas longitudes.

La razón principal del uso de las pruebas geométricas reside en la autoridad que frente a la metafísica posee la geometría, en tanto saber riguroso. Keill se apoya en que los fundamentos de esta ciencia no han

---

[107] Ver § 9.
[108] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 25-6; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 30.
[109] Ver nota 28.

podido ser negados por ninguna secta de filósofos.[110] Sus pruebas muestran la posibilidad de dividir infinitamente la línea. Esto se satisface tanto si la extensión está compuesta de indivisibles inextensos, como si no. Si está compuesta de indivisibles, ellos existirán en una cantidad infinita, aunque ninguna construcción geométrica posible pueda agotar la división de una extensión dada y llegar a ellos. Keill adversa el punto de vista de los indivisibilistas, ya que dice que no es posible que ninguna partícula sea tan pequeña que no pueda ser a su vez dividida en partes, incluso si es infinitamente pequeña, y los puntos no son partes de la magnitud.[111] Lo anterior equivale a negar la existencia de partes infinitesimales e indivisibles de la magnitud, o de puntos zenónicos. Para él sólo existen puntos matemáticos, o físicos, que, al igual que los matemáticos, no son partes constitutivas de los cuerpos.

Frente a la fuerza de las pruebas geométricas, la estrategia usual de los indivisibilistas –ya desde la edad media– consistía en negar su validez respecto de la materia y los cuerpos. Ellos admiten que los razonamientos geométricos prueban la divisibilidad infinita, pero sólo respecto de la extensión abstracta, que es a la cual se refiere la geometría; lo vimos en Du Hamel. Después de presentar sus demostraciones, Keill responde a estas objeciones, criticando el tratamiento de las mismas por Du Hamel. Recordemos que este sostenía que las hipótesis geométricas no son verdaderas ni posibles, ya que ni los puntos, ni las líneas, ni las superficies existen en las cosas, tal como son concebidas por los geómetras, sino que son sólo ideas, de manera que ciertas demostraciones de los geómetras no valen respecto de las cosas reales.[112] Según Keill interpreta a Du Hamel, este piensa que la geometría no tiene cabida en la filosofía natural.[113] Para Keill es lo contrario, los principios

---

[110] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 26; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 30.

[111] Siempre hay cantidades que son infinitamente más pequeñas que otras cantidades infinitamente pequeñas. *Introductio ad Veram Physicam*, lectio 3, p. 18, lectio 4, pp. 36 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 21, 40 ss.

[112] Ver el § 10.

[113] "As amongst the Philosophers of this Class, the famous *John Baptist du Hamel*, the Author of the *Burgundian* Philosophy, is of the greatest Eminence; we shall produce his Opinion on this Subject. He says then, that Geometrical Hypotheses are neither true nor possible, since neither Points, nor Lines, nor

y demostraciones de la geometría son verdaderos respecto de los cuerpos. Si los cuerpos tienen existencia real, y no ideal, necesariamente existen puntos, líneas y superficies, reales y no ideales, tal como son concebidos por los geómetras. En tanto finitos, los cuerpos tienen terminaciones, que son superficies y no tienen profundidad, pues si la tuvieran, serían cuerpos, que en cuanto tales tendrían otras terminaciones, que serían superficies de superficies. A su vez, esta superficie, o bien no tendría grosor, o bien lo tendría. De esta manera, en algún momento llegamos a una superficie realmente existente, que era lo que se quería probar, o se da un regreso al infinito, lo cual sería absurdo. En consecuencia, las terminaciones de los cuerpos no tienen ningún grosor y son superficies verdaderas, tal como las concibe la geometría.[114] Razonamientos análogos intentan mostrar la existencia real –no sólo la mera posibilidad– de las terminaciones de las superficies de los cuerpos, es decir de verdaderas líneas según las conciben los geómetras, que a su vez tienen terminaciones, que son puntos como los de la geometría.[115] Aquí es evidente un realismo geométrico: los objetos de la geometría tienen una existencia real, no meramente ideal.

Surfaces, as the Geometers conceive them, do truly exist in the Nature of Things; and therefore that the Demonstrations that are produced from these, cannot exist any where but in our Ideas. He desires therefore the Geometers to keep their Demonstrations to themselves, and not to make use of them in Philosophy, because, according to him, they spread over this Science not Light, but Darkness. I admire at the Unskilfulness of this otherwise most Learned Person, in this Affair." John Keill, *An Introduction to Natural Philosophy*, p. 22. Esto es sólo parcialmente cierto, pues el punto de vista de Du Hamel no es por completo contrario al uso de demostraciones geométricas en la física. Du Hamel escribe, en efecto, que las pruebas geométricas (p. ej., las de la divisibilidad infinita de la magnitud) no pueden ser transferidas a la física, pero no niega que las demostraciones geométricas sean de gran uso en las cosas de la física. Lo que él piensa es que hay que estar siempre en guardia para no trasponer a las cosas reales lo que solo pertenece a la extensión abstracta. (Joannes-Baptista Du Hamel, *Philosophia vetus et nova,* p. 777; ver también nuestro § 10). Permanece implícito que al menos algunos *elementos* de la geometría pueden usarse en la física. No obstante, es cierto que él considera que su máxima no solo vale respecto de la discusión sobre la naturaleza del continuo, sino también cuando se analiza el movimiento, y que ella puede tener como consecuencia una tendencia a prescindir de la geometría en la física.

[114] *Introductio ad Veram Physicam*, lectio 3, p. 19; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 22-3.

[115] *Introductio ad ...*, pp. 19-20; *Introduction to ...*, p. 23.

Una crítica que se podría hacer a este argumento es que Keill toma por una superficie lo que sólo parece ser tal cosa. Es posible que los cuerpos no terminen en superficies, sino que solamente parezcan estar delimitados por ellas. Podrían terminar en algo que, examinado en detalle, se viera confusamente como una superficie, pero en realidad no fuera una superficie, sino algo compuesto por millones (o un número infinito) de puntos físicos, que –eso sí– deberían ser inextensos (pues si son átomos extensos, entonces tendrían terminaciones, de las que se podría decir que son superficies como las de los geómetras). El cuerpo mismo estaría constituido por una pluralidad de tales puntos. En el siglo XVIII se propusieron teorías que permiten concebir a los cuerpos de esta manera. De acuerdo con la doctrina de los elementos de los cuerpos de Christian Wolff, la extensión y continuidad de los mismos resulta de la percepción confusa de la agregación de una pluralidad infinita de elementos puntuales, mientras que el cuerpo es en sí mismo discreto.[116] Otras teorías propuestas en el siglo XVIII pensaban a los elementos de los cuerpos, no como átomos extensos, ni como elementos wolffianos, o mónadas a la Leibniz, sino como centros puntuales de fuerzas por medio de las cuales ocupaban el espacio.[117] De esta manera era posible conciliar la divisibilidad infinita de la extensión con el indivisibilismo de los elementos últimos, que en número finito, constituyen los cuerpos. De acuerdo con la física del siglo XX, las "superficies" reales no son un continuo verdadero, sino algo discreto, que no es uno, sino una pluralidad de partes no contiguas, que ocupa un volumen –y se va como esfuminando hacia afuera del cuerpo. No hay un límite claramente determinado (una superficie donde termine el cuerpo, como las superficies de los sólidos geométricos) entre el cuerpo físico y lo que ya no es cuerpo. En realidad, se trata de una agrupación de moléculas[118] que al ojo se presenta como una superficie. Así pues, no es cierto que las

---

[116] Volveremos a referirnos al indivisibilismo wolffiano esto en el § 15.4.
[117] Este es el punto de vista de la *Monadologia physica* de Kant y del libro de Roger Joseph Boscovich, *A Theory of Natural Philosophy*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1966. Edición Inglesa de la primera edición de Venecia, 1763.
[118] En última instancia: de partículas que ni siquiera tienen una posición determinada, de acuerdo con el principio de incertidumbre. Lo que hay es mas bien algo así como nubes, espacios donde es alta la probabilidad de que esté la partícula, que además tiene un comportamiento ondulatorio.

terminaciones de los cuerpos son superficies como las que estudia la geometría. Aunque esto último es posible afirmarlo desde el conocimiento actual, que no podemos exigir a un autor del siglo XVIII.

Otra objeción que podrían presentar los indivisibilistas es la siguiente: Admitiendo la existencia de puntos, líneas y superficies de los cuerpos, podría negarse que estos sean materiales,[119] lo cual tendría como consecuencia que lo que se pruebe de estas entidades no necesariamente vale para el cuerpo. Y efectivamente, contesta Keill, las superficies de los cuerpos no son materiales. Si fuesen materiales, tendrían sus superficies o terminaciones, pues serían cuerpos (y tendrían extensión en largo, ancho y profundidad), lo cual sería absurdo. Antes sostuvo que existen puntos, líneas y superficies reales con un razonamiento similar, ahora dice que aunque reales, no son materiales. ¿Cuál es la manera de existir de dichas entidades? La respuesta a esta interrogante es que las líneas, superficies o puntos de los cuerpos existen como modos, terminaciones o accidentes de la materia, de la misma manera que la figura no es el propio cuerpo, sino su afección. Según Keill, los cuerpos tienen que tener terminaciones, pero esas terminaciones no son materia. ¿En qué sentido son reales? No en el sentido de ser substancia, como la materia y los cuerpos, sino en el de ser modos de la substancia. Ahora bien, ¿Por qué se concluye la divisibilidad de la materia, si la prueba la demuestra de un modo de ella (por ejemplo: una línea, como en las pruebas precedentes)? ¿Es que si el modo, o el atributo, es divisible, la substancia también lo es? Esto es lo que parece pensar Keill. No obstante, el indivisibilista podría insistir diciendo que la división de un modo no prueba la división de la substancia.[120] Además, ¿no tendría que ser la terminación una parte del cuerpo, como Keill ha dicho antes, y por lo tanto material?

Los indivisibilistas también negaban la validez de las demostraciones geométricas respecto de la materia real sobre la base de

---

[119] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 20; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 23.

[120] Puesto de otra manera: para que se pruebe de manera necesaria la división de la materia, lo dividido tiene que ser materia; esto es, una superficie o línea material.

que en la naturaleza no hay curvas perfectamente circulares, ni superficies perfectamente planas, ni cuerpos perfectamente esféricos, como los que suponen los geómetras.[121] Esta crítica contiene un argumento contra la validez respecto de los cuerpos reales de propiedades como las que la geometría demuestra en sus figuras ideales y perfectas, como la esfera, o las líneas rectas.[122] Sin embargo, aunque en la naturaleza tal vez no existan líneas rectas perfectas, sino que toda línea es irregular, esto no necesariamente incide sobre propiedades como la divisibilidad *in infinitum*, que es la que nos interesa aquí, ya que esta pertenecería a la línea en cuanto extensa, no en cuanto línea recta. Así, pudiera ser que no exista ninguna línea real que cumpla con el primer postulado de Euclides, pero no por ello dejaría de ser divisible al infinito. Por otro lado, las pruebas geométricas que Keill ha presentado dependen de la existencia de líneas y círculos perfectos. Si estos no pueden producirse en la naturaleza, las mismas pierden su fuerza.

Keill presenta razonamientos diferentes a los que acabamos de hacer.[123] Él responde que para saber que no existen figuras geométricas perfectas, los indivisibilistas tendrían que haber examinado todos los cuerpos que hay en el universo. Añade que tampoco podrían mostrar que hay contradicción en la existencia de una superficie real perfectamente plana o esférica, pues la geometría no ha encontrado contradicción alguna en dichas figuras, sino que al contrario, ha encontrado confirmación de su posibilidad en el estudio de sus propiedades, pues de una cosa imposible no puede haber demostración de propiedades.[124] Y añade este razonamiento a favor de su posible existencia real. Si estas figuras son posibles, Dios tiene el poder de hacer con la materia cuerpos

---

[121] *Introductio ad ...*, p. 20; *Introduction to ...*, p. 24.
[122] Por ejemplo, ninguna esfera real tendría un área exactamente igual a $4/3\ \pi.r^3$, ni es posible que dos esferas reales se toquen en un solo punto.
[123] *Introductio ad ...*, p. 20; *Introduction to ...*, p. 24.
[124] *Introductio ad ...*, p. 21; *Introduction to ...*, p. 24. De la demostración geométrica, Keill concluye la posibilidad de que los objetos de dichas demostraciones existan realmente. La demostración de propiedades geométricas prueba la posibilidad lógica del ente geométrico. Ahora bien, tal ente podría existir sólo en el pensamiento (cómo también podría tener existencia real). Keill tiende a sacar de las demostraciones geométricas la existencia de los entes sobre los cuales versan estas demostraciones, como en la prueba geométrica de la existencia del vacío que vimos en el § 5.

que tengan tales superficies o formas.[125] Esto sin embargo, no prueba que Dios en efecto lo haya hecho así, y que la materia exista en la naturaleza en formas geométricas perfectas. El siguiente argumento de Keill es más débil: Supongamos una esfera perfecta y un cuerpo cuya superficie es un plano perfecto. Si la esfera es colocada sobre el plano, lo tocará en uno y sólo un punto, indivisible, y por ello desprovisto de partes; es decir, habrá un punto verdadero y real. Si suponemos que la esfera es movida sobre el plano sin rotación, de manera que el punto que toca la superficie plana siempre permanezca en ese plano, el trayecto recorrido por el punto será una línea matemática, sin ancho, que podrá ser una línea recta, o una curva, lo cual de nuevo prueba, según Keill, la posibilidad de la existencia real de puntos, líneas y superficies como las concibe la geometría.[126] La pregunta que cabe aquí es si realmente pueden existir esferas y superficies planas perfectas. Los indivisibilistas negarán esto, no sin razón.

Los razonamientos geométricos están respaldados por los fundamentos de la geometría, de los que –según vimos antes– nuestro autor piensa que no han podido ser negados por ninguna secta de filósofos. Sin embargo, los partidarios del indivisibilismo pretenden evitar su fuerza, distinguiendo entre un cuerpo matemático y un cuerpo físico, de los cuales el primero puede ser divisible *in infinitum*, mientras que el segundo no.[127] A esto Keill replica que el cuerpo matemático y el cuerpo físico son *especies* de un mismo *género*, la *extensión*, y lo que es predicado de un género, es predicado de todas las especies contenidas bajo él. El cuerpo físico es extenso de la misma manera que el cuerpo matemático, de modo que, si la división pertenece al cuerpo matemático porque es extenso, de igual manera pertenecerá al cuerpo físico. La división depende de la esencia y naturaleza de la extensión misma, no de la naturaleza del cuerpo físico, y debe su origen a la esencia de la

---

[125] Ibíd. La prueba geométrica muestra la posibilidad del objeto, y Dios es el garante de su existencia real, si bien Keill sólo dice que Él puede hacerlo, no que lo haya hecho.
[126] *Introductio ad* ..., p. 21; *Introduction to* ..., p. 25.
[127] *Introductio ad* ..., p. 26; *Introduction to* ..., pp. 30-1.

extensión, por lo tanto debe pertenecer a todas las extensiones.[128] De manera que el realismo matemático de Keill parece apoyarse sobre la consideración de la extensión como un género, del cual el cuerpo físico y el cuerpo matemático son especies.

Keill discute todavía otra distinción, según la cual todo cuerpo es matemáticamente divisible *in infinitum*, pero no lo es físicamente.[129] Esto quiere decir que es posible dividir geométricamente cualquier cuerpo en *partes extra partes*, a estas partes en otras partes, y así sucesivamente, hasta el infinito, sin llegar nunca a partes simples. Si, en cambio, se divide al cuerpo físicamente, esto es: en partes separables, en algún momento se llega a partes que, si bien aún pueden dividirse geométricamente, es decir: en ellas es posible distinguir partes, las partes resultantes de su división geométrica no pueden dividirse físicamente, y por lo tanto no pueden separarse unas de las otras.[130] De acuerdo con Keill, los filósofos que piensan así reconocen la fuerza de las demostraciones matemáticas de la divisibilidad infinita de los cuerpos, pero niegan que esta sea física.[131] Según él, esto se debe a que no están familiarizados con las demostraciones geométricas y no perciben fácilmente su evidencia. Por ello, para replicar a la distinción mencionada, Keill proporciona un argumento físico contra la existencia de indivisibles, tomado del movimiento, que debería persuadirlos.[132] Si la

---

[128] *Introductio ad* ..., p. 26; *Introduction to* ..., p. 31. Leonhard Euler utiliza un argumento similar para demostrar que los cuerpos son divisibles al infinito y no constan de mónadas o elementos: la extensión es un género, y la geometría versa sobre el género, por lo tanto lo que la geometría prueba del mismo, incluyendo las demostraciones geométricas de la misma, vale para todas las especies de extensión (ver § 12).

[129] Ibíd.

[130] Después veremos (§ 15.4) que, a pesar de su deuda con Keill respecto de las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la magnitud, esto es lo que piensa Kant en la *Monadologia physica*.

[131] *Introductio ad* ..., p. 27; *Introduction to* ..., p. 31.

[132] *Introductio ad* ..., p. 27; *Introduction to* ..., p. 31. La idea de usar argumentos físicos también influyó sobre Kant. No porque lo llevara a emplear argumentos basados en el movimiento, sino porque adaptó la primera prueba de Keill a una línea física (constituida por mónadas físicas, o elementos de los cuerpos). Con ello trató de evitar que alguien negara la divisibilidad infinita del espacio ocupado por los cuerpos, distinguiendo entre cuerpos físicos y cuerpos geométricos, o entre espacio geométrico y espacio natural.

cantidad constara de indivisibles, todo movimiento sería igualmente rápido. Este razonamiento es una reinterpretación de un famoso argumento de Zenón contra el movimiento.[133] En la versión de Keill, adaptada contra la idea de que la extensión consta de una pluralidad de unidades (mientras que el argumento original la suponía infinitamente divisible), en el mismo intervalo de tiempo, un caracol recorrería el mismo espacio que Aquiles, el de los pies ligeros.[134] Si la extensión consiste en, o consta de, indivisibles, el caracol no podría, en cualquier tiempo dado, recorrer menos espacio que Aquiles, porque si en un momento de tiempo Aquiles recorre un espacio indivisible, en el mismo momento de tiempo el caracol no puede recorrer un espacio menor, porque no puede haber un espacio menor, de acuerdo con la hipótesis. Un indivisible no puede ser menor que otro, por lo que recorrerá un espacio igual. Lo mismo vale para cualquier otro momento del tiempo. En consecuencia, los espacios recorridos por ambos serán iguales, y Aquiles no puede recorrer un espacio mayor que el más lento de los caracoles, lo cual es absurdo.

§ 12. Las pruebas geométricas en Prusia: Euler y Kant

Entre aquellos en quienes encontramos pruebas geométricas de la divisibilidad infinita de la extensión después de Keill se encuentra el newtoniano Leonhard Euler,[135] quien las usa en su enfrentamiento con los indivisibilistas wolffianos. Así como en Francia el cartesianismo se opuso a las ideas de Newton, en Alemania el newtonianismo enfrentó inicialmente la oposición de la tradición de Leibniz y Wolff, quienes

---

[133] El de Aquiles y la tortuga: "Aquiles jamás puede adelantar a una tortuga, porque, cuando llega al punto de donde ésta partió, ya se ha movido ésta hacia otro punto; cuando Aquiles llega a este segundo punto, la tortuga ya se ha movido a otro; y así *ad infinitum*." G. S. Kirk y J. E. Raven, *Los Filósofos Presocráticos, Historia Crítica con Selección de Textos*, Madrid, Gredos, 1969, pp. 411-12. Aquí Zenón supone que el espacio recorrido es infinitamente divisible.

[134] *Introductio ad ...*, p. 27; *Introduction to ...*, pp. 31-2.

[135] Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, Paris, Charpentier, Libraire-Editeur, 1843, publicadas por primera vez en San Petersburgo, 1768 a 1772, Lettre LV, pp. 315-318.

habían polemizado directamente con Newton, Keill y otros británicos. La confrontación filosófica entre wolffianos y newtonianos tuvo lugar en Prusia en la primera mitad del siglo XVIII (en particular en el seno de la Academia de Ciencias de Berlín). En ella figuraron del lado de los primeros, entre otros: Johann Philip Heinius, Samuel Formey, Johann G. Sulzer, y el propio Wolff, mientras que del lado de los newtonianos se destacaron Leonhard Euler, Pierre L. M. Maupertuis (quien había estado en Gran Bretaña, donde conoció a Newton, también a Keill,[136] y se convirtió al newtonianismo) y Johann Bernard Merian. Euler y Maupertuis establecieron la teoría newtoniana en Prusia y dieron la batalla contra la metafísica wolffiana y leibniziana.[137] Uno de los puntos más importantes en torno a los cuales se discutió fue la doctrina de las mónadas, o elementos, de los wolffianos.[138] En las *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, escritas entre 1760 y 1761, Euler discutió el sistema newtoniano, pero también atacó a la doctrina de las mónadas. Las cartas LVII-LXIV exponen las disputas entre los monadistas y los newtonianos en torno a la divisibilidad infinita de los cuerpos, y polemizan contra las mónadas.[139] Euler engloba bajo el término "mónada" tanto a los elementos wolffianos como a las mónadas leibnizianas, pareciendo a veces que confunde ambas posiciones, o piensa (como era común en la época) que se trata de una sola posición, sólo que –añade él–los monadistas no parecen ponerse de acuerdo sobre si las mónadas son partes actuales de los cuerpos (que sería el punto de

---

[136] En la edición de 1721 de su *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, Keill incluyó una disertación de Maupertuis sobre los cuerpos celestes. The *Dictionary of National Biography*, Vol. X, p. 1198.

[137] Un breve recuento de la historia de esas disputas se encuentra en dos artículos de Ronald S. Calinger: "The Newtonian-Wolffian Controversy (1740-1759)", *Journal of the History of Ideas*, 30 (1969), pp. 319-30; y "The Newtonian-Wolffian Confrontation in the St. Petersburg Academy of Sciences (1725-1746)", *Journal of World History*, 11 (1968), pp. 417-35.

[138] Podemos darnos una idea de la importancia que este asunto cobró en aquella época leyendo a Euler: "Il y eut un temps où la dispute de monades etait si vive et si générale, qu'on en parlait avec beaucoup de chaleur dans toutes le compaignies, et même dans les corps-de-garde. A la cour il n'y avait presque point de dames qui ne se fussent déclarées ou pour ou contre les monades, et on ne parlait que de cela." Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, LVII, p. 320.

[139] Ibíd., Deuxieme partie, pp.320-339.

vista de Wolff), o contienen únicamente la razón suficiente de los cuerpos (como piensa Leibniz).[140] La mayor parte de sus argumentos se dirigen contra los elementos wolffianos, pero también los hay contra las mónadas leibnizianas. Los wolffianos afirmaban que los cuerpos son entes compuestos y, basándose en el principio de razón suficiente, concluían que todo cuerpo está compuesto de entes simples.[141] Ahora bien, los simples, al no ser compuestos, no son extensos. En consecuencia, los cuerpos, que son extensos, resultan de la composición de entes que no lo son; y esta idea fue fuertemente criticada por Euler. Algunos puntos de vista de Euler son similares a los que hemos visto en Keill.[142] Ambos derivan la divisibilidad infinita, junto con la validez de las razones geométricas respecto de los cuerpos, de que el cuerpo es una especie del género extensión. En las *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, Euler muestra primero que la divisibilidad al infinito es una propiedad que conviene a todos los entes extensos, y por lo tanto a los cuerpos.[143] Por su parte, la extensión es el objeto propio de la geometría, en la cual no se considera a los cuerpos sino en tanto son extensos, haciendo

---

[140] Ibíd., LXI, p. 331.

[141] Christian Wolff, *Vernünftige Gedanken, von Gott, der Welt und der Seele des Menschen, auch allen Dingen überhaupt (Deutsche Metaphysik)*, Charles A. Corr Ed., Christian Wolff: *Gesammelte Werke*, J. École, H. W. Arndt, Ch. A. Corr, J. E. Hofmann, M. Thomann, Eds., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1983, I. Abteilung, Deutsche Schriften, Vol. 2. Reimpresión de la edición de Halle, 1751, § 76, p. 36; *Ontologia*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 3, reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1736, § 793, p. 594.

[142] Euler debe haber conocido la *Introductio ad Veram Physicam* y es probable que haya asimilado el tratamiento de la divisibilidad de magnitud de esta obra. Esto es sugerido por las similitudes entre ambos puntos de vista, en particular, por el uso de pruebas geométricas. Ahora bien, el tratamiento de la divisibilidad de la magnitud en las *Lettres a une Princesse d'Alemagne* es original y va más allá de reproducir el razonamiento de Keill, además de que Euler adapta las razones del divisibilismo contra las teorías particulares de Leibniz y Wolff, más sofisticadas que los indivisibilismos previos. E. W. Strong, "Newtonian Explicatioins of Natural Philosophy," *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January 1957, pp. 49-83, p. 63, nota, se equivoca al pensar que Euler sólo reproduce el argumento de Keill.

[143] Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, LVI, p. 319; LVII, p.321.

abstracción de la impenetrabilidad o la inercia. Ahora bien, este objeto de la geometría es una noción más general que la del cuerpo, de manera que todas las propiedades que la geometría deduce de la noción de la extensión deben valer también para los cuerpos.[144] Otros razonamientos en las *Lettres a une Princesse d'Alemagne* son diferentes a los que hemos visto en Keill, y son importantes añadiduras al arsenal de argumentos usados por los geómetras contra el indivisibilismo. De acuerdo con Euler, quien quiera negar que la extensión es divisible al infinito tendrá que sostener que uno llegaría finalmente a partes tan pequeñas que no podrían ser divididas, pues no tendrían extensión alguna. Sin embargo, al juntar de nuevo todas estas partes, cuya magnitud es cero, se llegaría a una cierta magnitud, lo cual es absurdo, por lo tanto insostenible, de modo que siempre es posible seguir dividiendo, y nunca se llega a partes absolutamente indivisibles.[145] A partir de estas consideraciones, Euler critica la posición de los wolffianos. También enfrenta la posible estrategia indivisibilista de –admitiendo las demostraciones geométricas– negar que las propiedades descubiertas por medio de ellas valgan respecto de la extensión real de los cuerpos. Según él, los filósofos modernos (léase: los wolffianos) niegan que la divisibilidad infinita convenga a los cuerpos reales, sino sólo a la extensión abstracta, tal como es considerada en la geometría,[146]

---

[144] Ibíd., LIV, p. 314.

[145] Ibíd., LV, pp. 316-317.

[146] Ibíd., LIV, p. 314. Aunque Euler polemiza con los wolffianos, la negación de que las pruebas geométricas valgan respecto de la extensión real, fue adoptada también por otros indivisibilistas, como Du Hamel (ver § 10). Según Euler, frente a las dificultades que presenta la formación de la extensión a partir de los elementos, los monadistas niegan que la extensión sea algo real que se encuentra en los cuerpos existentes, afirmando que no es sino un objeto quimérico formado por la abstracción, y que la extensión simple, tal como es considerada por la geometría, no podría existir en el mundo. Ibíd., LVI, p. 318. "Les partisans des monades, pour soutenir leur sentiment, sont obligés de dire que les corps ne sont pas étendus, et qu'ils n'ont qu'une étendue apparante, ou une *quasi-étendue*. Par la ils croient avoir suffisamment détruit l'argument rapporté pour la divisibilité a l'infini. Mais si les corps ne sont pas étendus, rien n'est etendu au monde, puisque les esprits le sont encore moins. Notre idée de l'etendue serait donc tout a fait imaginaire et chimerique." Ibíd., p. 322. Esto es un ataque al punto de vista de Wolff (y Leibniz), según el cual la extensión y el continuo son fenómenos. Sin embargo, esta objeción de Euler no alcanza

pero la razón de que digan esto es que no quieren sacrificar sus principios metafísicos, en particular su doctrina de las mónadas, o elementos simples,[147] pues los partidarios de las mónadas sostienen que para poder comprender la posibilidad de los cuerpos, es necesario admitir la existencia de elementos de la composición a partir de los cuales explicar la formación de los cuerpos.[148] Euler alude a un argumento wolffiano basado en el principio de razón suficiente.[149]

Veamos a continuación la prueba de Euler (Figura 13): Siempre se puede dividir cualquier línea pequeña, como *ai*, en tantas partes iguales como uno desee. Basta con trazar una línea paralela a la línea *ai*, AI, tan grande y distante como se quiera, y dividirla en tantas partes iguales, AB, BC, CD, DE, etc., como las partes iguales en que nos proponemos dividir a *ai*., por ejemplo, en ocho. Después, se trazan por los extremos de las líneas: A, a, I, i, las líneas rectas AaO, IiO, hasta que ellas se unan en el punto O; y desde ese punto O se trazan, hacia todos los puntos de las divisiones B, C, D, E, etc., las líneas rectas OB, OC, OD, OE, etc., que al mismo tiempo dividirán la pequeña línea *ai* en ocho partes iguales. Esta

---

plenamente a Wolff (ni a Leibniz), ya que para él los fenómenos tienen realidad independiente del espíritu (ver § 15.4).

[147] Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, LIV, p. 315.

[148] Ibid., LXI, p. 329.

[149] Donde hay cosas compuestas, tiene que haber también cosas simples. Wolff prueba, apoyándose en el principio de razón suficiente, la imposibilidad de un regreso sin fin desde el compuesto hasta sus partes, desde las partes más grandes hasta partes más pequeñas, y así sucesivamente, sin llegar nunca a entes simples. Si dicho regreso continuara indefinidamente, no podría concebirse ningun fundamento de donde provengan finalmente los compuestos, y como sin razón suficiente nada puede ser, hay que admitir la existencia de partes simples de las cuales consta el compuesto. Christian Wolff, *Vernünftige Gedanken, von Gott, der Welt und der Seele des Menschen ... (Deutsche Metaphysik)*, § 76, p. 36. Euler replica a esto con lo siguiente: "Mais à la bonne heure, si rien n'existait que ce dont ils peuvent comprendre la possibilité, pourraient-ils donc expliquer comment les corps seraient composés de monades? Les monades, n'ayant aucune étendue, doivent être considérées comme des points dans la géométrie; ou comme nous représentons les esprits et les âmes. Or on sait que plusieurs points géométriques, quelque grand qu'on suppose leur nombre, ne sauraient jamais produire une ligne, et par conséquent encore moins une surface, ou même un corps. … Enfin, c'est une vérité incontestable que tant de points qu'on voudra ne sauraient jamais produire la moindre etendue." Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, LXI, p. 330.

operación se puede realizar, no importa cuán pequeña sea la línea propuesta *ai*, ni cuán grande sea el número de partes en que se la quiera dividir.[150]

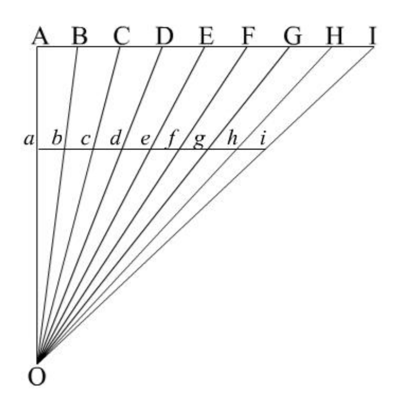


Figura 13

Tanto Euler como Keill influyeron sobre Kant cuando escribió su *Monadología physica*.[151] En las proposiciones I y II de la *Monadología physica*, Kant introduce las substancias simples o mónadas y prueba que son los fundamentos últimos de los cuerpos, en tanto estos constan de aquellas. Segun Kant, las mónadas deben ocupar un espacio determinado. De esto resulta la aporía de la división, dificultad que se funda en dos proposiciones: una que afirma la simplicidad de las substancias constitutivas de los cuerpos y otra que sostiene la divisibilidad infinita del espacio que ocupan. Efectivamente, la Proposición III afirma que el espacio ocupado por los cuerpos es divisible *in infinitum*, y por lo tanto no consta de partes simples y primitivas, de lo cual se sigue que el espacio que llenan sus elementos

[150] Ibíd., LV, p. 316.
[151] Sobre Euler ver: Emil A. Fellmann, *Leonhard Euler*, Reinbek bei Hamburg, Rowohlt, 1995. Un estudio de las varias maneras en que Euler influyó sobre Kant se encuentra en H. E. Timerding, "Kant und Euler", Kant-Studien, XXIII, 1919, pp. 18-64.

también es infinitamente divisible.[152] Kant tomó y adaptó la prueba de esta proposición de la primera demostración de la *Introductio ad Veram Physicam*. Él sigue a los físicos-matemáticos newtonianos cuando estos interpretan la posición de los filósofos, y en concreto el punto de vista wolffiano, según el cual la extensión y la continuidad resultan de la agregación de puntos físicos indivisibles,[153] como negación de que la extensión es divisible *in infinitum*, y afirmación de que toda extensión consta de *indivisibilia*. En la *Monadología physica* Kant concibe la noción de extensión como espacio ocupado; para él la extensión se funda en la ocupación del espacio y los cuerpos son extensos en tanto ocupan un espacio. Esto hace posible que el punto de vista de los filósofos wolffianos sea reinterpretado por él como la afirmación de que el espacio ocupado por los cuerpos no es divisible *in infinitum*, sino que consta de partes simples, mientras que la posición de los físicos-matemáticos, que es la que comparte, sea interpretada como la afirmación de que el espacio que los cuerpos ocupan es divisible al infinito, y no consta de partes simples. Veamos su versión de la prueba,[154] que se apoya en la Fig. 14:

---

[152] *Monadologia physica*, Prop. III, en Immanuel Kant, *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983, Vol. I, p. 524.

[153] Christian Wolff, *Cosmologia generalis*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1964, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 4. Reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1737, §§ 219-222, pp. 168-171.

[154] "Data linea e f … indefinite producta, h. e. ita, ut ulterius semper pro lubitu produci possit, alia a b, physica, h. e. si ita arridet, partibus materiae primitivis conflata, insistat ipsi ad angulos rectos. Ad latus alia erecta sit, c d, priori aequalis et similiter posita, quod fieri posse non solum sensu geometrico, sed et physico non infitiaberis. Notentur in linea e f puncta quelibet, g, h, i, k, et sic in indefinitum. Primo nemo in dubium vocabit, interduo quaevis puncta seu, si mavis, monades datas, lineam rectam physicam duci posse. Sit itaque ducta c g, et locus, ubi haec intersecat perpendicularem a b, erit o. Iam ducta concipiatur alia linea physica inter puncta c et h, et erit locus u, ambabus lineis c h et a b communis, puncto a propior. Sicque porro, ductis ex eodem puncto c ad quaevis in linea e f in infinitum producta puncta, i, k, cet., semper puncta intersectionis, x, y cet. Propinquiora fient puncto a, ut vel geometriae plane ignaro perse liquet. Et si putas, lineas hasce physicas tandem iusto arctiores sibi contiguas fore, ut iuxta se cosistere non possint, inferiores ductae auferri possunt, et nihilo minus patet, loca intersectionis puncto a magis magisque appropinquare debere, prouti

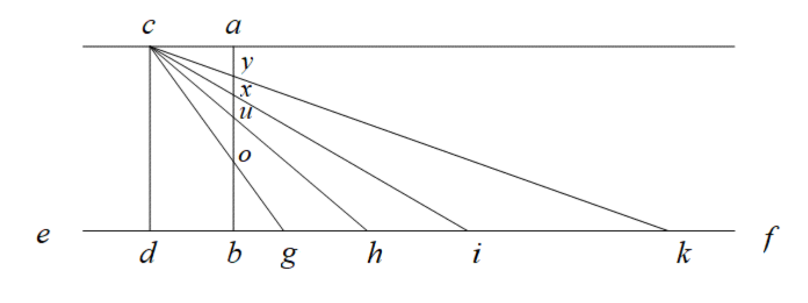


Figura 14

Kant propone realizar una construcción geométrica que consta de los siguientes elementos: 1) La línea *ef* que se extiende indefinidamente a voluntad.[155] 2) La línea *ab que es física*. Eso quiere decir *que está compuesta de partes primitivas de materia*, o elementos, mientras que *ef* es una línea geométrica. La línea *ab* es perpendicular a *ef*, de manera que la intersección entre ambas forma un ángulo recto. 3) La línea *cd*, construida de modo que sea igual y paralela a *ab*; *cd* puede ser tanto geométrica como física. 4) los puntos *g*, *h*, *i*, *k*, etc., que se marcan arbitrariamente sobre la línea *ef* y continúan marcándose indefinidamente sobre ella. A continuación Kant afirma que entre dos puntos cualesquiera, *o entre cualesquiera dos mónadas*, es posible trazar una línea recta[156] física. Así pues, trazamos *cg* y llamamos *o* al punto donde

in linea indefinita e f longinquius atque longinquius punctum notaveris. Quae vero longinquitas quia in infinitum prorogari potest, appropinquatio etiam intersectionis versus puctum a infinitis incrementi partibus augescere potest. Neque vero unquam intersectio hoc pacto in punctum a cadet; quippe punctis c et a aequaliter distantibus a linea e f, linea puncta c et a iugens et, quousque libet, continuata semper tantundem distabit a subiecta linea e f, neque huic unquam occurrere potest, quod contra hypothesin. Adeoque continua divisione lineae o a nunquam pervenitur ad partes primitivas non ulteriurs dividendas, h. e. spatium est in infinitum divisibile, nec constat partibus simplicibus." *Monadologia physica*, pp. 524-26.

[155] Esto es posible en virtud del segundo postulado de Euclides: "Prolongar una línea recta finita continuamente en una línea recta." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, Thomas L. Heath (Trad. y notas), 2nd Edition, Dover, New York, 1956, Vol. I, p.154.

[156] De acuerdo con el primer postulado: "Trazar una línea recta de cualquier punto a cualquier punto." Ibíd. La forma común en que se entiende este postulado es: entre cualesquiera dos puntos puede trazarse una y sólo una línea recta

se cruza con la línea *ab*; y seguimos trazando líneas que unen al punto *c* en la línea *cd* con cualesquiera puntos que se desee: *h*, *i*, *k*, y así sucesivamente, continuando indefinidamente a lo largo de la línea *ef*.[157] Estas líneas cortarán a *ab* en los puntos que llamaremos *u*, *x*, *y*, etc. Ahora bien, a medida que los puntos *g*, *h*, *i*, *k*, etc. se alejan de *e*, los puntos de intersección entre las respectivas líneas *cg*, *ch*, *ci*, *ck*, etc., a saber: *o*, *u*, *x*, *y*, etc., se acercan cada vez más al punto *a*. Como la longitud de *ef* puede ser extendida *in infinitum*,[158] el acercamiento hacia *a* del punto de intersección puede aumentar por medio de infinitos incrementos de partes, pero la propia intersección jamás podrá coincidir con *a*. Por otra parte, como los puntos *c* y *a* son equidistantes de *ef*, la línea que une *c* y *a* estará siempre a la misma distancia de *ef*, y no podrán nunca superponerse,[159] lo cual iría contra la hipótesis de la prueba, pues *cd* y *ab* son líneas similares trazadas perpendicularmente a *ef*. Con esto concluye la prueba, pues dividiendo continuamente de manera indefinida la línea *oa* no se llega nunca a partes simples que no puedan ser divididas. En consecuencia, el espacio es divisible *in infinitum* y no consta de partes simples. Kant no propone un argumento filosófico, sino uno geométrico, basado en una construcción sometida a los postulados de la geometría euclidiana. Que Kant proponga una prueba de ese tipo, a pesar de ser un monadista, muestra el valor que, sobretodo bajo la influencia de Keill (aunque también de Euler), otorga a la geometría como un fundamento de la filosofía natural.

Kant dice en el escolio de la prueba que ha adaptado al espacio físico una demostración que ya ha sido usada por muchos físicos, de manera que aquellos que discriminan entre *espacio geométrico* y *espacio natural* no puedan escapar a su conclusión haciendo una excepción con el espacio natural.[160] Aquí de nuevo está bajo la influencia de la *Introductio ad Veram Physicam*, donde Keill se refería a las objeciones

[157] Este paso de la construcción se apoya en el quinto postulado: "Si una línea recta que incide en dos líneas rectas hace los dos ángulos interiores del mismo lado menores que dos ángulos rectos, las dos líneas rectas, si son prolongadas indefinidamente, se cortarán del lado en que se encuentran los dos ángulos menores que dos ángulos rectos." Ibíd. , p. 155.
[158] De nuevo por el segundo postulado.
[159] En virtud del quinto postulado.
[160] *Monadologia physica*, Prop. III, Schol., W. I., p. 526.

que los filósofos contrarios a la geometría hacían a las pruebas geométricas de la tesis de la divisibilidad *in infinitum* de toda extensión. A saber: que las figuras construidas para probar dicha divisibilidad infinita no pueden existir en la naturaleza, de modo que los razonamientos geométricos no pueden usarse en la filosofía natural, a lo cual añadían la distinción entre *cuerpos matemáticos* y *cuerpos físicos* y la tesis indivisibilista de que sólo los primeros son divisibles al infinito. Debido a estas estrategias de los indivisibilistas, Keill añadió a las pruebas geométricas el argumento físico en favor de la divisibilidad infinita de la cantidad que vimos antes. Sin embargo, la prueba de Kant no se deriva de este argumento, sino que se trata de una adaptación al espacio físico de la primera demostración; es probable que él haya hecho eso inspirado en el uso de un razonamiento físico por parte de Keill. Ahora bien, según dijimos antes, Kant reinterpreta los puntos de vista de los físicos-matemáticos y los indivisibilistas, así como las discusiones entre unos y otros en torno a la divisibilidad *in infinitum* de la extensión, en el sentido de una polémica en torno a la divisibilidad *in infinitum* del espacio. Debido a eso, reinterpreta también la distinción entre cuerpos matemáticos y cuerpos físicos de los indivisibilistas como una distinción entre *espacio matemático* y *espacio físico* o *natural*. De acuerdo con ella, el espacio matemático es divisible al infinito, mientras que el espacio físico consta de simples. Esto, en caso de ser cierto, permitiría afirmar que los cuerpos constan de partes simples, las cuales ocuparían sin contradicción las partes simples del espacio. Pues bien, para probar que el espacio físico no consta de simples, Kant introduce en su prueba *líneas físicas*. Lo que él llama "línea física" es la representación de una línea constituida por elementos,[161] y es evidente que esas líneas existen en la naturaleza, a diferencia de las líneas geométricas. En virtud de su incorporación, Kant concluye en favor de la divisibilidad infinita del

[161] Karl Vogel, *Kant und die Paradoxien der Vielheit, Die Monadenlehre in Kants philosophischer Entwicklung bis zum Antinomienkapitel der Kritik der reinen Vernunft*, Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan, 1975, p. 154, señala una serie de dificultades que resultan de esta modificación que Kant hace de la prueba de Keill: ¿Cómo se relacionan los elementos de la línea con los puntos en los cuales es dividida? ¿Cómo puede ese argumento probar la divisibilidad infinita de lo extenso, si eso extenso no es continuo, sino discreto? ¿Cómo se relaciona el número de elementos de una determinada línea con su magnitud?

espacio físico que los elementos ocupan. Cabe notar que las líneas de las que él habla son objetos físicos; más aún, en tanto constan de elementos, son cuerpos físicos, mientras que las líneas meramente geométricas son objetos geométricos, de modo que la reinterpretación kantiana no se aparta demasiado de la distinción original de los divisibilistas entre cuerpos físicos y cuerpos matemáticos.

§ 13. Las objeciones filosóficas contra la divisibilidad de la materia

Además de los razonamientos de los indivisibilistas contra la validez de las demostraciones de la geometría respecto de los cuerpos tenemos sus objeciones filosóficas contra la división continua de la materia. En la cuarta lección de la *Introductio ad Veram Physicam*,[162] Keill responde a algunos argumentos o pruebas filosóficas, aunque, según él, ningún geómetra los consideraría como demostraciones. Este autor reitera una vez más la importancia de la geometría en la filosofía natural como conocimiento de certeza absoluta a la base de la misma. De allí que, en la disputa entre filósofos y geómetras, la posición de la geometría sea la cierta, y esta ciencia sea el arbitro de dicha disputa.[163] Los argumentos que vienen a continuación tienen que ver con la naturaleza del infinito involucrado en la divisibilidad de la magnitud. Con esto se presentan de nuevo las paradojas del mismo, en particular las

---

[162] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 28 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 32 ss.

[163] Este punto de vista es un antecedente de la *Monadologia physica* kantiana. Kant valora la metafísica de la tradición wolffiana, en la cual se formó, pero bajo influencia de los físicos-matemáticos newtonianos, sobre todo de Keill, adopta las tesis de la geometría, que eran rechazadas por Wolff; a saber: que el espacio es divisible *in infinitum* (aunque en Wolff no se trata de que es espacio no es divisible *in infinitum*, cosa que él acepta del espacio abstracto, sino de que la extensión y la continuidad del espacio físico y de los cuerpos resultan de la agregación de elementos simples), que la atracción es una fuerza inherente a los elementos que actua a distancia, y que existe el vacío. Para conciliar este punto de vista con la metafísica, Kant se separa de su tradición y modifica la doctrina de los elementos wolffiana para que sirva de fundamento a las tesis de la geometría. *Monadologia physica*, Praenotanda, pp. 516 ss. Ver también nuestro trabajo: Gustavo Sarmiento, *La Aporía de la División en Kant*, Equinoccio, Caracas, 2004, Cap. II, 2, pp. 46 ss.

dificultades del infinito actual. A ello, Keill responde afirmando que al intelecto humano le es difícil entender la naturaleza de los infinitos, por lo cual resultan ciertas aparentes paradojas. Sin embargo, no hay nada en la divisibilidad infinita de la materia que contradiga a ningún axioma o demostración geométrica.

Las objeciones de los atomistas son varias. Veamos primero la que atribuye a Epicuro: Si la cantidad fuese divisible *in infinitum*, contendría un número infinito de partes, y por lo tanto un finito contendría un infinito, lo cual es absurdo.[164] De acuerdo con Keill, no se trata de que una magnitud finita contenga una magnitud infinita. Aclarado esto, los atomistas no deberían negar que una magnitud finita sí puede contener un número infinito de partes infinitamente pequeñas.[165] Esta es la cuestión central: si una magnitud finita puede tener un número infinito de partes, lo cual no es problemático para él. Los filósofos –dice– podrían objetar también que un número infinito de partes debe componer una magnitud infinita. A ello, Keill responde diciendo que cualquiera que sea el número de partes que tiene la magnitud –finito o infinito– las mismas son iguales al todo, porque así como diez décimas partes de una unidad hacen una unidad, y lo mismo acontece con cien centésimas partes, o mil milésimas partes, y nunca pueden ser ni mayores ni menores que el todo, de la misma manera las partes infinitesimales de toda magnitud son iguales a dicha magnitud.[166] En tanto recurre a los infinitesimales, esta afirmación podría ser objetable. Aquí caben las críticas del Obispo Berkeley a los infinitesimales.[167] También cabria adaptar las críticas de

---

[164] *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 28-9; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 33.

[165] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 29; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 34.

[166] Ibíd.

[167] En la época, los infinitesimales carecían de una explicación racional coherente. Ellos eran magnitudes infinitamente pequeñas acualmente existentes; menores en valor absoluto que 1/n para cada entero positivo n y sin embargo no iguales a cero. Ahora bien, para cada n dado, el cociente 1/n no es infinitamente pequeño, sino finito, y siempre es posible encontrar una cantidad menor, que sea mayor que cero. Si se considera al infinitesimal como una cantidad existente, entonces surgen las dificultades, porque la unica cantidad menor que 1/n para cualquier n dado es cero, y de la reunión de estos infinitesimales no resultaría ninguna cantidad. En *The Analyst; or, A Discourse Addressed to an Infidel*

Euler a la idea de que hay partes infinitamente pequeñas que constituyen la cantidad: Si las partes son infinitamente pequeñas, entonces, si son extensas son divisibles, pero si no tienen ninguna magnitud ninguna composición de ellas puede ser extensa.[168] También se podría replicar a los indivisibilistas aludiendo a las dificultades del infinito actual, pero los razonamientos que Keill refiere no apuntan a la imposibilidad lógica del infinito actual, sino a la imposibilidad de que cualquier número de partes infinitamente pequeñas, no importa cuán grande sea dicho número, incluso infinito, pueda constituir una magnitud finita. Esta clase de argumentos tienen precedentes muy antiguos, que se remontan a los argumentos de Zenón contra la pluralidad.[169] Cabe señalar que el divisibilismo sostiene que la división infinita de la magnitud no se completa nunca, por lo cual no existen átomos constitutivos de la magnitud, y nunca puede llegar a haber un infinito en una magnitud finita. En todo momento, por mucho que se divida la magnitud, no hay sino un número finito de partes, ya que el infinito contenido en dicha división sólo es potencial y no puede llegar a actualizarse. Esto quiere decir que la objeción atribuida a Epicuro no afecta al divisibilismo. Su intención es polemizar con este, pero supone, erróneamente, que los divisibilistas consideran que la división infinita de la magnitud es completa. La consecuencia de este punto de vista es que la magnitud está constituida por infinitas partes, dadas en acto, que tienen que ser indivisibles,[170] por lo tanto inextensas. Ahora bien, este no es el punto de vista del divisibilismo, sino del indivisibilismo infinitista. Así pues, la objeción a la cual intenta responder Keill podría ser efectiva contra esta clase de indivisibilismo, pero no tanto contra el divisibilismo. Al confundir los dos puntos de vista se atribuye al divisibilismo lo que en

---

Mathematician, Berkeley criticó las fluxiones de Newton y los infinitesimales de Leibniz, porque "They are neither finite quantities, nor quantities infinitely small, nor yet nothing. May we not call them the ghosts of departed quantities?" Además, preguntó "Whether mathematicians, who are so delicate in religious points, are strictly scrupulous in their own science? Whether they do not submit to authority, take things upon trust, and believe points inconceivable?"

[168] Leonhard Euler, *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, LIV, p. 314. Ver § 12; volveremos sobre esto en el § 15.4.

[169] Ver G. S. Kirk y J. E. Raven, *Los Filósofos Presocráticos, Historia Crítica con Selección de Textos*, Madrid, Gredos, 1969, pp. 401 ss.

[170] de lo contrario, la división no estaría completa.

realidad es el punto de vista del indivisibilismo infinitista. Tal confusión se debe a que en ambos casos hay envuelto un infinito, pues se trata de la división infinita del compuesto, pero no se ha distinguido entre una división infinita que nunca se completa y otra que sí se actualiza. Keill también cae en esta confusión y arguye a favor de que una magnitud puede estar constituida por la suma de sus partes infinitesimales, lo cual equivale –si bien posiblemente él no se da cuenta de ello– a una defensa del indivisibilismo infinitista, con el cual no estaría de acuerdo. Si bien la intención del epicureismo es criticar al divisibilismo, su argumento se dirige contra el indivisibilismo infinitista, y al responderle, Keill defiende esta posición, que es la misma que critica Euler. Hubiera sido mejor replicar que si la división infinita de la magnitud es potencial, nunca va a haber un infinito dado en la magnitud.

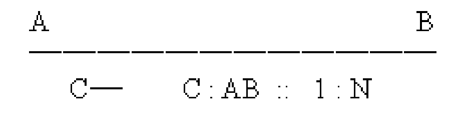


Figura 15

Pero volvamos al razonamiento de Keill, y consideremos la Figura 15.[171] Si la cantidad C es proporcional a AB como una unidad es a un número cualquiera N, entonces: CxN = AB, no importa cuán grande sea dicho número, si C es tomada de manera tal que tenga la misma proporción con AB que la unidad tiene con el número N. En consecuencia, piensa Keill, si N es un número infinito, y C la parte infinitesimal de la línea recta AB, la cantidad C tiene la misma proporción a AB, que una unidad tiene a un número infinito N, y también que la cantidad C, multiplicada por un número infinito N, será igual a la cantidad AB, y no será ni mayor ni menor. Keill no prueba su afirmación de que la razón de una unidad a un número infinitamente grande es la misma que hay entre un infinitesimal y una cantidad finita. A pesar de ello prosigue: Si la magnitud de las partes es disminuida en la misma proporción en que se incrementa su número, el todo constituido por esas

[171] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 29; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 34.

partes permanecerá igual; si las partes son infinitamente pequeñas, su número debe ser infinitamente grande.[172] La suma de los términos de la serie decreciente ½, ¼, $^1/_8$, $^1/_{16}$, $^1/_{32}$, $^1/_{64}$, etc., continuada hasta el infinito, es igual a un número finito, en este caso a la unidad.[173] Como esta serie continua *in infinitum*, el número de sus términos será infinito. La serie tiene un número infinito de partes, lo cual muestra que puede haber un número infinito de partes en una cantidad finita. Sin embargo, este caso es diferente al anterior, pues las partes de esta serie son siempre finitas, en vez de infinitesimales. Además, la serie contiene un infinito potencial, y no actual; en un momento dado hay solamente un número finito de elementos de la serie. Por ello, la analogía con una serie infinita para mostrar la posible constitución de una magnitud finita a partir de infinitesimales no es adecuada. Además, esa serie tiende a un valor finito, que es uno, sin llegar nunca al mismo. Aunque Keill no las ve, sus razonamientos encierran una serie de dificultades que se originan en el concepto de infinitesimal como una cantidad infinitamente pequeña que sin embargo puede añadir a la constitución de una cantidad finita. El manejo de los infinitesimales por parte de Keill, como si se tratara de un concepto claro y distinto, es típico de las primeras etapas del Cálculo, antes de que se estableciera un tratamiento riguroso del mismo, gracias a la introducción del concepto de límite.[174]

---

172 *Introductio ad Veram Physicam*, p. 30; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 35.

173 Ibíd.

174 El francés Agustin Lois-Cauchy (1789-1857) fue el primero que estableció el cálculo sobre la base del concepto de límite, que es tan familiar hoy en día para los matemáticos. De acuerdo con Cauchy, si los sucesivos valores atribuidos a la misma variable se acercan indefinidamente a un valor fijo, de manera tal que finalmente difieren del mismo por tan poco como uno quiera, este valor es el límite de todos los otros. Cauchy utilizó esta noción para definir la continuidad de una función. Sobre esto, el lector puede consultar: Victor J. Katz, *A History of Mathematics. An Introduction*, New York, Harper Collins *College Publishers*, 1993, Ch. 16: "Analysis in the Nineteenth Century," pp. 635 ss. Las críticas de Berkeley a los infinitesimales y las fluxiones fueron resueltas cuando los matemáticos se dieron cuenta de que en la expresión *dy/dx*, *dx* y *dy* no tienen que tener una existencia independiente. Mas bien, esta expresión puede definirse como el límite de *y/x*, a medida que *x* se aproxima a cero, sin nunca llegar a ser cero (aquí está pensado implicitamente sólo un infinito potencial). La noción rigurosa del límite responde a las objeciones de Berkeley (que pertenecen a la

La segunda objeción de los atomistas es que si toda cantidad es divisible *in infinitum*, cualquier magnitud menor sería igual a una mayor, ya que la menor tendría tantas partes como la mayor.[175] Así, si una yarda y un pie pueden dividirse en el mismo número de partes, por ejemplo cien partes, entonces se sigue que un pie es igual a una yarda, lo cual es absurdo. La dificultad reside, según Keill, en suponer que las magnitudes se miden por su número de partes, sin tomar en cuenta la cantidad (p. ej. la longitud) que cada una de esas partes posee.[176] Una objeción adicional sostiene que si un pie y una yarda pueden ser divididos en infinitas partes iguales, de modo que cada parte de la yarda es igual a cualquier parte del pie, el número de partes de la yarda sería el triple del número de partes del pie, por lo que como ambos números son infinitos, un infinito sería el triple del otro, lo cual dicen es un absurdo. Keill no lo ve así, e indica que ello no contradice ningún axioma de las matemáticas, ya que ninguno supone que todos los infinitos sean iguales.[177] Tampoco es

---

misma familia de los argumentos de Zenón contra la pluralidad). Con ella se dejaron a un lado los problemáticos infinitesimales. El primer matemático prominente que sugirió que una teoría de los límites era fundamental para el cálculo fue d'Alembert, lo cual hizo en los artículos sobre matemáticas en la *Enciclopedia*, de los cuales escribió la mayor parte. Sin embargo, su elaboración del concepto de límite carecía de precisión, por lo cual los matemáticos del siglo XVIII conscientes de las dificultades en la interpretación de la expresión *dy/dx* como un conciente de "diferencias" no hubieran estado más satisfechos con su definición. David M. Burton, *Burton's History of Mathematics. An Introduction*, Dubuque, Wm. C. Brown Publishers, 1995, p. 374.

[175] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 33; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 38.

[176] Ibíd.

[177] Ibíd. Newton creia que era un error pensar que todos los infinitos son iguales. "There is therefore another way of considering infinites used by Mathematicians, & that is under certain definite restrictions & limitations whereby infinites are determined to have certain differences or proportions to one another. Thus Dr Wallis considers them in his *Arithmetica Infinitorum*, where by ye various proportions of infinite sums he gatheers ye various proportions of infinite magnitudes: which way of arguing is generally allowed by Mathematicians & yet would not be good were all infinites equal. According to ye same way of Considering infinites, a Mathematician would tell you that though there be an infinite number of infinitely little parts in an inch yet there is twelve times that number of such parts in a foot; that is, ye infinite number of those parts in a foot is not equall to, but twelve times bigger then ye infinite number of them in an inch." Carta de Newton a Bentley, 17 de enero de 1692/3, en Isaac Newton, *The*

contrario a la naturaleza del infinito que haya un infinito aún más grande. No repugna a la naturaleza del infinito que un infinito pueda exceder, ser multiplicado, o dividido por otro infinito. Aquí hay implícita una doctrina del infinito. A partir de una definición de infinito, se sacan las consecuencias expuestas; y de estas se deriva que el supuesto absurdo de los atomistas no es tal.[178]

En las discusiones precedentes, Keill inadvertidamente ha tratado a la magnitud como si contuviera en sí un infinito actual. Este no es su punto de vista, como evidencia su respuesta a una objeción contra la divisibilidad infinita de la materia que se funda en la omnipotencia divina. De acuerdo con ella, Dios puede resolver cualquier cantidad en sus partes infinitesimales, y separar esas partes una de la otra. Si lo hace, entonces la divisibilidad quedaría agotada hasta la última parte.[179] La respuesta de Keill es que sin duda Dios puede hacer existente todo lo que sea posible y no repugna a su naturaleza inmutable, pero ya se ha demostrado que no puede haber ninguna partícula de materia tan pequeña que no sea a su vez divisible en otras partículas, por lo cual es manifiesto que Dios no puede dividir la materia hasta que sólo queden sus partes

---

Corresponce of Isaac Newton, ed. H. W. Turnbull et al., 7 vols, Cambridge, Cambridge University Press, 1959-1977, vol. 3 (1688-1694), 1961, p. 239. "I fear what I have said of infinites will seem obscure to you: but it is enough if you understand that infinites when considered absolutely without any restriction or limitation, are neither equal nor unequal nor have any certain proportion to one another, & therefore ye principle that all infinites are equal is a precarious one." Ibid., p. 240.

[178] Sería interesante contrastar las reflexiones tempranas acerca del infinito matemático, como las que estamos examinando en Keill, con la teoría posterior de Cantor, quien comparó los tamaños de conjuntos infinitos por medio del apareamiento, uno a uno, de los elementos de ambos conjuntos, en virtud de lo cual pudo despejar la aparente contradicción resultante de que conjuntos infinitos, con el mismo número de elementos, constituyan magnitudes diferentes, como, por ejemplo, dos líneas de magnitud distinta, o el segmento de recta 0-1 y la recta real. Keill, como muchos de sus predecesores y contemporáneos, compara infinitos a partir de la mágnitud de los todos (p. ej., las líneas de diferente magnitud en las cuales hay infinitos puntos), lo cual hace difícil explicar las diferentes longitudes de las líneas si todas ellas están constituidas por infinitos elementos, por lo cual presupone, erróneamente, que el número de elementos en cuestion es proporcional a la longitud de la línea.

[179] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 34; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 39-40.

indivisibles. Si su poder se extendiera tanto, Dios haría algo contradictorio, o repugnante a su esencia inmutable.[180] La respuesta de Keill supone que Dios tiene el poder de hacer real lo posible lógicamente, pero ni siquiera Dios puede realizar lo que es lógicamente imposible.[181] Y la imposibilidad lógica de agotar la divisibilidad infinita de la materia se demuestra geométricamente. Los atomistas añaden: Si toda cantidad es divisible *in infinitum*, y las partes están actualmente en la extensión, estará dada en acto una parte infinitamente pequeña, y en consecuencia ya no divisible.[182] A esto Keill responde en primer lugar que se puede negar –con Aristóteles– que las partes están actualmente dadas en la extensión,[183] con lo cual se desploma ese razonamiento.[184] En segundo lugar, él concede, por mor del argumento, que las partes existen actualmente en la extensión; consiente además en que hay partes infinitamente pequeñas e indivisibles.[185] Y finalmente, otorga el argumento.[186] Sin embargo, sostiene que de ello no se sigue nada contra la divisibilidad continua e infinita de una cantidad que no sea infinitamente pequeña. Esto de hecho es supuesto en el argumento de los atomistas, aunque sin ninguna prueba. ¿Se sigue que, porque una parte infinitamente pequeña de cualquier extensión ya no es más divisible, una

[180] *Introductio ad ...*, p. 34; *Introduction to ...*, p. 40. Keill propone una divisibilidad *in infinitum* que es potencial, y los infinitos envueltos en ella son infinitos potenciales. Hay oscilaciones en la *Introductio ad Veram Physicam*, pero esta es su posición definitiva.
[181] Sobre esto ver también: E. W. Strong, “Newtonian Explicatioins of Natural Philosophy,” *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January 1957, pp. 49-83, p. 63.
[182] *Introductio ad ...*, p. 34; *Introduction to ...*, p. 40.
[183] *Physica*, III, 7, 207 b 10-14.
[184] *Introductio ad ...*, p. 34; *Introduction to ...*, p. 40. Este sería el argumento principal. Las partes no están en la extensión, esto es: ellas no están actualmente dadas, sino en la medida en que dividimos la extensión y limitamos las partes. Este punto de vista está relacionado con otro que conduce a concluir que la división sólo es posible en potencia, y no puede completarse. Keill posiblemente saca esto de Du Hamel (ver § 10).
[185] Los infinitesimales, pero esto es problemático, como ya vimos. Ver nota 167, también nota 174.
[186] Con esto ya ha concedido bastante: 1º La tesis del indivisibilismo, pues admite la presencia de indivisibles; y 2º la completitud actual de la división infinita.

parte dada,[187] o una que no sea infinitamente pequeña, también ya no es más divisible? De acuerdo con Keill, si algo se sigue es que toda cantidad continua puede ser resuelta en partes infinitamente pequeñas, y por lo tanto es infinitamente divisible. A mi modo de ver, esto en parte contradice los argumentos de Keill, en el sentido de que su posición presupone una regresión potencialmente infinita en la división, pero no una regresión llevada al acto, y esto es lo que subyace en la frase citada. Por otra parte, la divisibilidad de una cantidad que no es infinitamente pequeña es potencial, y no supone que la cantidad ya está dividida en infinitas partes. En cambio, la división supuesta en el argumento del indivisibilista es actual. En esto hay una incongruencia. Keill no puede aceptar una división infinita dada, o actual. Si la concede, entonces admite que es posible llegar a simples, que es lo que sus contrarios partidarios del indivisibilismo sostienen. Es verdad que el atomismo corpuscular queda cuestionado, pero en cambio es posible pensar que esas partes infinitamente pequeñas, simples e indivisibles, constituyen la cantidad. Además, la diferencia es más grande. En el primer caso se ve a la extensión como un agregado de indivisibles inextensos, infinitos en número, ya dados. Estos son simples y fundamentos; y al llegar a ellos se ha resuelto la extensión en sus partes constituyentes e indivisibles, que son los fundamentos del continuo. En el segundo caso se ve a la cantidad como un *totum*, en el cual la división continúa *in indefinitum*. Nunca hay una parte que no sea divisible a su vez, y no hay fundamentos constitutivos de la misma. El fundamento es la propia extensión.

Ahora bien, la verdadera respuesta, dice Keill retomando su pensamiento inicial, es que no hay partes de la extensión que sean tan pequeñas que ya no sean divisibles. Aunque existan partes infinitamente pequeñas, o tales que respecto de su todo tienen la misma proporción que un número finito tiene respecto de un número infinito,[188] o un espacio

---

[187] Toda parte dada es finita. Ahora bien, aquí habría que proceder con cuidado, porque si Keill concede el argumento de Dios, habrá partes dadas que serán infinitamente pequeñas.

[188] ¿Cómo entender esas partes infinitamente pequeñas? ¿no serían algo inextenso y por lo tanto indivisible? Por otra parte, esta manera de referirse a la relación entre números finitos e infinitos no es rigurosa. En descargo de Keill, hay que decir que era difícil hablar de números infinitos sin una teoría adecuada de los mismos, que aún no estaba disponible.

finito en relación con uno infinito, Keill niega que estas partes a su vez no sean divisibles. Como son extensas, también serán divisibles, no sólo en un número finito de partes (dos o tres, o más partes), sino que cada una de ellas puede ser dividida *in infinitum*.[189]

De acuerdo con Keill, las partes en número infinito de una cantidad infinitamente pequeña, son llamadas por los geómetras infinitesimales,[190] o fluxiones,[191] y son usados por ellos para resolver muchos problemas intrincados. Pero además hay otras fluxiones de estas fluxiones, o partes que son infinitesimalmente menores que sus todos, y a su vez, hay otras partes de esas partes y así indefinidamente.[192] Si esto es difícil de entender, para Keill ello se debe a las limitaciones del entendimiento humano (como vimos en el § 10, Rohault recurría al mismo razonamiento): "I do not deny, but, from the Weakness of the Human Understanding, this is very difficult to conceive: however, the Truth that is supported by such powerful Arguments is not to be deserted, especially since there are some things, which we do most certainly know, which yet are very difficultly received by our weak Understanding."[193]

---

[189] *Introductio ad …*, p. 35; *Introduction to …*, p. 40.

[190] Como los llama Leibniz. "Nova Methodus pro Maximis et Minimis, itemque Tangentibus, …" *Acta Eruditorum*, 1684.

[191] Al uso de Newton en *De Methodis Serierum et Fluxionum*, que fue publicado por primera vez en 1736, traducido al inglés bajo el título: *The Method of Fluxions and Infinite Series*. Esta obra fue retraducida al latín en 1744 con el título *Methodus Fluxionum et Serierum Infinitarum*. Los colegas contemporáneos de Newton tuvieron acceso a lo fundamental de este manuscrito, lo cual a su vez fue incorporado a *De Quadratura Curvarum* (1691-1693), que apareció como un apéndice a la primera edición (en latín) de la *Optica* en 1704. Newton concibió las cantidades matemáticas como generadas por un movimiento continuo, análogo al de un punto cuando traza una curva. Cada una de estas cantidades que fluyen fue llamada por él un "fluente," y su rata o cociente de generación (algo así como su velocidad) fue conocida como la "fluxión del fluente." David M. Burton, *Burton's History of Mathematics. An Introduction*, p. 376.

[192] *Introductio ad …*, p. 35; *Introduction to …*, p. 41.

[193] *Introduction to …*, p. 41. "Non dissimulo ob humani ingenii imbecillitatem hoc conceptu esse difficillimum; non ideo tamen deferenda est veritas validissimis suffulta argumentis, praesertim cum quaedam sunt, quae à tenui nostro intellectu difficulter admodum capiuntur, quae tamen esse, certissime novimus." *Introductio ad …*, p. 35. Es interesante el punto de vistda de Isaac

Nuestro autor produce a continuación argumentos para probar o mostrar que hay cantidades infinitamente menores que otras cantidades, y sin embargo también infinitamente mayores que otras, de manera que, si hay cantidades dadas infinitamente pequeñas, habrá algunas cantidades infinitamente más pequeñas que esas, y de nuevo, puede haber otras infinitamente menores que las últimas, y así siempre *in infinitum*.[194]

Barrow, maestro de Newton, quien piensa que la cantidad es divisible hasta el infinito, no sólo en cuanto a la posibilidad, sino que la cantidad está actualmente dividida *in infinitum*, y no consta de indivisibles. De acuerdo con Barrow, la divisibilidad y composición perpetua de la cantidad a partir de partes comunes homogéneas es adecuada a las ideas de los hombres y ha sido supuesta y defendida por los mejores filósofos. Entre los modernos, por Descartes, quien, de acuerdo con Barrow, no sólo demuestra que la materia es divisible infinitamente, sino que está actualmente dividida. Barrow critica a los que hablan de una composición a partir de indivisibles, porque subvierten y destruyen toda la geometría. En respuesta a los que niegan el infinito actual matemático –como el que está envuelto en la división completa de la cantidad– Barrow encuentra en el infinito solamente una dificultad de concepción: "I deny not but that it is difficult to be understood, how every single Part can be divided as all not to be actually reduced by the Division to Indivisible, or to Nothing or what is next to Nothing." Sin embargo, hay tantos indicios evidentes, y tantos argumentos sumamente poderosos a favor de la división indefinida, que la composición de la magnitud por partes infinitamente divisibles debe ser reconocida. Isaac Barrow, *Mathematical Lectures Read in the Publick Schools at the University of Cambridge*, London, 1734, pp. 151-163. Es posible que Keill se haya dejado influir por Barrow cuando responde a las objeciones del atomismo epircureista.

194 *Introductio ad ...*, pp. 35-6; *Introduction to ...*, p. 41. Aquí se trata, no de la regresión infinita desde una magnitud finita hasta sus partes infinitamente pequeñas, sino de una regresión que va más allá. De ser cierto lo que dice Keill, siempre se puede encontrar una cantidad infinitamente más pequeña que una de las partes infinitamente pequeñas de la magnitud; una cantidad infinitamente más pequeña que esta, y así sucesivamente hasta el infinito. Se trata de una regresión de lo infinitamente pequeño a lo infinitamente más pequeño, de allí a lo todavía infinitamente más pequeño y así sucesivamente, sin nunca acabar. Para mostrar que la cantidad es infinitamente divisible, Keill supone la actualización de sucesivas divisiones infinitas de la magnitud (Con ello propone la existencia de infinitos de diferentes tamaño o *número*, porque unos *infinitos* serían infinitamente más grandes –o pequeños– que otros *infinitos*). Esto sería problemático para quien no admita el infinito actual; no así para quien lo acepte; no obstante, si la división de una magnitud se ha completado, no debería ser posible dividirla aún más. Si bien las ideas de Keill son interesantes, sus razonamientos a este respecto carecen de rigor (ver la prueba de la Figura 16). Los argumentos anteriores, que tratan de mostrar que siempre es posible dividir,

Consideraremos sólo el primero:

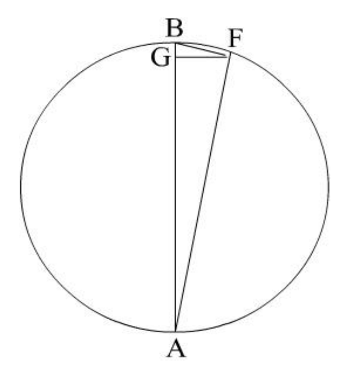


Figura 16

Considérese el círculo ABF, cuyo diámetro es AB y sea BF una parte infinitamente pequeña de su circunferencia, cuya cuerda – también llamada BF – igualmente será infinitamente pequeña. En consecuencia, la cuerda BF tendrá con cualquier otra magnitud determinada, como por ejemplo AB, el diámetro del círculo, la misma proporción que cualquier magnitud finita tiene con una magnitud infinita. Sea FG una perpendicular a AB. BG será infinitamente más pequeña que la línea recta BF. La razón de ello es la siguiente: Si se dibuja la línea AF, el ángulo AFB en el semicírculo será recto. Los ángulos BGF y AGF son ambos rectos, y por la proposición ocho del sexto libro de los Elementos de Euclides,[195] para los triángulos BFG y AFG, se cumplen las siguientes proporciones: AB será a BF como BF a BG. Pero como por hipótesis AB es infinitamente más grande que BF, por lo tanto, BF va a ser infinitamente más grande que BG. Entonces puede haber una cantidad que aunque es infinitamente menor que una cantidad dada, será infinitamente más grande que otra cantidad. El problema con este argumento es que cualquier parte dada de la circunferencia del círculo

o encontrar una cantidad más pequeña que una cantidad finita dada, parecen más rigurosos, y suficientes para demostrar la divisibilidad infinita de la cantidad.

[195] Si en un triángulo rectángulo se dibuja una perpendicular desde el ángulo recto hasta la base, los triángulos adyacentes a la perpendicular son semejantes al triángulo entero y entre sí. *The Thirteen Books of the Elements*, Vol. 2, p. 209.

será finita, por lo tanto determinada, mientras que las magnitudes infinitas (en lo grande y en lo pequeño) son indeterminadas.[196] Por ello, esto sólo prueba que siempre es posible encontrar una extensión más pequeña que cualquier extensión dada, es decir: que así como AB es más grande que BF, en una proporción dada finita, de la misma manera BF será más grande que BG, en la misma proporción finita. No es posible determinar proporciones infinitas entre estas magnitudes. Así pues, no podemos determinar la proporción de AB a BF en la manera que quiere Keill, y decir que AB es infinitamente más grande que BF no determina la proporción, pues no es lo mismo que decir, por ejemplo, que es 10 veces o una cantidad finita de veces mayor. De la misma manera, tampoco podemos decir que BF tiene la misma proporción con BG, y menos aún aplicar a este caso las proposiciones de la geometría euclidiana, que valen para magnitudes dadas, y por lo tanto finitas.

---

[196] Debido a esto le es posible "establecer" la proporción entre un infinitesimal y cualquier magnitud finita, igualarla a la proporción entre una magnitud finita determinada y una magnitud infinitamente grande, y finalmente igualar ambas proporciones a la que habría entre un infinitesimal de un infinitesimal y un infinitesimal. Pero la extensión de la teoría de las proporciones de los *Elementos* de Euclides a magnitudes infinitas sin consideraciones adicionales no es adecuada.

CAPÍTULO III

CONCLUSIONES

§ 14. Sobre la certeza y los principios de la filosofía natural

La cuestión, central para la modernidad, de los criterios de certeza en las ciencias, recibe en Keill una respuesta implícita, que ahora estamos en condiciones de reconstruir. La misma está guiada por el sentido común y no por principios de la razón. Como consecuencia de ello, en Keill la certeza tiene varias fuentes: la religión, la tradición, las matemáticas y la experiencia. En el primer caso el argumento, implícito, se apoya en la autoridad de la revelación, a la cual Keill, como otros newtonianos, se somete. Respecto de la tradición, el sentido común lo lleva a no desechar lo que, proveniente de ella, pueda servir a la construcción de la filosofía natural.[1] En cuanto a las matemáticas, estas no son solo un instrumento para la determinación de las magnitudes asociadas a los fenómenos y la demostración de los mismos en la filosofía natural, sino que además desempeñan un papel constitutivo, en tanto por sí solas demuestran verdades fundamentales sobre la naturaleza. De acuerdo con lo anterior, aunque Keill proviene de una tradición científica que valora la experimentación, y está influido por la filosofía empirista de Locke, en su obra la experiencia y los experimentos no son el único criterio de certeza. Keill es menos consecuente en este respecto que Newton. Todo esto ratifica las diferencias fundamentales entre el newtonianismo y el cartesianismo, y también distingue al newtonianismo de Keill del pensamiento de

[1] En esto adopta una actitud similar a la del cartesiano Jacques Rohault y la de Jean Baptiste Du Hamel (a mí modo de ver, influida por la lectura de los libros de ambos).

Newton. Las discrepancias con el cartesianismo tienen como consecuencia distinciones importantes en cuanto al método, las cuales hacen posibles teorías físicas diferentes. Estas divergencias se aprecian más nítidamente si se compara a Keill con el cartesianismo, tal vez por el carácter más explícito de las indagaciones acerca del método y los principios contenidas en las discusiones de nuestro autor.

En Descartes la certeza de las verdades evidentes se funda en la claridad y distinción, aprehendidas por el espíritu, y la deducción de las consecuencias de los principios conocidos. Después de adquirir de esta manera las nociones generales de la física,[2] al pasar de los principios a efectos particulares, que pueden ser deducidos de diversas maneras, la experiencia es requerida para decidir cómo se ha de dar cuenta de fenómenos determinados.[3] Pero ella no juega el papel esencial que tiene en la física de Newton, porque sólo conocemos verdades ciertas, cuando, o bien las intuimos como evidentes, es decir: el espíritu las conoce de manera clara y distinta, o bien las deducimos a partir de verdades evidentes. De acuerdo con esto, conocer algo como verdadero es, o bien intuirlo, o bien explicarlo dando su razón, causa o fundamento –es decir: reduciéndolo a principios evidentes.

De acuerdo con *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*, la filosofía natural de Newton y la doctrina de la atracción universal proporcionan un argumento contra el materialismo mecanicista y el ateismo, probando la existencia de Dios y la verdadera religión. Para Keill, una de las razones por las cuales la física de Descartes es falsa, "a wild chimera of his own imagination,"[4] es que propone una explicación exclusivamente mecánica de la naturaleza y por lo tanto puede conducir al ateismo. Esto se refiere a la teoría de los vórtices y otras doctrinas de la física cartesiana, pero también a la explicación puramente mecánica de la génesis del mundo de *Le Monde* y el *Discours de la Méthode* que –a diferencia del relato bíblico– es fantasiosa en la óptica de Keill, como en

---

[2] *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4ª edición, París, Librairie Philosophique J. Vrin, 1967, 6ª parte, p. 61.
[3] Ibíd. pp. 64-5.
[4] *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth. Together With Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth*, Oxford, Printed at the Theather, 1698, p. 17.

la de otros opositores de Descartes. Según Keill, la física newtoniana es verdadera porque no contradice las escrituras. La conformidad con la enseñanza de la religión aparece así como una condición de la verdad, la cual desempeña un papel importante en *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth*. La filosofía natural tiene que concordar con la religión y –añade Keill– estar al servicio de ella, lo cual evita una posible acusación de ateismo y mantiene la concordia entre el avance de la ciencia y la seguridad de la religión.[5] Una de las consecuencias de ello es que la filosofía natural, en la manera en que Keill junto con otros newtonianos la comprende, tiene que probar que el mundo no fue hecho únicamente según las leyes del mecanismo, sin la intervención de Dios, para lo cual su explicación ha de incluir finalidad e inteligencia.[6] Si esto es así, los filósofos no pueden prescindir de las causas finales. He aquí una razón apoyada en la religión. Otra, también de naturaleza teológica, es que sólo podemos admirar la sabiduría y providencia Divinas si aceptamos las causas finales. Por estas razones, la filosofía natural *no es solamente filosofía mecánica*, y hay que admitir una intervención constante de Dios en el mundo. Esto sería muy criticado después por Leibniz y sus seguidores. Ahora bien, la admisión de causas finales no sólo se apoya en la religión, sino en la tradición filosófica, en particular la aristotélico-escolástica, de donde proviene la doctrina de la causalidad final. Keill no profesa el abandono de la tradición filosófica y más bien rescata expresamente, no solo la noción de causa final, sino otros conceptos tradicionales que considera de utilidad, lo cual no está exento de consecuencias. El problema de la concordancia de la ciencia con la religión, que ya se le presentaba a Descartes (quien evita el enfrentamiento con la religión, pero a la vez posibilita el debilitamiento de esa conexión) y a Boyle, recibe renovada atención de los newtonianos: Bentley, Keill, Clarke y el propio Newton. Las discusiones al respecto muestran la compleja comprensión de la filosofía natural, del mecanicismo y del papel de Dios en el mundo que tenían los fundadores de la ciencia moderna, así como la diversidad de temas y discusiones con los cuales está interrelacionado el surgimiento de la misma.

---

[5] Ibíd., p. a 2.
[6] Ibíd., p. 21.

Keill se da cuenta de que la física de la modernidad utiliza conceptos tradicionales. En la *Introductio ad Veram Physicam* hay una justificación –no expresa en Newton– del uso de conceptos de la tradición, tal vez anticipándose a posibles criticas de los cartesianos. De hecho, la física de la modernidad tuvo que apropiarse –a veces reinterpretándolos– de conceptos aristotélicos. Sin embargo, ello podía acarrear problemas, si se introducía inadvertidamente la metafísica asociada con esos conceptos y la suposición de la realidad de los mismos que la acompaña, lo cual es contrario a la filosofía mecánica. Para justificar el uso de términos que designan cualidades, facultades, o el concepto de atracción, a fin de referirse a las acciones ejercidas por los cuerpos, Keill arguye que estas pueden tratarse *como si* fueran cualidades –sin llegar a decir que efectivamente sean cualidades–, ya que dichas acciones tienen las propiedades de las cualidades. La propiedad sobre la cual se construye la semejanza es la intensidad, en tanto la gravedad y la atracción, por ejemplo, pueden aumentar o disminuir, y es posible determinar tanto su intensidad como los aumentos o remisiones de la misma. No obstante, aquí se corren riesgos, porque con ello se admite tácitamente la teoría tradicional de la substancia y sus accidentes, puesto que, para existir, las cualidades requieren de substancias. De esta manera se podrían recuperar las formas substanciales, tan criticadas por la filosofía mecánica. Un peligro adicional –y más próximo– consiste en que, olvidadas las condiciones de su admisión, se vuelvan a considerar dichas cualidades como si fueran reales. A pesar de sus aclaratorias, la posición de Keill en la *Introductio ad Veram Physicam* resulta más ambigua que la de Newton (quien evitó atribuir a la materia una cualidad atractiva). Por un lado afirma que las palabras que nombran cualidades, facultades, o el término "atracción" no se refieren sino al modo de acción de los cuerpos, pero también parece presuponer la existencia de la atracción, sin darse cuenta plenamente de ello.[7] Por cierto, al defender en la *Introductio ad Veram Physicam* el uso de términos que denotan cualidades, Keill anticipa su posterior asignación a la materia de una

[7] Ya que cuando habla de las acciones ejercidas por los cuerpos como correlatos de los términos de cualidades, de alguna manera parece pensar que los cuerpos mismos ejercen acciones, p. ej.: una acción de atraer.

cualidad atractiva esencial e irreductible, que es su posición definitiva.[8]

No hay mayor problema en asignar a la materia cualidades como la impenetrabilidad y la extensión, pero sí lo hay si se le atribuye una atracción, pues no es claro que la materia tenga semejante cualidad. El cartesianismo criticó a los filósofos, escolásticos o modernos, que habían introducido atracciones, simpatías y antipatías, nociones que parecen dar la razón de algo que en verdad no se ha comprendido. La crítica cartesiana a las cualidades ocultas se funda, primero en que no es evidente que a la esencia de la materia pertenezcan tales cualidades, y en segundo lugar, en que sus proponentes tampoco las han explicado a partir de principios claros y distintos de la materia, como son la extensión, la movilidad, el contacto y los impulsos. Aceptando –con los newtonianos– a la experiencia como criterio privilegiado de verdad en la filosofía natural, las últimas son propiedades que la experiencia verifica inmediatamente. Ahora bien, ésta no muestra de manera evidente la existencia de una fuerza atractiva, ni como ocurre la interacción a través de la distancia que separa a los cuerpos que tienden uno hacia el otro. La misma podría ocurrir por obra de una fuerza de la materia, por la acción de un mecanismo (p. ej.: vortical), por intervención divina, o de otra manera. Los cartesianos pensaban que la única manera comprensible de la acción de un cuerpo sobre otro era por medio del impulso. No les faltó razón en que –a diferencia de la atracción– el contacto sí parece mostrarse como un principio claro y distinto, tanto al espíritu como a los sentidos. En cambio, como ella no se aparece ni al espíritu ni a los sentidos con evidencia propia, la gravedad tuvo que ser descubierta analíticamente, mediante un regreso racional desde los movimientos de los cuerpos celestes y la caída de los graves en la tierra, observados empíricamente, hasta una causa común que da cuenta de ellos. Se trata de una inferencia regresiva a partir de los fenómenos, que se apoya en una manera de interpretarlos. Desde la perspectiva del cartesianismo, esta clase de inferencia, desde los sentidos, no garantiza la existencia de dicha propiedad en los cuerpos.

---

[8] John Keill, "Epistola ad Cl. virum Gulielmum Cockburn, Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Vol. 26, 1708-1709, pp. 97-110, p. 97.

La re-introducción de términos de cualidades que no se muestran inmediatamente en los cuerpos, así sea aclarando que ellos sólo se refieren a las acciones de los mismos, provocó críticas. Se dijo que los newtonianos volvían a las cualidades ocultas. La filosofía mecánica negaba la existencia de cualidades de los cuerpos que no fuesen observables, e interpretar la atracción como una cualidad de los cuerpos va más allá de lo que podemos comprobar por medio de los sentidos. En tanto la atracción no es una propiedad evidente de los cuerpos habría que reducirla a su causa. Pero cuando la causa está oculta no hay un conocimiento claro y distinto de la cosa. Como no es posible dar la causa de la atracción,[9] Keill quiere evitar la conclusión de que ella no ha sido explicada, y es, por lo tanto, oculta, sobre la base de que es posible medirla y determinarla. La tesis de Keill es que la ignorancia acerca del origen de una cualidad no la vuelve oculta si la podemos medir. Aún reconociendo que términos como *cualidad*, *facultad* y *atracción* no definen la verdadera causa ni el modo de acción de los entes naturales, nuestro autor cree que ellos no designan cualidades ocultas si es posible medirlas y determinarlas, aun cuando su causa se mantenga escondida. Sobre esta base, afirma que la gravedad y la atracción no deben llamarse cualidades ocultas, porque es posible determinar sus intensidades y remisiones. La determinación de la magnitud de una cualidad –en el caso de la atracción su intensidad– indicaría claridad y distinción, aun si la cualidad misma no se muestra inmediatamente a los sentidos, ni al espíritu. Keill supone que la medición de la cualidad prueba con claridad su existencia,[10] y además la distingue de otras cualidades de la cosa. Esta es una de las maneras en que las matemáticas hacen posible la construcción de la filosofía natural sobre principios firmes. No se trata de una determinación cualitativa, sino cuantitativa, que se logra mediante la aplicación de la aritmética y la geometría, y se basa en la medición de magnitudes como indicio de rigor y precisión en la determinación de las cosas, si bien ello tiende a confundir la determinación de la magnitud

---

[9] Que hasta hoy día permanece elusiva.

[10] O al menos la existencia de una acción de los cuerpos que corresponde al término que designa la cualidad. Esto último no presupone la existencia de una entidad de la cual no hay evidencia. Sin embargo, a menos que esa acción sea reducida a principios claros y distintos de la materia, hay algo que permanece oculto en la explicación de los fenómenos.

atribuida a algo con la presencia de la cosa misma. He aquí un aspecto del uso de las matemáticas cuya ausencia Keill critica a los cartesianos. No obstante, la certeza está dada por la presencia clara de la cualidad, ante el espíritu, como lo exige Descartes, o frente a los sentidos, única manera admitida por el empirismo (no por la determinación – mediata o inmediata– de su intensidad), y por su distinción respecto de otras cualidades. Basta con la aparición inmediata de la cualidad misma,[11] digamos la solidez, y su diferenciación de otras: la extensión, la movilidad o la inercia, para que sea evidente. Después podríamos medirla directamente. Pero la medición de una variable física en general no requiere que la cosa esté inmediatamente presente a los sentidos. De hecho la "cualidad medida" podría hasta no existir (incluso la entidad de la cual se "miden sus cualidades" podría ser inexistente), y la variable asociada a ella sería meramente operacional. ¿Cómo se determina la intensidad de la atracción? Es factible medir inmediatamente la extensión de un cuerpo, pero la fuerza de gravedad que ejerce no se determina directamente, sino mediatamente, a través de sus efectos observables sobre otros cuerpos. De manera que la sola medición de la magnitud de una cualidad no manifiesta a los sentidos no la revela a los mismos, ni al espíritu, como algo evidente. Tampoco exhibe su causa, cualquiera que esta sea, y por lo tanto no autoriza a concluir su claridad y distinción. La determinación matemática de una cualidad puede basarse en una inferencia a partir de algo medido, como ya hemos señalado, mas esto no prueba ni la existencia de la cualidad, ni la exhibe, por lo tanto difícilmente puede volverla clara y distinta. Otro tanto vale en lo que se refiere a su causa.

Sin embargo, la medición y determinación matemática de cualidades, principios y consecuencias tiene gran potencia, y por lo tanto, poder de convencimiento, lo cual indujo a los físicos a aceptar cualidades como la atracción. Esto se apoya en la aplicación de las matemáticas como manera de demostrar rigurosamente a partir de principios ciertos, que es un modo en que la intervención de esta ciencia aporta certeza, aunque en última instancia todo depende de la certeza de los principios. La ciencia ha usado como variables conceptos de cualidades que no se

[11] La inmediatez es un criterio de evidencia

pueden observar, lo cual, sin embargo, ha sido necesario para su progreso. Como es sabido, esto condujo a una concepción diferente de la explicación, que no exige certeza sobre las causas primeras de las cuales dependen los fenómenos, y en la cual es central la determinación matemática de variables. Éstas son valiosas en la medida en que permiten determinar y demostrar matemáticamente observables. Keill se apoya en la posibilidad, no sólo de medir cualidades como la atracción, sino de demostrar fenómenos matemáticamente a partir de las cualidades así determinadas. Esto se basa en lo que ha dicho: la cualidad no es oculta si es medible, menos aun si además permite determinar observables, que se pueden verificar en la experiencia. Por ejemplo: demostrar el movimiento de los astros suponiéndolo el efecto de una fuerza de atracción gravitatoria. La determinación de leyes de los fenómenos –como la ley de gravedad– que permitan demostrar fenómenos particulares fue muy útil. Y no prestar mucha atención a las críticas y exigencias cartesianas –y después leibnizianas– de explicar la gravedad por medio de causas mecánicas permitió a la física de la modernidad proseguir de manera magnífica su indagación de las leyes de los fenómenos, postergando la hasta hoy elusiva averiguación de las primeras causas de las fuerzas.

Como en Descartes, para los newtonianos –y esto se ve claramente en Keill– la ciencia consiste en demostrar proposiciones a partir de principios verdaderos. La divergencia concierne al modo de obtener esos principios y a cómo se entiende su evidencia: si la misma es absoluta, fundada en la intuición, o se acepta a la experiencia como sustento suficiente de la evidencia, o mejor, de la verdad (en última instancia sólo probable) de los principios. La concepción empirista de la claridad y la distinción difiere de la cartesiana. Para el empirismo, tenemos ideas claras en la medida en que son tales como la sensación, o la percepción, las toma de los objetos, y distintas cuando la mente percibe en ellas una diferencia respecto de cualesquiera otras ideas. [12] Así pues, las propiedades claras y distintas de los cuerpos tienen que ser aprehendidas

[12] Así, por ejemplo, en Locke, *An Essay Concerning Human Understanding*, Vol. 1, Book II, Ch. XXIX, §§ 2, 4, p. 487. Cfr. Descartes, *Principes de la Philosophie*, en *Œuvres de Descartes*, Vol. IX-2, I, 45, p. 44. Ver Cap. I, nota 190.

por la percepción directamente de los objetos. Mientras para Descartes la claridad y distinción constituyan el criterio de la evidencia, en el empirismo la claridad y distinción, que provienen de los sentidos, constituyen un criterio de verdad, pero no de certeza absoluta, ni de evidencia. Según el empirismo, la verdad de los principios de la física no es la de una evidencia aprehendida por el espíritu, sino basada en la experiencia; este también es el punto de vista del newtonianismo. Así las cosas, para la filosofía natural resultaba una cuestión crucial decidir si era el espíritu el que habría de conocer de manera evidente los principios, y la experiencia tenía un papel secundario, al servicio de la determinación de la manera correcta de deducir fenómenos particulares de los principios; saber si el espíritu en verdad podía aprehender principios evidentes que sean suficientes para fundar una ciencia de la naturaleza, o si no había otra manera de establecer esos principios que sobre la base de la experiencia. De acuerdo con Keill, lo primero que se hace es definir las propiedades más simples de los cuerpos, mediante descripciones verificables empíricamente, en vez de definirlas por sus esencias, como en Descartes. Sobre la base de estas definiciones se habrá de deducir geométricamente otras propiedades. Ahora bien, ¿en qué sentido las definiciones empíricas permiten concebir las cosas de manera clara y distinta. Aquí subyace el pensamiento empirista de que la experiencia es una fuente de conocimientos. Ello se funda en que el criterio de verdad en la ciencia de la naturaleza es la concordancia con la experiencia y por ello las definiciones empíricas son claras y distintas, mientras que, sin control de la experiencia, las definiciones racionales pueden no ser verdaderas, inclusive fantasiosas, y conducir a los absurdos a los cuales llega la física de Descartes. La historia dio la razón a los newtonianos en cuanto a que la experiencia es indispensable en la filosofía natural, desde la misma fundamentación de la verdad de los principios. Esto llevó a abandonar la pretensión de certeza absoluta en la ciencia de la naturaleza, pues la certeza absoluta no es posible a menos que los principios sean evidentes y aprehendidos por el espíritu.

Descartes intentó extender el método intuitivo-deductivo de la aritmética y la geometría a todas las ciencias. Esto, que él considera posible sobre la base de la unidad de las ciencias, constituiría una

mathesis universalis.[13] Si bien el cartesianismo otorga valor a las matemáticas y a su incorporación en la física,[14] piensa que lo que constituye a la ciencia es que, partiendo de principios evidentes, se deduzcan las consecuencias de estos, lo cual no necesariamente tiene que darse por medio de demostraciones matemáticas. En la filosofía, "cuyas raíces son la metafísica y su tronco la física,"[15] los principios más fundamentales, como el *ego cogito*, la determinación de las esencia del alma como pensar, la distinción entre la *extensión* y el *pensamiento*, fundamento de la física mecanicista, no tienen expresión matemática. Así pues, para Descartes lo esencial no es aplicar las matemáticas en otros saberes, expresar las proposiciones científicas en lenguaje matemático, o demostrar matemáticamente resultados, sino la intuición de principios evidentes y la deducción de sus consecuencias. Esa es la matematización que hay en la física cartesiana, y consiste en extender a ella el método, que es lo que garantiza la veracidad en la aritmética y la geometría según las *Reglas para la dirección de los ingenios*,[16] y que Descartes extendió después al resto de la filosofía. No obstante, es cuestionable que la certeza de las matemáticas se pueda llevar a otros saberes. ¿Cómo se podría asegurar, por ejemplo, que los principios de la física sean obtenidos intuitivamente por el espíritu? Ya hemos dicho que el newtonianismo no intentó fundar la física de esta manera, sino que basó sus principios en la experiencia. Para Newton, los principios son cualidades aprehendidas por medio de los sentidos, y leyes naturales corroboradas por la experiencia. No son conocidos por una intuición como la cartesiana. Por ello, las leyes de la física newtoniania no son evidentes, sino encontradas racionalmente mediante la aplicación del método analítico, es decir: a través de un regreso desde los fenómenos a las propiedades y leyes que dan cuenta de ellos.[17] Tal es el caso de las

---

[13] René Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit*, traducción y notas de J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996, regla IV, p. 27.

[14] Aunque Descartes también aplica la matemática a la filosofía de la naturaleza, p. ej.: en sus investigaciones sobre la refracción de la luz.

[15] *Principes de la Philosophie*, p. 14.

[16] *Règles pour la direction de l'esprit*, IV, p. 25.

[17] Esto no quiere decir que sean independientes de la experiencia; tampoco que las leyes sean observables empíricamente, como se observa la extensión en los cuerpos, sino que el descubrimiento de las mismas requiere la intervención de la razón en tanto facultad de las inferencias regresivas.

leyes del movimiento y de la gravitación (a la cual ya nos referimos). La verdad de dichas leyes se funda en la experiencia, en tanto los fenómenos, demostrados matemáticamente a partir de las leyes descubiertas, las corroboran. La aplicación de las matemáticas en los newtonianos, como se ve en Keill, no consiste en la extensión de su método intuitivo-deductivo a la física para constituir una matemática universal, pues según ellos los principios se aprehenden en la experiencia interpretada matemáticamente. Esto quiere decir: que las leyes y principios sean expresiones algebraicas, donde las variables expresan cantidades, susceptibles de interpretación geométrica, que permitan demostrar otros fenómenos, empleando las reglas de cálculo de la aritmética, el álgebra, la geometría analítica y el análisis matemático.

De acuerdo con lo que hemos visto, para el newtonianismo, la manera de importar la certeza de las matemáticas en la filosofía natural consiste en expresar propiedades y leyes matemáticamente y deducir de este modo otras propiedades de los fenómenos. Esto se apoya en que las matemáticas aportan una certeza en la determinación de las magnitudes de las cualidades simples de los cuerpos: inercia, extensión, movilidad, etc., que va más allá de la determinación meramente cualitativa, que sólo discierne la existencia o ausencia de cualidades, sin medirlas. Se trata de una determinación más precisa. Además, las matemáticas hacen posible determinar la magnitud de otras cualidades, de las cuales no hay aprehensión inmediata (vg. la atracción). En tercer lugar, las matemáticas también aportan certeza mediante la demostración de las consecuencias de las leyes de las fuerzas naturales, porque son un cálculo lógico-cuantitativo, de acuerdo con el cual, de las mismas premisas siempre se seguirán iguales consecuencias. Para Keill, como para Newton,[18] a partir de las propiedades simples de las cosas, se deben deducir a la manera geométrica otras propiedades de las mismas cosas. Este precepto se basa en que las matemáticas contribuyen la demostración exacta de las magnitudes de los fenómenos resultantes de las leyes naturales. No

---

[18] Cfr. el *prefacio* de la primera edición de los *Principia Mathematica*, donde se dice que la dificultad de la filosofía natural consiste en investigar las fuerzas naturales a partir de los fenómenos del movimiento, y después demostrar matemáticamente el resto de los fenómenos a partir de estas fuerzas. *Principia mathematica*, pp. xvii-xviii.

obstante, cabe recordar que si de principios cualitativos se siguieran demostrativamente proposiciones acerca de cualidades (proposiciones cualitativas), las conclusiones todavía contendrían absoluta certeza. En sí misma, la demostración no requiere que las premisas sean proposiciones sobre cantidades, no tiene que ser geométrica o aritmética; basta con que sea lógica, para que haya certeza (como la que se pretende en el cartesianismo, donde las consecuencias de los primeros principios no se obtienen de demostraciones matemáticas, porque dichos principios no son cuantitativos). Pero la mera transposición del método de las matemáticas tiene el inconveniente de que sólo_asegura una ciencia cualitativa. Para tener una ciencia cuantitativa es preciso determinar magnitudes en los fenómenos, e incorporar la matemática como herramienta deductiva. Si en Descartes la certeza está en el método (que proviene de las matemáticas), para los newtonianos las matemáticas mismas son un componente de la certeza en filosofía natural. No es que ellas, por decirlo así, prestan el método, sino que constituyen el lenguaje y el modo de la deducción. Por esto último, en Keill, para la certeza de la ciencia natural es necesaria la aplicación de las matemáticas. Repasemos esto: De acuerdo con Keill, el uso de las matemáticas consiste en expresar las cualidades como magnitudes, encontrar relaciones generales entre estas cualidades (leyes) y luego aplicar las reglas de cálculo matemático para deducir resultados. Nada de esto es exigido en la transposición del método de las matemáticas a la filosofía realizada por el cartesianismo. En realidad, Keill, como los demás newtonianos, sigue un método en el cual los principios son hallados por la razón (a partir de inferencias regresivas desde los fenómenos, buscando la explicación de estos) y son corroborados por experimentos. Desde estos principios, expresados matemáticamente, se infieren progresivamente fenómenos particulares por medio de demostraciones matemáticas. Keill importa parte del método cartesiano; a saber: la exigencia, implícita en la tercera regla del método, de buscar lo más simple e inmediato al conocimiento –con la cual está relacionada la segunda regla–, y la exigencia expresa de la tercera regla: conducir ordenadamente los pensamientos, en un encadenamiento deductivo desde los principios más simples de los cuerpos hasta los fenómenos que se demuestran a partir de ellos –con lo

cual está relacionada la cuarta regla–.[19] Con ello sigue parcialmente este método, pero con dos cambios, concernientes a las pautas de la certeza, pues añade las matemáticas, como manera de expresar los principios y deducir a partir de ellos, y admite la experiencia como criterio de claridad y distinción, privilegiándola en filosofía natural, mientras que la primera regla del método cartesiano, relativa a la evidencia, admite como tal sólo lo que se muestra clara y distintamente al espíritu.[20] Para Keill la verdad de los principios se funda en los sentidos, y en inferencias regresivas desde los fenómenos, que permiten emplear términos de cualidades como la atracción, pero no en una evidencia intuitiva del espíritu, que él parece restringir a los principios de la geometría. En todo esto no hace sino seguir a los *Principia mathematica*.

El mecanicismo moderno descubre el poder explicativo del movimiento y piensa que todo en la naturaleza se explica a partir del movimiento. Ahora bien, este énfasis en el movimiento y la extensión facilita incorporar las matemáticas, pues ambos van bien juntos. El cambio de lugar puede medirse, así como el tiempo transcurrido, lo cual lo hace susceptible de tratamiento matemático,[21] mientras que las formas substanciales de la física escolástica son sólo cualidades y no van bien con la matematización.[22] El punto de vista moderno posibilita la

---

[19] "Le second, de diviser chacune des difficultés que j'examinerais, en autant de parcelles qu'il se pourrait, et qu'il serati requis pour les mieux résoudre. Le troisieme, de conduire par ordre mes pensées, en commençant par les objets les plus simples et les plus aisés à connaître, pour monter peu à peu, comme par degrés, jusques à la connaissance des plus composés ; et supposant même de l'ordre entrer ceux qui ne se précèdent point naturellement les uns les autres. Et le dernier, de faire partout des dénombrements si entiers, et des revues si générales, que je fusse assuré de ne rien omettre."*Discours de la Méthode*, II, pp. 18-19.

[20] "Le premier était de ne recevoir jamais aucune chose pour vriaie, que je ne la connusse évidemment être telle … et de ne comprendre rien de plus en mes jugements, que ce qui se présenterait si clairement et si distinctement à mon esprit, que je n'eusse aucune occasion de le mettre en doute."Ibíd., p. 18.

[21] Con las ventajas de este cálculo, entre ellas la determinación exacta de términos y variables, la existencia de reglas de inferencia simples, etc., todo lo cual facilita a la razón científica su tarea, a la vez que la vuelve más potente.

[22] Sin negar sus avances hacia la formulación geométrica de ciertas reglas de movimiento, se puede decir que la física escolástica es una ciencia cualitativa,

demostración rigurosa, exacta, de los fenómenos, o de sus cantidades, cambios de cantidad, etc., a partir de leyes matemáticas. Esto no se da todavía a plenitud en la física cartesiana (en todo caso mucho menos que en el newtonianismo), que pocas veces deduce matemáticamente consecuencias, porque los principios no son "cuantitativos," sino que en su mayor parte expresan esencias cualitativas de las substancias, de las cuales se siguen consecuencias cualitativas. La mera transposición del método de las matemáticas tiene el inconveniente de que sólo_asegura una ciencia cualitativa. Para tener una ciencia cuantitativa es preciso determinar magnitudes en los fenómenos, e incorporar la matemática como herramienta deductiva.

Entre lo que separa a newtonianos y cartesianos está la cuestión de si realmente es necesario dar con la causa de la atracción. La actitud de unos u otros frente a esta pregunta depende de sí en física se contentan con una explicación descriptiva y predictiva de los fenómenos –o al menos piensan que ella es la tarea principal de esta ciencia–,[23] o si quieren sobre todo hallar las causas primeras de los cuerpos y de sus propiedades (entre ellas el movimiento), más allá de las leyes y regularidades que muestra la experiencia, para sobre esta base fundar una explicación de la naturaleza, cuyo sustento en última instancia es la filosofía o la metafísica. En el primer caso, la actitud será no prestar mayor atención –al menos provisionalmente– al problema de las causas primeras (entre ellas la de la atracción). En el segundo, esas causas serán tenidas como centrales para la física. La certeza absoluta en los fundamentos de la filosofía natural, aunque no en todo el edificio (pues la experiencia siempre es necesaria), no es posible a menos que los principios sean evidentes y aprehendidos por el espíritu. De acuerdo con el newtonianismo, los principios no provienen de la intuición, sino de la experiencia. La física cartesiana mostró que la intuición no era infalible, y que podía tomar por verdades evidentes lo que tal vez sólo eran

---

pues en ella las formas –no medibles matemáticamente, ni observables– son las entidades fundamentales.

[23] Es decir, partiendo de ciertas propiedades de los cuerpos, tomadas de la experiencia, y de leyes que determinan sus cambios (considerando que todos ellos se reducen en última instancia a movimientos, por lo cual se trata de leyes del movimiento), demostrar los movimientos de los cuerpos.

contenidos subjetivos de conciencia. La moraleja resultante fue que los principios debían fundarse en la experiencia. Esta manera de concebir la física, abandonando la pretensión de certeza absoluta en los principios, para poder tener una ciencia que de cuenta de los fenómenos, condujo a que se abandone –o al menos se postergue– como una de las tareas de la física, la indagación de las primeras causas y principios absolutos de las cosas, a favor de una explicación constituida sobre principios fundados en lo que muestra la experiencia, aun cuando la misma sea contingente.

De acuerdo con la tercera regla del filosofar de Newton, las propiedades esenciales de los cuerpos: extensión, dureza, impenetrabilidad, movilidad y fuerza de inercia, que son el fundamento de toda la filosofía natural, son conocidas por los sentidos. Incluso la divisibilidad de la extensión ha de ser conocida por los sentidos a través de experimentos. En Keill es distinto, pues *no sigue fielmente al empirismo de Newton*, en tanto prueba geométricamente la existencia del vacío y la divisibilidad infinita de la extensión (esto lo vimos en los §§ 5 y 11), ambas, cuestiones que según Newton se deciden por medio de experimentos. De esta manera, en su uso y valoración de las matemáticas, Keill va más allá de Newton. Él es un empirista y además un realista matemático. Según nuestro autor, la existencia de al menos cierta acción en los cuerpos a la cual es posible referirse con el término “atracción” y tratarla como si fuera una cualidad de la materia, se funda en la experiencia. Sin embargo, que la misma no sea una cualidad oculta se debe a la intervención de las matemáticas en la determinación de su magnitud. Ahora bien, a diferencia de la atracción, la conclusión de que existe el vacío se basa en razonamientos geométricos –a los cuales Keill da la mayor importancia– y pruebas empíricas. Además, como acabamos de decir, la divisibilidad infinita de la extensión es establecida geométricamente. Una consecuencia de la incorporación de estos razonamientos matemáticos es que Keill incluye entre los fundamentos de la filosofía natural tanto al vacío como a la divisibilidad infinita de la materia, y les da un papel privilegiado.[24] En el próximo parágrafo

[24] En cambio, Newton no los incluye entre los fundamentos de la filosofía natural, porque de ellos no hay evidencia empírica suficiente, y no necesita incluirlos para fundar la física (a este respecto, la divisibilidad de la materia o la existencia del vacío son principios relativamente secundarios). En la primera

veremos que ello se debe a que continúa una tradición medieval. Para Keill, las matemáticas no se limitan a ser el lenguaje de la filosofía natural, sino que además desempeñan un papel constitutivo en la misma, pues al menos dos de sus principios son demostrados geométricamente, mientras que en Newton las matemáticas no constituyen los fundamentos de la filosofía natural, ni siquiera parcialmente; como tampoco lo hacían en Descartes.

§ 15. Los problemas de la multiplicidad en la división de la extensión y el continuo

Una pluralidad de dificultades surge al intentar explicar la constitución, bien sea del continuo real, o sólo del matemático. Leibniz se refirió a ellas como el "laberinto del continuo."[25] Entre los problemas más complejos está el de la divisibilidad de los cuerpos. ¿Puede ésta completarse hasta llegar a partes simples, o no hay indivisibles? Los primeros argumentos contra el indivisibilismo fueron filosóficos, como aquellos, sumamente influyentes, expuestos por Aristóteles en la *Physica*. Con los razonamientos geométricos contra la divisibilidad infinita de la magnitud, los filósofos medievales aportaron algo novedoso a la discusión contra el indivisibilismo. Para acabar con la tesis indivisibilista, dichos razonamientos, de carácter demostrativo, se apoyaban en la certeza de la geometría. Frente a ellos, una defensa posible era –admitiendo la validez de la geometría y sus demostraciones– indicar que el divisibilista extendía indebidamente el ámbito de validez de las pruebas geométricas desde la extensión abstracta hacia los cuerpos. De

edición de los *Principia mathematica* el vacío no es afirmado, y viene a ser aceptado en la segunda edición, pero de manera condicionada. En cuanto a la divisibilidad infinita de la materia, Newton no se pronuncia por falta de experimentos.

[25] "Il y a deux Labyrinthes fameux, où nostre raison s'égare bien souvent: l'un regarde la grande Question *du Libre et du Necessaire*, sur-tout dans la production et dans l'origine du *Mal*; l'autre consiste dans la discussion de la *continuité*, *et des indivisibles*, qui en paroissent les Elémens, et où doit entrer la consideration de *l'infini*." G. W. Leibniz, *Théodicée*, Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, reimpresión de la edición de Berlin, 1880, Vol. VI, p. 29.

esta manera, el indivisibilista intentaba colocar su punto de vista donde las pruebas geométricas no lo invalidarían, afirmando que ellas no sirven respecto de la extensión real de los cuerpos, sino sólo respecto de la extensión abstracta concebida por la geometría.

Los que piensan que las pruebas geométricas establecen definitivamente la divisibilidad infinita de toda extensión tienden hacia el realismo matemático, en tanto suponen –implícita o explícitamente– que los objetos de la geometría no sólo tienen existencia ideal, sino también física y real. Sin embargo, las objeciones de los indivisibilistas los obligan a tratar de justificar la afirmación de que los cuerpos reales son verdaderamente objetos de la geometría tal como los supone esta ciencia. También enfrentan problemas los indivisibilistas que rechazan la aplicación de las matemáticas en filosofía natural. Ellos no pueden negar que las matemáticas se usan provechosamente en filosofía natural, y que dicho uso es parte fundamental de la misma. Así que no pueden objetar a todo uso de las matemáticas, sino limitarlo, y deben dar cuenta de la aplicación –aunque sea parcial– de las matemáticas en la filosofía natural. ¿Cómo explicar que las demostraciones de la divisibilidad infinita no valgan respecto de los cuerpos, mientras que otros *elementos* de la geometría sí se aplican a ellos? ¿Cómo, pues, si se afirma que las matemáticas no prueban la divisibilidad infinita de los cuerpos, sino sólo la de la extensión abstracta, se puede explicar su utilidad en la determinación de –por ejemplo– trayectorias y velocidades de los cuerpos reales? En consecuencia, ¿cuáles serían los criterios y los límites del empleo de la geometría en la filosofía natural?

Tanto la explicación de por qué la física puede emplear a las matemáticas, como la determinación del papel de las mismas en dicha ciencia, constituyen una cuestión, que al menos es filosóficamente importante, además de interesante. Si las matemáticas forman parte de la constitución de la naturaleza –y de ser así, cómo lo hacen– tiene que ver con dicha cuestión. La filosofía ha conocido desde la antigüedad puntos de vista que de alguna manera abordaron estos temas. Desde finales del siglo XIV, entre los físicos medievales comienza a florecer la idea de que las matemáticas son un auxiliar indispensable de la filosofía natural, por ejemplo, para la formulación de reglas matemáticas que den cuenta de

algunos movimientos.[26] Es bien sabido que esta idea se impone contundentemente con el hallazgo de las leyes universales del movimiento en el siglo XVII. El descubrimiento de los *principios matemáticos de la filosofía natural* plantea de nuevo la pregunta por la relación entre la física y las matemáticas.

Otra cuestión relevante en las disputas sobre la división de la magnitud concierne a la validez de los razonamientos geométricos contra el indivisibilismo. ¿Son correctos estos argumentos, o en las demostraciones geométricas hay una *petitio principii*? ¿Presuponen ellas, o los mismos *elementos*, la divisibilidad infinita? ¿Qué tipo de divisibilidad al infinito es probada en las demostraciones geométricas? ¿Se trata de un infinito actual, rechazado por Aristóteles, o de un infinito potencial? Nótese que sólo en el segundo caso queda descartada la existencia de indivisibles. En el primero se puede argüir que tras completar la división quedan indivisibles inextensos, que son los fundamentos de la extensión. Keill, p. ej., piensa que la divisibilidad *in infinitum* de los cuerpos es potencial. Sin embargo, sus pruebas no permiten concluir que se trata de una divisibilidad infinita potencial, ya que también son compatibles con la división infinita actual de toda magnitud. En todo caso, los razonamientos geométricos son muy efectivos contra el indivisibilismo finitista: la tesis de que la extensión y la magnitud constan de un número finito de indivisibles de tamaño finito; de manera que el atomismo tradicional se ve seriamente cuestionado por ellos, y uno de los pocos recursos que le queda es negar su validez respecto de los cuerpos reales. En esta situación, el indivisibilista que se vea obligado a admitir la fuerza de la geometría, y por lo tanto que toda extensión finita es divisible *in infinitum*, puede afirmar que los cuerpos constan de un número infinito de indivisibles inextensos, que o bien tienen un tamaño infinitamente pequeño, o bien son puntos físicos. Este es el indivisibilismo infinitista, contra el cual las pruebas geométricas no son tan efectivas. Sin embargo, esta doctrina también tiene sus inconvenientes. Uno de ellos tiene que ver con la cantidad de indivisibles que, según este punto de vista, constituyen la magnitud. ¿Puede ser completada una colección infinita? Además, ¿cómo puede existir un

[26] Ver § 3, nota 105.

número infinito de indivisibles en una extensión finita? Esto quiere decir que la extensión está ya dividida al infinito, ¿cómo, entonces, puede estar completa dicha división? Concedamos la posibilidad del infinito actual aquí involucrado. Aún así, el indivisibilismo infinitista tiene que fundamentar la agregación de esta clase de indivisibles, que da origen a la extensión. ¿Cómo puede ser que los mismos se junten uno con el otro, en una suerte de sucesión o encadenamiento, para componer una extensión? Para ello deben existir uno inmediatamente al lado del otro, manteniéndose a la vez uno fuera del otro, sin superponerse. Si explica esto, todavía le queda pendiente dar cuenta de cómo la composición de estos indivisibles inextensos da lugar a una magnitud, y finita. Por último, debe aclarar la continuidad de la extensión resultante. El indivisibilismo infinitista tiene que satisfacer estas exigencias, tanto si intenta dar cuenta de toda clase de extensión, o solamente de la extensión abstracta. Las mismas me parecen ineludibles en el segundo caso.

Tal vez las pruebas geométricas no puedan extenderse a los cuerpos físicos, y el indivisibilista finitista puede todavía salvar su posición.[27] Pero es difícil negar su fuerza respecto de la extensión matemática. Ellas demuestran que el continuo matemático es divisible *in infinitum*, y por lo tanto no consta de indivisibles cuyo tamaño sea finito. Sin embargo, esto no resuelve el problema de su composición, ya que el mismo podría estar constituido por indivisibles inextensos (p.ej.: puntos zenónicos), conteniendo un infinito actual, o bien podría ser un *totum*, un todo anterior a sus partes, que no es un agregado, y solamente admite un infinito potencial.[28] De manera que las dos partes en pugna –divisibilismo e indivisibilismo–pudieran tener que recurrir a argumentos filosóficos.

Resumiendo lo que hemos dicho: En relación con la división de la magnitud, en las discusiones modernas que hemos visto, herederas de las medievales, hay tres posiciones básicas: el divisibilismo, el indivisibilismo finitista y el indivisibilismo infinitista. El indivisibilismo finitista está en contra de la divisibilidad infinita, tanto potencial como

[27] Veremos teorías que lo hacen.
[28] Ya que las partes, fundadas en el todo, resultan de su división, la cual podría continuar indefinidamente.

actual. Por lo tanto se opone al indivisibilismo infinitista. En lo que respecta a la división, este último y el divisibilismo son más afines, en tanto admiten la divisibilidad infinita de la magnitud. Difieren en que el divisibilismo niega que la división pueda completarse hasta resolver la magnitud en partes simples, mientras que el indivisibilismo infinitista afirma la completitud de la división, es decir: la resolución de la magnitud en las (infinitas) partes simples que la constituyen. La estrategia usual de los divisibilistas para enfrentar al indivisibilismo infinitista consiste en poner de relieve los problemas del infinito actual. Señalan la imposibilidad –piensan ellos que lógica– del infinito actual. No es posible reunir un conjunto infinito. Otros razonamientos niegan que se pueda componer una magnitud a partir de puntos, o de partes infinitamente pequeñas, que serían "nadas." Tales partes, piensan ellos, o bien son imposibles, o bien no pueden constituir ninguna magnitud finita, no importa la cantidad de ellas que se junten. A esto, el indivisibilista tiene que responder con argumentos que prueben la posibilidad lógica de reunir un infinito actual, o de realizar la división infinita de la extensión hasta llegar a indivisibles infinitamente pequeños. Por otra parte tendría que mostrar que una colección de semejantes indivisibles sí puede constituir una extensión.

En relación con lo que hemos dicho, veamos a continuación algunas consideraciones finales:

1.

Las discusiones sobre el continuo y la divisibilidad de la extensión que hemos visto son herederas de las discusiones medievales. Varias de las pruebas de los modernos, incluyendo algunas de las presentadas por Keill, son versiones de pruebas medievales. Dos de ellas son particularmente conspicuas, la de la inconmensurabilidad de la diagonal con el lado del cuadrado, y la de la igualdad de los círculos concéntricos; y en estos dos casos, las versiones medievales son mas elaboradas. Otro tanto vale respecto de las discusiones filosóficas. En realidad, los principales argumentos y contraargumentos que encontramos en autores modernos como Rohault y Keill ya habían sido desarrollados por los filósofos de la edad media. La *Philosophia vetus et nova* de Du Hamel transmitió a otros autores modernos los principales razonamientos sobre

la divisibilidad de la materia, desde la perspectiva del indivisibilismo. El cartesiano Rohault también incorporó argumentos tradicionales a un tratado de física cartesiana, pero con la finalidad de defender la divisibilidad infinita de los cuerpos, que en el cartesianismo es consecuencia de la determinación de la esencia del cuerpo como extensión. Los razonamientos de ambos autores fueron conocidos por Keill, quien, discutiéndolos, incorporó un motivo tradicional, con sus aportes medievales, en un manual de física newtoniana –como Rohault hizó en el cartesianismo–. De esta manera, ambos autores hicieron de la divisibilidad infinita una de las propiedades esenciales de la materia. Llama la atención que ni las discusiones ni las pruebas geométricas aparezcan en Descartes o en Newton, sino en autores secundarios, como Rohault o Keill. Ni en Newton ni en Descartes, la divisibilidad infinita es una de las propiedades fundamentales de los cuerpos en vista de la filosofía natural. Según Descartes, ella se sigue de la determinación de la esencia del cuerpo como extensión, mientras que en Newton, para formar parte de las propiedades fundamentales de la materia tendría que derivarse de la experiencia. Rohault y Keill no percibieron todas las consecuencias del cambio producido en la física cuando fue adoptada la explicación mecánica, lo cual requería dejar a un lado las discusiones sobre la divisibilidad de la materia, y conservaron este motivo tradicional. Sobre todo Descartes, pero también Newton, tenía una buena comprensión de las incompatibilidades entre la filosofía mecánica y muchos de los conceptos y doctrinas de la escolástica. Debido a esto, Descartes rompe con la filosofía escolástica, sin sentir nostalgia por ella. No ocurre así en Rohault y Keill, quienes aceptan la nueva filosofía mecanicista (en su versión cartesiana o newtoniana), pero en alguna medida desean e intentan conciliarla con la tradición en la cual se formaron (quizás influidos por la *Philosophia vetus et nova* de Du Hamel). Por ello defienden expresamente el uso de conceptos provenientes de Aristóteles, como los de cualidades, e incorporan las discusiones medievales sobre la divisibilidad infinita de la magnitud.

La obra de Descartes, Newton y otros filósofos mecanicistas modernos hizo que la atención de la filosofía natural se volcara hacia la explicación mecánica de la naturaleza. Para esta clase de explicación, la cuestión de la composición del continuo y la divisibilidad de los cuerpos

deja de ser primordial y pasa a ser secundaria. La explicación mecánica privilegia las causas eficientes y tiende a relegar, si no a eliminar, las causas formales y finales. La física aristotélica de las cuatro causas, que había desplazado al atomismo de Demócrito y Epicuro, fue relegada al olvido por el mecanicismo del siglo XVII. De esta manera, en la modernidad, los cuerpos pasan a ser concebidos como cosas extensas, sólidas, impenetrables y dotadas de inercia, que actúan unos sobre otros por medio de impulsos, transmitidos por contacto, de los cuales resultan movimientos; ya no son comprendidos como substancias constituidas por materia y forma. Aquí subyace el pensamiento de que todo en la naturaleza puede explicarse a partir de la materia y el movimiento. Y la atención de la nueva física se centra en hallar las leyes de estos movimientos, fundadas empíricamente, dejando a un lado la determinación de lo que las cosas son, es decir: de las esencias y atributos de los entes naturales, que la tradición respondía a partir de las formas substanciales y las cualidades de las substancias. La física mecanicista de la extensión y el movimiento también tendió a ser indiferente respecto de cuestiones filosóficas como la determinación, independiente de la experiencia, de los primeros principios de las cosas, sobre todo después de Galileo y Newton. La cuestión de la divisibilidad de la materia es fundamental en vista de la discusión acerca de los primeros principios de los cuerpos. Lo es tanto para el atomismo como para el divisibilismo, que conciben de manera distinta a los fundamentos de las cosas. Desde la antigüedad hasta la filosofía medieval, el divisibilismo predominante tuvo raigambre aristotélica, y concibió como ente primordial, no a los átomos, sino a la substancia. Los entes naturales eran pensados como substancias, entes autoestantes, fundados en materia y formas substanciales, y no en otros entes indivisibles (o átomos). La materia era concebida como algo indeterminado, determinable por la forma substancial. En la modernidad, en cambio, la materia es concebida como una substancia, ella pasa a ser una de las dos clases de substancias, pero la substancia ya no es pensada como el ente autoestante, constituido por materia y forma, sino como ente autoestante que no necesita de otra cosa para existir. En tanto substancia, la materia es concebida por la filosofía mecanicista de la modernidad como aquello extenso, sólido, impenetrable y dotado de inercia; se trata de algo en sí mismo determinado. Ahora bien, después de estas transformaciones, la discusión

sobre la divisibilidad de la materia se vuelve secundaria para la filosofía mecánica, ya que al mecanicismo le interesa más la determinación de las leyes del movimiento, que la discusión sobre los primeros principios de los cuerpos, y puede combinarse tanto con el indivisibilismo como con el divisibilismo. Es claro que no con el divisibilismo de raigambre aristotélica, sino con uno nuevo, que asume la concepción moderna de la materia, pero niega que el todo –la substancia corpórea– y sus propiedades –extensión, solidez, impenetrabilidad, etc.– se funden en la composición de entidades simples –substancias simples– dotadas de dichas propiedades. Para este divisibilismo, el ente fundante es el todo, si se quiere la substancia, que es la materia dotada de las susodichas propiedades.

A lo que hemos dicho se añade que la búsqueda de las leyes del movimiento era una manera de ocuparse del conocimiento de la naturaleza fértil en resultados comprobables empíricamente y asimismo prácticos, mientras que las discusiones sobre la naturaleza del continuo, a pesar de las pruebas geométricas, no eran conclusivas y terminaban en discusiones filosóficas que se salían del ámbito de la experiencia y en las cuales ninguna parte obtenía una victoria definitiva sobre la otra.[29] Así pues, la aporía de la división de la materia, que había sido tema de la filosofía y la física tradicional, dejó de interesar a esta última ciencia, y fue recogida como tarea por la filosofía y la metafísica; en rigor: por la cosmología racional. Así la trataron e intentaron resolver después Leibniz, Wolff y Kant. Otro elemento que influyó para que se relegara la cuestión de la división de la materia fue que la prueba experimental se estableció como un criterio de certeza en física, de hecho el principal. Consecuencia de ello es que la estructura del continuo real tendría que decidirse experimentalmente y no matemática, ni filosóficamente.[30] La

---

[29] La intensidad de estas controversias y su irresolubilidad acabaron por convencer a Kant de que el problema reside en los intentos de la razón para ir más allá de la experiencia, sirviéndose de sus categorías, que son válidas solo para objetos empíricos. La segunda de estas antinomias corresponde a las discusiones del indivisibilismo con el divisibilismo en torno a la constitución de la magnitud.

[30] El razonamiento filosófico dejó de ser prestigioso en física para dilucidar estas cuestiones y la matemática se aplicaba como método de cálculo y lenguaje par formular las leyes, pero no para demostrar a priori propiedades de los cuerpos.

solución en la física del problema de la división en relación con los cuerpos tendría que ser probada experimentalmente, y no a priori, sea filosóficamente, como consecuencia de la esencia de la materia, o matemáticamente. Así lo estableció Newton en la tercera de sus reglas del filosofar, incorporadas en la segunda edición de los Principia mathematica: "… had we the proof of but one experiment that any undivided particle, in breaking a hard and solid body, suffered a division, we might by virtue of this rule conclude that the undivided as well as the divided particles may be divided and actually separated to infinity."[31] Newton se apoya en la aludida tercera regla: "*The qualities of bodies, which admit neither intensification nor remission of degrees, and which are found to belong to all bodies within the reach of our experiments, are to be esteemed the universal qualities of all bodies whatsoever*."[32] En todos los cuerpos que hemos percibido por medio de nuestros sentidos encontramos extensión, dureza, impenetrabilidad, movilidad e inercia. Los sentidos no nos permiten percibir esas propiedades en la totalidad de los cuerpos, pero como las hemos encontrado en todos los cuerpos con los cuales hemos tratado, concluimos que son propiedades universales de los cuerpos. Otro tanto valdría respecto de la divisibilidad de la materia: si resulta que hasta los corpúsculos pueden ser divididos experimentalmente, la experiencia habrá mostrado que todos los cuerpos con los cuales hemos tratado son divisibles. Podemos, entonces, considerar la divisibilidad infinita como una propiedad universal de los cuerpos, por lo tanto, de cualquier partícula de cuerpo, por pequeña que sea. Sin embargo, en la aplicación de este razonamiento a la divisibilidad de la materia hay un error, pues sobre la base de experimentos, la divisibilidad de las partículas puede concluirse únicamente hasta las partes cuya división haya sido producida en el laboratorio. Es mejor el razonamiento de Locke, y más cónsono con el empirismo presupuesto en esta regla: No tenemos ideas claras de la pequeñez de las partes de la materia mucho más allá de las más pequeñas partículas que los sentidos nos permiten percibir. En consecuencia, aunque tengamos ideas claras de la división y de la divisibilidad, no tenemos idea clara ni distinta de la

---

[31] Isaac Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, 1729, revisada por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, California, 1934, Book III, Rule III, p. 399.
[32] Ibíd., p. 398.

división infinita de los cuerpos.[33] Esto vale aún si los experimentos nos permiten descubrir divisiones de la materia más allá de los límites en que nuestros sentidos pueden percibir. A pesar del error señalado, la afirmación de Newton sentó las bases sobre las cuales la física se habría de ocupar en lo sucesivo de la composición de la materia. Mientras no se pudieron hacer los experimentos pertinentes, la cuestión de la divisibilidad de los cuerpos hasta llegar a elementos simples, o su continuación *in infinitum*, se dejó a un lado, aunque el corpuscularismo fue la teoría predominante.[34] Siguió siendo objeto de la especulación filosófica, pero pocos físicos se ocuparon “científicamente” de ella, es decir, de acuerdo con el método empírico-deductivo. Solamente cuando los experimentos pudieron brindarle una base firme a la teoría, el atomismo resurgió como respuesta a la cuestión de la estructura de la materia, hasta establecerse finalmente, ahora como teoría empíricamente comprobada; primero con los trabajos de Dalton, quien formuló la primera hipótesis atomista científica y no meramente especulativa, en su *A New System of Chemical Philosophy*, publicado en 1808, y definitivamente desde finales del siglo XIX. Así pues, las discusiones sobre el continuo quedaron para la filosofía y las matemáticas. Por otra parte, la pregunta por el continuo matemático no encontró una respuesta satisfactoria sino en el siglo XIX, cuando Georg Cantor propuso una teoría de los conjuntos infinitos que permitió explicar el continuo como un conjunto infinito, lo cual fue una reivindicación del infinito actual.

---

[33] John Locke, *An Essay concerning Human Understanding*, 2 Vols., Dover Publications, New York, 1959, Vol. 1, Book II, Ch. XXIX, §16, p. 494.

[34] No porque hubiera sido corroborada por la experiencia, sino por la fuerza de una tradición compartida. Se pensaba, ya desde Boyle, y aunque no pudiera todavía comprobarse experimentalmente, que el corpuscularismo era la explicación correcta de la estructura de la materia, porque permitía dar cuenta de sus propiedades químicas, lo cual para comienzos del siglo XVIII se había logrado con muy moderado éxito. Por ello el corpuscularismo fue la forma dominante que adoptó el mecanicismo para ofrecer explicaciones de las leyes de la naturaleza química y de la luz. Además de Boyle, otros corpuscularistas ilustres fueron Huygens y Newton. Nuestro autor, Keill, como los demás Newtonianos fue un corpurscularista (pero negando la existencia de *corpuscula minima*). Descartes se opuso al indivisibilismo atomista, pero pensó que la materia estaba distribuida en el mundo en corpúsculos de tres clases, los cuales no son indivisibles.

2.

En Keill, la demostración geométrica es una manera de saber a priori propiedades de la naturaleza. Él no trata expresamente la cuestión de por qué los resultados de la geometría valen respecto de la naturaleza. Sin embargo, a partir de que se afirma en la *Introductio ad Veram Physicam* podemos extraer una explicación implícita de la concordancia de la geometría con la naturaleza. La posición de Keill, a diferencia de la de Newton, es un realismo matemático, que se revela en las demostraciones del vació, en las pruebas de la divisibilidad infinita de la magnitud, y en la defensa de la validez de estas demostraciones respecto de los cuerpos reales. El pitagorismo acentuado de Keill lo conduce a romper con sus reglas del método, además de separarse de la tercera de las reglas del filosofar de Newton,[35] pues intenta establecer propiedades esenciales de la naturaleza a partir de demostraciones geométricas. Primero lo hace cuando propone una demostración geométrica de la posibilidad del vacío en la naturaleza, y después cuando afirma mediante otras pruebas geométricas la divisibilidad *in infinitum* de la materia.[36] Keill extiende la aplicación de pruebas geométricas para demostrar propiedades de la naturaleza más allá de lo que se había hecho en la tradición medieval. No es posible llegar a concluir la existencia del vacío a partir de la geometría, y la conclusión que vimos en el § 5 no es legítima.[37] En un filósofo experimental cabría esperar que la existencia

[35] Sus demostraciones no son razonamientos empíricos basados en experimentos, sino pruebas matemáticas.

[36] Esto ha sido observado por Strong, "Newtonian Explications …," pp. 61-2: La geometría adquiere un rol fundacional, más allá de su papel instrumental para formular matemáticamente principios de la naturaleza y demostrar los fenómenos a partir de esos principios, pues Keill le asigna un rol ontológicamente fundacional al demostrar propiedades esenciales de la naturaleza, con lo cual la convierte en constitutiva de la naturaleza. Debido a ello, Strong califica a Keill como un "realista matemático." Nosotros estamos de acuerdo con esto, pero diferimos de Strong en nuestra interpretación de las características de dicho realismo (ver nota 51). En estos párrafos expondremos nuestra interpretación, poniendo de relieve las consecuencias del realismo geométrico de Keill.

[37] A partir de la prueba geométrica de la posibilidad del vacío, Keill concluía la existencia del vacío en la naturaleza, si bien esto era moderado más adelante, cuando apoyaba el paso de la posibilidad a la existencia del vacío en

del vacío se dilucide a partir de argumentos fundados en la experiencia, o en las condiciones de posibilidad de los fenómenos de la naturaleza. Por ello, son mejores los razonamientos que Newton propone en la segunda edición de los *Principia*, o en la *Óptica*, a partir de la posibilidad del movimiento.[38]

Keill hace explícito su realismo matemático cuando arguye que en la naturaleza existen entidades tales como las que estudia la geometría. Esto es dicho como réplica al indivisibilismo de Du Hamel, quien negaba la validez de las pruebas geométricas respecto de la extensión real. La defensa indivisibilista [finitista], que concede la validez de dichas pruebas sólo en relación con los entes geométricos, pero no respecto de los entes reales, supone negar la vigencia de la geometría –o de ciertas conclusiones de esta ciencia– respecto de los cuerpos. De manera que para sostener la veracidad de las pruebas geométricas de la divisibilidad cuando son aplicadas a los cuerpos, y justificar la validez de la geometría respecto de esa clase de extensión, hay que argüir que la geometría se aplica a toda extensión, y, para hacerlo, Keill suscribe una posición realista respecto de las matemáticas. Eso es posible si, por ejemplo, el objeto de la geometría, la extensión, es un género y el cuerpo una especie de extensión. A quienes niegan que las demostraciones de la geometría valgan para la extensión real, Keill replica que en la realidad existen objetos como los que estudia la geometría, y por lo tanto, lo que esta ciencia prueba de la extensión abstracta, es igualmente cierto en la extensión real. Para Keill, los objetos de la geometría no sólo pertenecen al mundo de los conceptos y las ideas, sino también al mundo real. Los cuerpos, con sus superficies, líneas y puntos, son objetos geométricos, como los sólidos geométricos, pero dotados además de solidez. La geometría se refiere a los cuerpos reales en tanto estos son extensos, y no porque se aproximen a figuras geométricas, sin llegar a serlo, sino porque son figuras geométricas perfectas: Ellos son volúmenes, que tienen superficies desprovistas de grosor, líneas y puntos desprovistos de volumen, igual que en los cuerpos geométricos. En la *Introductio ad*

---

razonamientos empíricos a partir de la fuerza de gravedad y el peso de los cuerpos.

[38] *Principia mathematica*, III, Prop. VI (Teor. VI), Corolarios III y IV, p. 414; *Opticks*, Qu. 28, pp. 364-5.

Veram Physicam hay otro razonamiento para convencer al lector de que los objetos de la geometría también se encuentran en la naturaleza. El mismo sostiene que la existencia real de objetos como los que considera la geometría en la extensión abstracta es lógicamente posible, y que si ello es así, Dios tiene el poder de hacer con la materia cuerpos que tengan tales superficies o formas, lo cual, no obstante, no autoriza a concluir que en la naturaleza existan formas geométricas perfectas, ni que Dios lo haya hecho así. Aquí se apoya el paso de la posibilidad lógica a la existencia real en la omnipotencia de Dios. Aunque no se afirme que Dios lo haya hecho así, lo que se sugiere es que Él debe haber creado la naturaleza de manera que en ella existan objetos como los estudiados por la geometría en la extensión ideal, porque lo contrario supondría limitar su poder. Ya adelantamos que en la *Introductio ad Veram Physicam* se piensa que la extensión es un género, del cual la extensión real y la extensión abstracta son especies. Keill no trata la cuestión de cual podría ser el fundamento último de semejante constitución de la realidad. Sin embargo, dos alternativas saltan a la vista: O bien se trata de un *factum* de la naturaleza, o bien dicha constitución se funda en Dios. Para un creyente no es posible atribuirla a un mero *factum*. Por lo tanto la debe fundar en Dios, quien ha creado el mundo según un orden geométrico, en el cual la extensión y la magnitud, objetos de las matemáticas, pertenecen al espacio y los cuerpos. Esta manera de pensar era común entonces.[39] La posición realista en relación con las matemáticas implícita en la *Introductio ad Veram Physicam* fue

---

[39] Ver, por ejemplo, en el Syntagma Mathesios, un manual de matemáticas de la época, atribuido a John Keill (ver la nota 113 del Capítulo I): "All the visible Works of GOD almighty, are made in *Number, Weight,* and *Measure* …" *An Essay on the Usefulness of Mathematical Learning*, en *Syntagma Mathesios: Containing the Resolution of Equations with A New Way of Solving Cubic and Biquadratic Equations, Analytically and Geometrically. Also The Universal Method of Converging Series, After an Easy and Expeditious Manner. Wherein are also treated The Series for Trigonometrical Operations; some new useful Properties of Conics; Centre of Oscilation; the direct and inverse Method of the Laws of Centripetal Forces; a Variety of Exponential Equations; with the Investigation of several other abstruse Problems, Etc. To all which is prefixed, An Essay on the Mathematics*, London, J. Fuller, 1745, pp. 1-39, pp. 6-7. Cfr.: Richard Bentley, *A Confutation of Atheism from the Origin and Frame of the World*, Sermon VIII, p. 179: "... the Creator of heaven and earth, who *always acts geometrically*, by just and adequate numbers, and weights, and measures."

influyente en la filosofía posterior. Hemos sostenido, por ejemplo, que lo fue sobre la *Monadología physica* de Kant, que considera que las pruebas geométricas de la divisibilidad infinita son igualmente ciertas respecto del espacio ocupado por los cuerpos. También las *Lettres a une Princesse d'Alemagne* de Euler parecen suscribir una forma de realismo matemático, considerando a la extensión como un género, del cual la extensión abstracta y la extensión real son especies, y son por igual objeto de la geometría.[40]

El realismo matemático de Keill presupone que la extensión, objeto de la geometría, es un género, del cual los cuerpos son especies. Pero la suposición de la extensión como un género, del cual los cuerpos, la extensión abstracta y el espacio son especies, no es algo que va de suyo, sino que tiene sus dificultades y puede discutirse. Podría no haber un género común a la extensión abstracta, el espacio y los cuerpos. Es decir, que la relación entre estas clases de entes no sea la que hay entre especies de un género común, como supone Keill. Otra posibilidad es que la relación entre estos tipos de ente no vaya más allá de la analogía. Y si hay extensión en general, y las diferentes extensiones (la abstracta el espacio y los cuerpos) son especies de este género, no necesariamente el objeto propio de la geometría es la extensión en general. Cabría pensar que dicho objeto fuese sólo una de las clases de extensión, la extensión abstracta, o que no todas las proposiciones de la geometría versaran sobre la extensión en general, sino que algunas proposiciones fuesen válidas sólo respecto de la extensión abstracta, y otras aplicables a toda extensión. Así, por ejemplo, las demostraciones de la divisibilidad infinita podrían referirse únicamente a la extensión abstracta. Por otra parte, queda la cuestión de qué pertenece al género extensión y qué a las distintas especies de extensión. Parece que constar de partes extra partes pertenece a toda extensión, junto con la divisibilidad geométrica,

[40] Euler afirma que la divisibilidad al infinito es una propiedad que conviene a todos los entes extensos, y por lo tanto a los cuerpos. *Lettres a une Princesse d'Alemagne*, Lettres LVI, p. 319; LVII, p.321. Por su parte, la extensión es el objeto propio de la geometría, en la cual no se considera a los cuerpos sino en tanto son extensos, haciendo abstracción de la impenetrabilidad o la inercia. Ahora bien, este objeto de la geometría es una noción más general que la del cuerpo, de manera que todas las propiedades que la geometría deduce de la noción de la extensión deben valer también para los cuerpos. Ibíd., LIV, p. 314.

mientras que atributos como la no-separabilidad de las partes, y tal vez la divisibilidad infinita, pertenecerían sólo a la extensión ideal, o al menos al espacio. La separabilidad de las partes, en cambio, sería solamente atributo de la extensión de los cuerpos. Asimismo, la solidez y la inercia pertenecen únicamente a los cuerpos.

En lo anterior hemos tratado de poner de relieve el realismo matemático implícito en la *Introductio ad Veram Physicam*. Keill asigna a la geometría un papel constitutivo dentro de la filosofía natural, que se sigue de su realismo matemático. A continuación intentaremos explorar algunas consecuencias de dicho papel respecto de las características que podría tener la filosofía natural siguiendo los supuestos de Keill, si la geometría es una parte constitutiva de la misma. Para esto, tendremos que movernos más allá de lo expresamente dicho en la *Introductio ad Veram Physicam*, pero este ejercicio puede ser útil para aclarar algunas implicaciones de su realismo matemático.

Primero hagamos una breve recapitulación: Según sostiene Keill, la geometría versa sobre la extensión en general, de manera que todo aquello que esta ciencia afirma vale para cualquier clase de extensión, ideal y real: espacio o cuerpo.[41] Los cuerpos –o la materia– son una

---

[41] Hay dos especies de extensión, la extensión ideal o abstracta, y la extensión real. La extensión real se divide en espacio y cuerpo. El espacio, que para los newtonianos es absoluto, tiene las mismas propiedades de la extensión abstracta y es una realidad. Recordemos que en la segunda lección, Keill concluye que hay un espacio real, diferente de todo cuerpo, que es un receptáculo universal, aunque deja a los metafísicos la investigación acerca de la naturaleza de ese espacio. El mismo podría ser algo positivo, en sí mismo extendido y dotado de dimensiones reales, lo cual concuerda con la idea newtoniana del espacio como un receptáculo. También podría resultar de la relación de los cuerpos que existen en el mismo, aunque es difícil conciliar esto con la afirmación anterior del espacio como receptáculo. Otra manera de concebirlo, aludida por Keill, lo ve como la propia Inmensidad Divina. Este es el punto de vista de More, que después haría eco en la *Óptica* de Newton. *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio II, p. 16; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 19. Aunque en la segunda lección evita pronunciarse sobre la cuestión metafísica del espacio, en la lección VI, Keill da un paso en esa dirección y sigue los puntos de vista del escolio que sigue a las definiciones en los *Principia mathematica*. *Introductio ad Veram Physicam*, Lectio VI, pp. 60 ss.; *Introduction to Natural Philosophy*, pp. 73 ss

especie de extensión,[42] en los cuales la diferencia específica está constituida por las propiedades empíricas de la materia: la movilidad, la solidez, la inercia, y la atracción. De acuerdo con la *Introductio ad Veram Physicam*, aunque ignoramos la verdadera causa de la atracción, sin embargo la podemos considerar como una cualidad de la materia, y a partir de 1708, Keill asigna a la materia una cualidad atractiva inherente, no reducible a explicación mecánica.

Ahora bien, todo lo que pertenece a la extensión es descubierto de manera racional y a priori por la geometría y es cierto tanto del espacio real como de los cuerpos. De ello se sigue que la geometría es una parte constitutiva de la ciencia de la naturaleza. Sus demostraciones son ciertas respecto de los cuerpos, y ello sólo puede ser posible si los principios de la geometría: sus definiciones, nociones comunes y postulados, encuentran correspondencia en los cuerpos. Así pues, habría que aceptar que los *elementos* de la geometría forman parte de la filosofía de la naturaleza.[43] Por otro lado, las propiedades específicas de los cuerpos, la solidez, la inercia y la atracción, no son geométricas, ya que son diferentes de la extensión (aunque tengan alguna relación con la misma),

---

[42] Aquí, como otros modernos, está bajo la influencia de la identificación cartesiana del cuerpo con la extensión. Después de Descartes, la extensión siguió siendo considerada como una propiedad universal y necesaria de todos los cuerpos, si bien no como su esencia. Aquellos que criticaron a Descartes, arguyendo que lo propio del cuerpo es la solidez, modificaron la concepción cartesiana de la substancia corpórea, pero al mismo tiempo dieron continuidad al pensamiento de que la extensión pertenece a todo cuerpo, y constituye un atributo necesario de todo aquello que no es alma, es decir, un atributo fundamental de la naturaleza, pues pertenece tanto al espacio como a los cuerpos. Ellos, More, Locke, Newton, Keill, etc., son seguidores de Descartes en la transformación de la concepción tradicional del cuerpo y la materia, hacia una nueva concepción de ambos como algo extenso. Pero Keill no es un cartesiano, sino un partidario de la crítica de More y Locke a la identificación del cuerpo con la extensión, y piensa que aunque la extensión pertenece a todo cuerpo, la esencial en el cuerpo, aquello que no tiene otra clase de extensión, la del espacio, o la extensión abstracta, es la solidez. Keill parece pensar que la diferencia esencial entre las dos clases de extensión es que los cuerpos carecen de solidez (o impenetrabilidad).

[43] Usamos el término “elementos” en el mismo sentido que tiene en el título del libro de Euclides (*Los Elementos*), el cual alude a todas las partes constitutivas de la geometría, a sus definiciones, postulados, nociones comunes, teoremas, lemas, corolarios y escolios.

y son conocidas por medio de la experiencia. De esto se sigue que todo aquello, incluyendo el movimiento y sus leyes, que depende de esas propiedades no geométricas, no es cognoscible a priori por medio de la geometría, sino que tiene que ser conocido empírica, o experimentalmente. Así pues, una parte de las definiciones y axiomas de la filosofía natural no puede tener la fundación sólida de los principios de la geometría, sino una menor, dependiente de la experiencia. Esos axiomas fundan la parte de la filosofía natural que se deriva de la diferencia específica propia de los cuerpos. De acuerdo con esto, la filosofía natural tiene dos clases de axiomas y dos clases de "elementos." Por un lado, los elementos de la geometría; por el otro, aquellos elementos que están fundados en la experiencia interpretada matemáticamente.[44] Newton se dio cuenta de que los axiomas de la filosofía natural no pueden sacarse de la geometría, de manera que para él esta ciencia no desempeña un papel constitutivo, ni siquiera parcialmente, en la filosofía natural. Aunque Keill posiblemente no hubiera afirmado esto, el papel constitutivo asignado a las matemáticas en la *Introductio ad Veram Physicam*, tiene como consecuencia que los axiomas de la geometría constituirían una parte de los axiomas de la filosofía natural. La otra parte se funda en la experiencia y no son intuidos.[45]

El empleo de la geometría prescrito por la *Introductio ad Veram Physicam* va más allá de la medición, cuantificación y demostración de nuevos fenómenos, mediante leyes de los fenómenos formuladas matemáticamente. Las matemáticas no son un fundamento de la filosofía natural solamente en tanto lenguaje de ella, o en tanto cálculo formal que opera con magnitudes, y a partir de proposiciones sobre relaciones entre magnitudes (correspondientes a propiedades de los cuerpos conocidas

---

[44] Que, de acuerdo con Newton, son los principios matemáticos de la filosofía natural.

[45] Newton no suscribe la pretensión del cartesianismo de fundar la filosofía natural en principios conocidos intuitivamente. Keill tampoco lo hace (*Introductio ad Veram Physicam*, p. 74; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 88; nos ocuparemos de esto más adelante). No obstante, si hemos interpretado bien las consecuencias no explícitas de su punto de vista acerca de la geometría, una de ellas es que los axiomas de la geometría, conocidos por intuición, son parte de los principios de la filosofía natural.

por medio de la experiencia) permite deducir, aplicando las reglas de inferencia de ese cálculo, otras proposiciones sobre magnitudes. Además de esto, forman parte de la filosofía natural. Su papel en la filosofía natural es mayor que el que les atribuye Newton. En Newton los "principios matemáticos de la filosofía natural" están constituidos por principios empíricos expresados matemáticamente. En Keill están constituidos por estos principios más los elementos de la geometría.[46] Para este último, la filosofía natural tiene una parte empírica y una parte a priori, constituida por la geometría.

Volvamos a considerar la cuestión que habíamos abordado en el parágrafo anterior, concerniente a la manera en que las matemáticas contribuyen a la certeza de la filosofía natural, de acuerdo con la *Introductio ad Veram Physicam.* A partir de lo que hemos dicho arriba podría entenderse lo que sería una manera adicional en que la geometría aporta certeza a la filosofía natural. La razón de ello es que la geometría tiene certeza absoluta, la cual incorpora a la parte de la filosofía natural que ella misma constituye. La geometría nos da un conocimiento a priori, cierto y necesario de algunas propiedades fundamentales de los cuerpos y el espacio, como la existencia del vacío y la divisibilidad de los cuerpos. Esta manera de concebir las relaciones de la filosofía natural y la geometría añade a lo que vimos en el § 14. Una conclusión adicional que se puede sacar de lo anterior es que el papel constitutivo asignado implícitamente por Keill a las matemáticas en la filosofía natural contribuye a fundar, por un lado, la aplicabilidad de las matemáticas a la misma, y por el otro, la manera en que esa aplicación proporciona certeza. Esto sería lo que hace posible formular leyes empíricas de los fenómenos, expresadas de manera geométrica, a partir de las cuales se puede demostrar nuevos fenómenos. Como la geometría versa sobre el género extensión, del cual el espacio y los cuerpos son especies, esta ciencia es aplicable a los cuerpos y al espacio.[47] La geometría demuestra con

---

[46] En Keill los "principios matemáticos" son más matemáticos que en Newton, ya que incluyen las proposiciones de la geometría.

[47] Podemos ver esto de otra manera: la forma del espacio y los cuerpos es la extensión, que es el objeto de la geometría. Esto funda parcialmente tanto la posibilidad de cuantificar y expresar matemáticamente leyes de la naturaleza, como de demostrar matemáticamente fenómenos naturales.

exactitud el arte de medir, es la ciencia de la medida,[48] y como se puede determinar la magnitud de la extensión, no sólo la geometría, sino también las otras partes de la matemática que trabajan con magnitudes, la aritmética, el álgebra y el cálculo, son aplicables al espacio y a los cuerpos. No todas las propiedades de los cuerpos dependen de la extensión. Este es el caso de la solidez, la inercia, el peso, o la intensidad de las fuerzas que actúan sobre ellos; pero ellas son objeto de las matemáticas, en tanto pueden cuantificarse. Todo esto funda el aporte de las matemáticas a la certeza –si bien no absoluta– de la filosofía natural (o mejor dicho: de su parte empírica), por medio de la cuantificación y la demostración de verdades sobre los fenómenos.

Keill no se da cuenta de que en las lecciones II y III de la *Introductio ad Veram Physicam* asigna tácitamente a la geometría un papel constitutivo en la filosofía natural. Tampoco percibe las consecuencias de ello. Por eso, más adelante afirma que los axiomas de la filosofía natural no son evidentes como los de la geometría. El se refiere a los axiomas empíricos de la filosofía natural, que son los únicos para aquel que no asigne un papel constitutivo a la geometría. La octava lección de la *Introductio ad Veram Physicam* se ocupa expresamente de los axiomas de la filosofía natural:[49] El objeto de la filosofía natural son los cuerpos y sus acciones sobre otros cuerpos, que no son concebidos tan fácil y distintamente como las especies simples, o magnitudes, que son el sujeto de la geometría. Por ello, en filosofía natural no se puede insistir en aplicar el método demostrativo, a partir de la intuición de axiomas evidentes por sí mismos –como los postulados de la geometría– y la demostración de consecuencias a partir de aquello conocido por intuición. El objeto de la filosofía natural no admite axiomas tan claros como los de la geometría. En consecuencia, sus proposiciones no son absolutamente verdaderas. Sin embargo, los axiomas de la filosofía natural concuerdan con la experiencia y la razón. Por ello, aunque no son evidentes por sí mismos, nadie, que no sea obstinado, o profese el escepticismo, puede negarles su asentimiento. Keill añade otra prescripción: Al demostrar hay que usar una clase de razonamientos más

---

[48] Cfr. *Principia mathematica,* prefacio de Newton a la primera edición, p. xvii.
[49] *Introductio ad Veram Physicam*, p. 74; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 88.

laxo que en la geometría, y emplear proposiciones que no son absolutamente verdaderas, sino aproximadas a la verdad,[50] lo cual es posible en la medida que las hipótesis en física sean tales que la diferencia respecto de la verdad puede ser despreciada. A lo que Keill se refiere aquí es que la demostración exacta de muchas proposiciones sería sumamente compleja matemáticamente, por lo cual se recurre a aproximaciones que son, o bien de carácter matemático, o bien físicas; por ejemplo, en una ecuación, o en la construcción de una ecuación, se desprecian términos que no contribuyen mayormente el resultado. Así pues, en la octava lección, Keill dice que, debido a su objeto, los axiomas de la filosofía natural provienen de la experiencia y no poseen certeza absoluta (por lo tanto son distintos de los de la geometría), en lo cual sigue el espíritu de la filosofía natural de Newton. Hay cierta falta de coherencia entre esto y el pensamiento de que la divisibilidad de la materia es un tema de la filosofía natural, demostrada por la geometría con certeza absoluta. Lo primero está expreso en la *Introductio ad Veram Physicam*, mientras que lo segundo tiene sus consecuencias, aunque inexpresas. De haberse percatado de esto, Keill hubiera tenido que conciliar los dos puntos de vista. Sin embargo, ellos no son incompatibles, ya que lo que se dice en la lección VIII podría referirse únicamente a los axiomas empíricos de la física, y no necesariamente está en contradicción con que además esta ciencia posea axiomas no-empíricos, provenientes de la geometría, aunque Keill probablemente no hubiera compartido esta manera de resolver la dificultad.

Lo que hemos expuesto no constituye la única manera de interpretar a Keill, pero nos parece que es la que mejor toma en cuenta sus puntos de vista sobre las matemáticas y las consecuencias de la decisión de sustentar la divisibilidad infinita de la magnitud en la geometría.[51] Con ello, nuestro autor introduce una tradición proveniente

---

[50] Por ejemplo, cuando para demostrar que las variaciones de un péndulo tienen la misma duración, se supone que el arco de un círculo y su cuerda tienen la misma longitud e inclinación.

[51] Pensamos que Strong se equivoca en su interpretación de la *Introductio ad Veram Physicam* cuando afirma que "Keill seems to rely upon a pre-established harmony by which the mind's reasoning in mathematics holds true for physical bodies. The properties of bodies, descriptively defined, are those evinced in observations and experiments; but experiments in turn must be consistent with

de la edad media que tiende al realismo geométrico y a asignar a la geometría un papel constitutivo en la filosofía natural, el cual lleva más allá de lo que sostuvieron los medievales (demostrando geométricamente la existencia del vacío). En realidad, esta tradición no combina bien con el espíritu de la filosofía natural de Newton.

3.

Las razones particulares propuestas por Keill para justificar la validez de las demostraciones geométricas de la divisibilidad infinita de la extensión respecto de los cuerpos (por ejemplo: que existen puntos, líneas y superficies reales como las que supone la geometría) no son convincentes. El atomista puede negarse a admitirlas y seguir

---

whatever is non-contradictory in mathematical analysis and demonstration. Thus the infinite divisibility of magnitude is not just a mathematical property or principle, but is asserted to be a real separation of matter into parts in infinitum. Instead of cementing observation and calculation together by procedures and theory of measurement, Keill cements them by converting the mathematically possible into the existentially real (is it so, or Strong está solo cerca de la respuesta?). This conversion is affected (1) by substituting "matter" for "magnitude," and (2) by attributing "real properties" to what is mathematically conceived." Strong, Art. Cit., pp. 64-5. Keill no piensa que hay una armonía preestablecida entre la mente y los cuerpos respecto de las demostraciones geométricas. Tampoco prescribe que la experiencia sea consistente con las demostraciones geométricas. Él no se plantea problemas de consistencia, no olvidemos que se trata sólo de unas lecciones dirigidas a estudiantes que se introducen en la física newtoniana. Al probar la divisibilidad infinita de la magnitud, Keill asume supuestos implícitos en una tradición, en particular que la geometría vale para toda extensión. Esto lo conduce a asignarle un papel constitutivo en la filosofía natural. Por otro lado, él no se da cuenta de que dicho papel no concuerda con el método de la filosofía natural newtoniana, que prescribe su constitución sobre axiomas fundados en la experiencia, y hallados mediante un regreso (inferencias regresivas) desde los fenómenos, hacia leyes que permiten dar cuenta de los mismos, y no sobre los axiomas de las matemáticas. Respecto de la aplicación de las matemáticas a la filosofía natural, Keill es un realista geométrico, como correctamente lo interpreta Strong. Pero su punto de vista realista no se apoya en una armonía preestablecida como dice Strong, sino en la consideración de la extensión como un género, del cual los cuerpos son especies, y en la consideración de dicho género como el objeto de la geometría. Dios es el fundamento último de ello, pues ha creado la naturaleza y los cuerpos de manera que en ellos hay líneas, puntos y superficies tal como los considera la geometría; así pues, los cuerpos reales, sus superficies, líneas y puntos, son también objetos exactos, no aproximados, de la geometría. por ello lo que es probado por la geometría vale también de ellos.

sosteniendo que las pruebas geométricas no tienen fuerza respecto de los cuerpos reales. Diría que para que esas demostraciones impliquen que los cuerpos no constan de átomos físicos, tendrían que construirse con líneas físicas reales, que no son como las líneas que supone la geometría (sino que están constituidas por átomos), y no se podría probar la inexistencia de los átomos constitutivos de los cuerpos. Aún así, si consideramos los átomos extensos del atomismo tradicional, aunque no permiten concluir que los cuerpos no constan de dichos átomos, las demostraciones geométricas parecen autorizar la conclusión de que la extensión de los átomos es divisible geométricamente. Ahora bien, cabe preguntarse si dichos átomos no estarían constituidos –es decir fundados– por las partes que resultan de su división geométrica, aunque las mismas no sean separables, y si en ese caso podrían seguirse llamando indivisibles.

Independientemente de que las proposiciones de la geometría puedan extenderse a la extensión real de los cuerpos, dichas pruebas proporcionan razones –difíciles de dejar a un lado– en contra de la tesis de que la extensión –al menos la extensión geométrica– consta de un número finito de indivisibles de tamaño finito. Podríamos preguntar si la divisibilidad infinita de la extensión está contenida en los elementos de la geometría y en qué medida lo está, o si hay una *petitio principii* escondida en las demostraciones geométricas de la misma. Dicha divisibilidad, ¿es solamente potencial? Estas cuestiones fundamentales conciernen a la estructura del continuo, cuando menos a la del continuo geométrico.

Algunos matemáticos medievales se ocuparon de la cuestión de en qué medida una refutación matemática del atomismo se encuentra en los elementos de la geometría.[52] En el siglo XIII, Campanus de Novare observó que la primera proposición del libro X de los *Elementos* de Euclides contiene un principio de continuidad: Para todo a y b, si *a* es más grande que *b*, hay entonces una parte de *a*, sea *a/n*, tal que *a/n* es

[52] Me apoyo en Murdoch, "Rationes Mathematice", p. 32, para transmitir los puntos de vista de los autores medievales sobre esta cuestión. Sobre esto también se puede consultar Edward Stamm, "Tractatus de Continuo von Thomas Bradwardina. Eine Handschrift aus dem XIV. Jahrhundert," ISIS, No. 71 (Vol. XXVI, I), pp. 13-32.

inferior a *b*. No importa cuan pequeña sea *b*, siempre es posible dividir *n* veces a *a* hasta obtener una parte de *a*, cuyo tamaño es *a*/*n*, y es más pequeña que *b*. Y *b*, a su vez, también puede ser dividido hasta obtener una parte *b*/*n*' más pequeña que *c*, que es menor que *b*. Y así sucesivamente. Este principio supone la continuidad, o la divisibilidad de toda magnitud, lo cual conduce a la divisibilidad infinita. Además, dicho principio presupone la divisibilidad infinita potencial de toda magnitud, ya que si la división se completara, se llegaría a partes mínimas. Podría replicarse que el principio no necesariamente se mantiene para todo *b* posible. ¿Es cierto si *b* es igual a un indivisible? Si la extensión constara de infinitos indivisibles inextensos, el principio ya no sería válido al llegar a ellos.

El problema planteado consiste en determinar si es posible la existencia de mínimos en la extensión, o si la misma puede ser reducida continuamente sin llegar nunca a un mínimo. En el primer caso, la extensión no consta de simples y es continua. En el segundo caso consta de indivisibles. Ahora bien, existen diferentes clases de magnitud y extensión. Arriba nos hemos referido a las líneas, que están sujetas al principio de continuidad ya explicado. No obstante, dicho principio no siempre es verdadero, por ejemplo, en el caso de otra clase de magnitud o extensión; a saber: los ángulos. Campanus de Novare comenta que en el libro III de los *Elementos* se dice que el ángulo de contingencia ABC (el ángulo formado por la circunferencia y la tangente a un círculo dado) es inferior a no importa cual ángulo rectilíneo (el ángulo formado por dos líneas rectas). Ver la Figura 17.

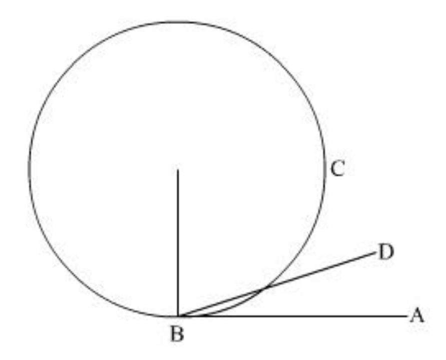


Figura 17

Por lo tanto, nunca podremos dividir un ángulo rectilíneo ABD hasta obtener una *n*-ésima parte del mismo que sea menor a un ángulo de contingencia, lo cual contradice el principio afirmado en la proposición I del libro X de los *Elementos*. Ningún ángulo rectilíneo finito es menor – ni siquiera igual – a un ángulo de contingencia.[53] La conclusión que Campanus saca de ello es que todo ángulo rectilíneo es más grande que un número infinito de ángulos de contingencia. Efectivamente, los ángulos de contingencia no obedecen al principio de continuidad euclidiano. Pero si la división infinita del ángulo rectilíneo se completara, tal vez si se llegaría a un ángulo menor que el ángulo de contingencia, o igual al ángulo de contingencia.[54]

En su *Tractatus de Continuo*, Thomas de Bradwardine considera la cuestión de la relación entre los principios de la geometría y la continuidad. La utilización de la geometría para refutar el atomismo podría incurrir en una petición de principios. ¿Es la continuidad presupuesta por la geometría euclidiana? Bradwardine piensa que la geometría no siempre exige la refutación absoluta del indivisibilismo, sino sobretodo que el continuo geométrico no puede estar compuesto de indivisibles que estén dados en número finito (este es el indivisibilismo finitista), o bien sean inmediatamente adyacentes uno al otro.[55] Esto es necesario, porque si no, Euclides no podría demostrar ciertas proposiciones. Bradwardine establece que si bien una refutación absoluta

---

[53] excepto en el límite (cuando se topan las líneas que constituyen a los respectivos ángulos (BA con BD y BA con BC) y el angulo rectilíneo tiene 0 grados).

[54] El infinito pensado en la división de un ángulo rectilíneo es potencial. Si *a* y *b* son ángulos rectilíneos, el principio de continuidad conserva su validez. De esta manera puede ser aplicado para demostrar que siempre es posible encontrar otro ángulo rectilíneo menor que uno dado. Podemos dividir mediante construcciones geométricas ángulos rectilíneos, y los ángulos resultantes son también rectilíneos. De acuerdo con el principio de continuidad, sería posible demostrar la divisibilidad infinita de todo ángulo rectilíneo. Tal vez se podría preguntar si en el límite, al completar la división infinita del ángulo rectilíneo, se llegaría a mínimos, que podrían ser iguales –en el límite– a un ángulo de contingencia; y podemos seguir inquiriendo si esto equivale a que la división infinita actualizada –no potencial– de un ángulo rectilíneo podría terminar en un ángulo mínimo indivisible.

[55] En relación con la cuestión de los indivisibles inmediatamente adyacentes en Bradwardine, ver Murdoch, "Rationes Mathematice", p. 34.

del atomismo no siempre es necesaria en los *Elementos* de Euclides, ella es necesaria en el libro V. En lo que concierne a la continuidad, las necesidades planteadas en el libro V son diferentes de las necesidades planteadas en otras partes de los *Elementos*. La razón de ello es que la teoría de las proporciones contenida en ese libro exige que el continuo no esté compuesto de un número infinito de indivisibles infinitamente pequeños. Pero esta necesidad no está siempre presente en el resto de los *Elementos*. J. E. Murdoch apunta que los ángulos de contingencia, que según Campanus de Novare contradicen las hipótesis de continuidad, son justamente aquellas magnitudes que se oponen a los principios establecidos en el libro V, y deduce de ello que cuando tales ángulos entran en juego, la geometría no exige una refutación absoluta del atomismo matemático.[56]

Ya los comentaristas antiguos de los *Elementos* habían pensado que de la existencia de las magnitudes inconmensurables se sigue que el continuo no está compuesto de un número infinito de indivisibles. Proclo advierte contra la conclusión según la cual los geómetras presuponen que una línea no está constituida por partes indivisibles.[57] Dicha conclusión se fundaría en el siguiente argumento: Si una línea consta de indivisibles, entonces, en una línea finita debe haber, o bien un número impar, o bien un numero par de indivisibles. Si el número es impar, para dividir la línea en dos partes iguales sería necesario dividir un indivisible en dos partes iguales. La consecuencia de esto es que si la magnitud está compuesta de indivisibles no [siempre] sería posible dividir una línea recta.[58] Pero si la magnitud no consta de indivisibles, la línea recta puede

---

[56] Murdoch, “Rationes Mathematice”, p. 35: Curiosamente, Keill emplea los ángulos de contingencia, no sólo el del círculo, sino los de otras curvas parabólicas, para probar que siempre hay cantidades infinitamente más pequeñas que otras cantidades infinitamente pequeñas. Con ello quiere apoyar su tesis de la divisibilidad infinita de la magnitud. *Introductio ad Veram Physicam*, pp. 37-8; *Introductio to Natural Philosophy*, pp 43-4. Este razonamiento se añade al que examinamos al final del § 13.

[57] Para presentar el punto de vista de Proclo me baso en el comentario de Thomas Heath al primer libro de los *Elementos*, The *Thirteen Books of Euclid’s Elements*, Vol. 1, p. 268.

[58] La construcción que divide en dos partes iguales cualquier línea recta es necesaria para la geometría, y constituye una de las primeras proposiciones de los Elementos. *The Thirteen Books of Euclid’s Elements*, I, 10, Vol. 1, p. 267.

ser dividida *ad infinitum* o sin límite. A partir de esto se arguyó que la divisibilidad de las magnitudes sin límite fue admitida y asumida como un principio geométrico. La réplica de Proclo a lo anterior afirma que la geometría sí asume como noción común que una magnitud continua (aquella constituida por partes conectadas una con la otra) es divisible, pero *no presupone la divisibilidad infinita*, *sino que la prueba*. Y la demostración a la cual él se refiere se apoya en las magnitudes inconmensurables. Según Proclo, cuando los geómetras prueban que existen las magnitudes inconmensurables, y que no todas las cosas son conmensurables una con la otra, ellos no prueban sino que la magnitud siempre puede ser dividida y que nunca llegaremos a lo indivisible, que es la menor medida común de las magnitudes. La divisibilidad infinita de la magnitud, concluye Proclo, es materia de demostración, mientras que la divisibilidad de lo continuo es un axioma. De manera que, cuando Euclides bisecta una línea recta finita, parte de este axioma y no de la suposición de que ella es divisible sin límite.

La determinación de la semejanza entre figuras y de las relaciones entre las partes de las figuras semejantes fue un problema central desde el surgimiento de la geometría. Dicho problema conduce a la comparación de magnitudes y al estudio de las proporciones entre diferentes magnitudes. Aunque en los *Elementos* las magnitudes son representadas por líneas rectas, los resultados de la teoría de las proporciones que encontramos en el libro V de esta obra tienen aplicación general a toda clase de magnitud, ya que toda magnitud puede ser representada por un segmento de línea recta. La teoría de las proporciones es tratada por Euclides dos veces. Primero en el libro V, donde se refiere a las magnitudes en general, y luego en el libro VII, donde ser refiere al caso particular de los números. La teoría de las proporciones del libro VII es válida solamente para magnitudes conmensurables y –según Thomas Heath– corresponde adecuadamente al estado de dicha teoría antes de que Eudoxo la generalizara a toda clase de magnitud.[59] Esta última teoría es la que aparece en el libro V. Si sólo existiera la clase de magnitud tratada en el libro VII (expresable en

[59] *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, nota introductoria al libro V, Vol. 2, pp. 112-13.

números enteros y quebrados, que forman los llamados números racionales) sería posible una unidad universal de magnitud, no reducible a otras magnitudes menores, válida para todas las magnitudes, y en función de la cual puedan expresarse todas ellas. Si aplicamos la teoría restringida de las proporciones a la geometría y consideramos solamente las restricciones que ella impone, sería en principio posible que la extensión constara de indivisibles.[60] La inconmensurabilidad y la existencia de los números irracionales tiene como consecuencia que no es posible encontrar una unidad minima de medida común para todas las magnitudes, por lo cual parece imposible que la magnitud pueda constar de indivisibles. Este problema no se presenta si se considera que la magnitud siempre puede ser dividida y que nunca llegaremos a lo indivisible, que sería la menor medida común de las magnitudes.[61]

En la tercera lección de la *Introductio ad Veram Physicam* lo que Keill hace es intentar demostrar un principio de continuidad como el de los *Elementos*. Ahora bien, sus demostraciones tienen diferentes fundamentos en los *elementos* de la geometría. Una parte de las pruebas presentadas por Keill, originadas en la edad media, tratan de mostrar contradicciones en la tesis indivisibilista; son reducciones al absurdo, como los argumentos de la igualdad de los círculos concéntricos y la conmensurabilidad de la diagonal y el lado del cuadrado. Esta última prueba se apoya en un resultado interpolado en el libro VI de los *Elementos*, que a su vez se basa en el libro V. Otras pruebas, como la primera, que proviene de Du Hamel y Rohault –también la segunda y la tercera– a pesar de la estructura apagógica que les da Keill, se basan en construcciones geométricas que muestran que siempre se puede dividir una línea, o que siempre es posible construir otra línea más pequeña que una línea dada. Es en estas últimas demostraciones que Keill está tratando de demostrar –en las líneas– una tesis como la contenida en el principio que aparece en la primera proposición del libro X de los

---

[60] Que incluso podrían ser finitos.
[61] Nótese que, a pesar del poder persuasivo de este argumento, la conclusión no es –en principio– necesaria, pues podría suceder que la estructura del continuo fuese tal que existieran diferentes clases de unidades, hasta en número infinito, y que todas las magnitudes posibles estuviesen constituidas por combinaciones de múltiplos, no de una sola clase de unidad, sino de diferentes unidades.

Elementos.[62] Las pruebas en cuestión se apoyan en elementos de la geometría, y en última instancia en los postulados, no sólo mediatamente, sino inmediatamente (en el primero, el segundo y el quinto), para concluir la divisibilidad infinita de las líneas construidas. La intención de Keill es demostrar que dicha divisibilidad no termina, es potencial, y por lo tanto no hay indivisibles. Son, como hemos dicho, efectivas contra el indivisibilismo finitista, pero ellas no excluyen que la divisibilidad infinita de la línea pueda actualizarse hasta llegar a partes simples inextensas, puntuales o infinitamente pequeñas. De manera que –a nuestro modo de ver– las pruebas de Keill no pueden demostrar el principio de continuidad que él quiere establecer, ya que ellas no confirman la divisibilidad infinita potencial de la magnitud, sino solamente su divisibilidad infinita, que puede ser potencial o actual. Ellas son compatibles con una y otra posibilidad. Si estamos en lo cierto, un principio de continuidad como el de los *Elementos* no se sigue de los postulados como consecuencia necesaria; el mismo parece ser un supuesto adicional. Los postulados de la geometría parecen compatibles tanto con ese principio, como con la divisibilidad infinita actual de la línea, es decir: con el indivisibilismo infinitista.

Tanto en las pruebas de Du Hamel (ver Figura 6) y Rohault (ver Figura 7), como en la primera prueba de Keill (ver Figura 9) y en la versión de ella que Kant utilizó en la *Monadología physica* (ver Figura 14),[63] la divisibilidad infinita depende del segundo postulado de Euclides,[64] que permite prolongar una línea *in infinitum*. Veamos esto en la prueba de Kant. Partiendo de que el espacio consta de las partes en que puede ser dividido, las cuales son divisibles una y otra vez, Kant razona

---

[62] No es posible saber si Keill expresamente intentó demostrar ese principio de continuidad cuando publicó la *Introductio ad Veram Physicam*. Como editor de una edición de los *Elementos*, publicada en 1715, cabe suponer que conocía el principio en cuestión, aunque esto no quiere decir que estuviera familiarizado con el mismo en 1701, ni que dicho principio lo haya inspirado. En todo caso, sus tres primeras demostraciones, en particular la tercera, equivalen a intentos de demostrarlo en las líneas rectas; también lo son los argumentos que presenta en la cuarta lección para probar que hay cantidades infinitamente menores que otras cantidades, como el que vimos al final del § 13.

[63] Examinamos estas pruebas en los §§ 10, 11 y 12.

[64] "To produce a finite straight line continuously in a straight line." *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, p. 154.

que por pequeña que sea una parte del espacio, siempre se puede dividir. Como la demostración de Keill, la de Kant se apoya en una negación implícita del infinito actual. Reexaminemos la Figura 14, que acompaña a esta demostración. En virtud del segundo postulado de los *Elementos*, las rectas *cg*, *ch*, *ci*, *ck*, etc., pueden extenderse *in infinitum* (también *ef*), pero eso implicaría solamente un infinito que podríamos llamar potencial, no un infinito que pueda llevarse a acto. Si alguna de esas líneas llegara a ser infinita, el punto de intersección de la línea en cuestión con la línea *ab* coincidiría con el punto *a*, lo cual anularía la prueba, como cabría esperar si el espacio constara de puntos inextensos. Pero como ninguna de ellas llega a ser infinita, Kant concluye que la línea *ab* es divisible *in infinitum*, donde el infinito en cuestión nunca puede completarse, por lo cual el punto de intersección antes mencionado jamás coincidirá con *a*. Esto revela que la afirmación de que el espacio es divisible *in infinitum* indica para Kant, como antes para Keill (pero referido a toda magnitud), que dicha divisibilidad progresa indefinidamente, sin llegar nunca a completarse, y esto elimina la posibilidad de que conste de partes simples, sean estas extensas o puntos. Así pues, la prueba en cuestión, tanto en la versión de Kant como en la de Keill, parece refutar tanto al indivisibilismo finitista como al indivisibilismo infinitista.[65] La divisibilidad infinita potencial de la extensión es la que parece estar de acuerdo con el texto del segundo postulado. No obstante, dos cosas pueden decirse para mostrar que estas demostraciones no tienen como consecuencia necesaria una refutación del indivisibilismo infinitista. En primer lugar, en ausencia de una prueba de que ello no es posible, no se puede descartar, pues es lógicamente posible, que las rectas puedan prolongarse hasta el infinito, de manera que se complete la división infinita de la línea *ab*, hasta llegar a sus partes simples constitutivas. A esto hay que añadir que se puede interpretar el segundo postulado de manera que sea posible prolongar una recta hasta el infinito, lo cual no necesariamente desvirtúa su función en los *Elementos*; y además, en principio no parece ser incompatible con los demás postulados. En segundo lugar, supongamos que se insistiera en que no se puede completar la división infinita de la línea *ab* por medio de la construcción geométrica que propone la prueba. Aun así se puede

[65] Lo mismo se puede decir de las versiones de Du Hamel y Rohault.

replicar que: 1) eso no niega la existencia de sus puntos constitutivos, sean aquellos en los cuales las líneas *cg*, *ch*, *ci*, *ck*, ..., etc., se cruzan con *ab* (los cuales son puntos constitutivos de *ab*), sea el punto *a*, en el cual la línea infinita (permítasenos designarla como: $c\infty$) tocaría a *ab*, si ella fuera posible, o sean los demás puntos de esa línea; y 2) tampoco permite concluir que dicha línea no consta de dichos puntos. De acuerdo con esto, ni la prueba de Kant es concluyente contra la posición que considera al espacio como constituido por puntos, ni la de Keill contra el indivisibilismo infinitista.

Así pues, a partir de pruebas basadas en la geometría euclidiana como las de Keill y Kant es posible anular al indivisibilismo finitista matemático, pero no necesariamente al indivisibilismo infinitista –físico o matemático.[66] Esto parece indicar que la cuestión de si la magnitud está compuesta o no de indivisibles tiene otros aspectos, además de los geométricos, y no puede ser resuelta por completo por medio de pruebas geométricas. Por ello, el mismo Keill, a pesar de que piensa que las demostraciones de la geometría son concluyentes, y no se plantea las cuestiones de validez que hemos estado examinando, ni la cuestión de hasta dónde llega el poder demostrativo de las demostraciones geométricas, tiene que dedicar la tercera lección de la *Introductio ad Veram Physicam* y parte de la segunda a responder a las objeciones no-geométricas de los filósofos indivisibilistas.

Examinemos esto más de cerca, ya que, como hemos visto, los

---

[66] Esto ya lo habían atisbado los medievales. La divisibilidad infinita de la extensión, en la cual se apoyan muchos argumentos del divisibilismo, también es compatible con el indivisibilismo infinitista. Ambos, tanto el divisibilista como el indivisibilista infinitista, pueden usar argumentos de esta clase contra el indivisibilismo finitista. Esto se debe, como ya hemos dicho, a en que pruebas como las tres primeras de Keill o la de Kant, por sí solas no permiten determinar si la división infinita que construyen es actual o potencial. Así, por ejemplo, en el *Comentario de las sentencias* de Gregorio de Rimini, escrito hacia 1344, se encuentra un argumento geométrico contra los partidarios finitistas del indivisibilismo. Gregorio es partidario de una divisibilidad efectiva actual en una infinitud de magnitudes infinitamente pequeñas, pero no duda en utilizar contra sus adversarios finitistas un razonamiento basado en una prueba geométrica empleada por los divisibilistas para atacar a sus contrarios. (ver Murdoch, “Rationes Mathematice”, pp. 28 ss.).

requerimientos respecto de la divisibilidad de la extensión no parecen ser los mismos en todos los *Elementos*. Más que las tres primeras pruebas de Keill, o la prueba de Kant, lo que parece presentar un reto mayor al indivisibilismo infinitista es la teoría de las proporciones del libro V de los *Elementos*, junto con sus consecuencias en el libro X. En ella se basan los primeros argumentos medievales como el de la conmensurabilidad de la diagonal con el lado del cuadrado y la igualdad de los círculos concéntricos que se seguirían del indivisibilismo (finitista e infinitista). También los argumentos que se apoyan en la imposibilidad de completar la división infinita, o en las paradojas del infinito que resultan de tal división (por ejemplo, el argumento de los círculos concéntricos). Estos razonamientos son diferentes a las anteriores pruebas, en tanto que no pretenden demostrar un principio de continuidad, sino que para aniquilar la posición indivisibilista, tratan de mostrar que ella contradice los elementos de la geometría. Algunos de ellos, a pesar de ser geométricos, son instancias de razonamientos más generales, que tratan de inhabilitar al indivisibilismo infinitista mostrando que conduce a una contradicción lógica, y no sólo de los elementos de la geometría. El de la igualdad de los círculos concéntricos cabe en esta categoría. Hay tantos puntos en el círculo menor como en el mayor, y por lo tanto los dos círculos son iguales, lo cual es absurdo. Este argumento revela además una paradoja del infinito, ya que, por un lado, los dos infinitos son iguales, y por el otro, el número infinito de puntos del círculo más grande es mayor que el número infinito de puntos del círculo menor. Tenemos, entonces, que algunos de estos argumentos también apuntan a los problemas del infinito actual para intentar refutar al indivisibilismo infinitista. Así pues, al indivisibilismo infinitista se enfrentan, además de las pruebas anteriores, los argumentos que se apoyan en la imposibilidad de completar la división infinita o en las paradojas del infinito que resultan de tal división. Frente a estas dificultades, lógicas, derivadas de la teoría de las proporciones de los Elementos, y relacionadas con el infinito actual, el reto para el indivisibilista infinitista es despejar las paradojas que resultan respecto de las proporciones cuando aparecen los infinitos.

También hay razonamientos filosóficos que rechazan el indivisibilismo infinitista, como el argumento del contacto propuesto por

Aristóteles. Las pruebas geométricas dejan de lado los aspectos filosóficos del problema, cuestiones como la manera en que el continuo pueda estar compuesto de indivisibles, que fue planteada por Aristóteles y respondida por él de manera negativa. Los argumentos aristotélicos se basaban en la imposibilidad de que indivisibles puntuales puedan unirse para constituir un continuo. Otras objeciones se apoyan en la imposibilidad de que la agregación de no importa cuantos elementos inextensos de lugar a una magnitud finita. A nuestro modo de ver, estas dificultades no pueden ser ignoradas, y argumentos como los que intentan mostrar que los puntos no pueden ser partes constitutivas del espacio, ni pueden existir partes inextensas que lo constituyan, tienen más fuerza que las razones geométricas que intentan probar un principio de continuidad como aquel al cual nos hemos referido. Ellos añaden elementos a la discusión y presentan un reto adicional al indivisibilismo infinitista.

De lo que hemos dicho se desprende que el verdadero desafío para el indivisibilismo infinitista proviene de argumentos geométricos y filosóficos que se apoyan en diversos problemas de esta posición. Algunos razonamientos son geométricos y filosóficos a la vez, como los que conducen a las dificultades del infinito actual que enfrenta la tesis de que la extensión consta de una cantidad infinita de indivisibles, y se basan en la teoría geométrica de las proporciones. Otros problemas del infinito no se refieren a la cantidad infinita de elementos, sino a la posibilidad de reunirlos. La objeción dice que es imposible completar un infinito actual, y no sólo que, de completarse, resulten paradojas. La teoría de conjuntos de Cantor proporcionó soluciones a ambas clases de dificultades, respecto del continuo matemático. Sin embargo, todavía habría que dar cuenta de la composición de los indivisibles. ¿Cómo es posible que los infinitos indivisibles se reúnan? Después habría que dar cuenta de su contigüidad, y finalmente, de que no se superpongan, esto es, que de su composición resulte una extensión. Estas cuestiones afectan cualquier discusión sobre la extensión, no sólo la extensión geométrica, sino también la extensión real.

4.

Veamos ahora algunas discusiones filosóficas de la modernidad en

torno a la divisibilidad de los cuerpos. Ya hemos dicho que, además de las objeciones basadas en la geometría, el atomismo enfrentó críticas filosóficas. La de Leibniz fue particularmente destructiva. Si los átomos son extensos, son divisibles. Por lo tanto no son simples, sino pluralidades, fundadas en sus partes, y no los primeros principios de las cosas.[67] En la filosofía de Leibniz hay una superación del atomismo, que bajo la influencia de la división cartesiana de la totalidad del ente en almas y extensión, lo lleva a concebir los fundamentos de las cosas como substancias simples cuya naturaleza es espiritual, las famosas mónadas. Ahora bien, Leibniz no piensa que los cuerpos resultan de la agregación de las mónadas, que no son indivisibles inextensos, o puntuales, sino una suerte de puntos metafísicos. Para él, las mónadas contienen únicamente la razón suficiente de los cuerpos. Leibniz piensa que la extensión es continua y se funda en la discretitud de las infinitas mónadas, pero no porque resulte de la composición de las mismas, sino como un fenómeno bien fundado en las mónadas, en tanto aparición confusa de lo que en sí mismo es discreto.

Una interesante respuesta indivisibilista e infinitista a los problemas de la constitución de la extensión y el continuo es la de Wolff. La filosofía de este autor es deudora de la de Leibniz, y bajo el influjo leibniziano, Wolff también supera al atomismo, pero de diferente manera.[68] En este indivisibilismo hay una respuesta a varias de las dificultades filosóficas y geométricas antes planteadas, entre ellas las paradojas del infinito. Según la *Ontologia* de Wolff, la extensión y la continuidad resultan de la unión de entes diferentes que pueden existir unos fuera de los otros.[69] Tales entes son los elementos de los cuerpos,

[67] En realidad este argumento provenía de Descartes: si la realidad estuviese compuesta por átomos, entonces estos deberían poseer extensión, razón por la cual, por pequeños que fuesen, serían divisibles, al menos mentalmente y, consiguientemente, no serían átomos.
[68] Recordemos que hay suficientes diferencias entre ambos para rechazar el punto de vista de Wolff como mero divulgador y sistematizador de la filosofía leibniziana. Ver la nota 7 de nuestra introducción.
[69] *Ontologia*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, II. Abteilung, Lateinische Schriften,

puntos físicos, no-metafísicos; de modo que la extensión y la continuidad de los agregados que estos forman, los cuerpos, se funda en la unión de elementos.[70] Para Wolff, en esta doctrina no hay otra dificultad que la relativa al origen de la multiplicidad a partir de lo que no es múltiple, es decir, la unidad, como cuando formamos una docena reuniendo las unidades que la constituyen.[71] No obstante, allí hay algo más que la explicación de una multiplicidad a partir de unidades, pues lo que resulta de la unión de los elementos no es meramente una multiplicidad, sino una multiplicidad extensa y continua. Aquí surgen problemas, pues según la doctrina wolffiana, la extensión de los cuerpos se origina a partir de aquello que no es extenso.[72] La solución wolffiana de esta cuestión se apoya en una distinción de grados entre el conocimiento sensible y el conocimiento inteligible. El primero es confuso e indistinto y, aunque bien fundado en las cosas como son en sí mismas, está referido a fenómenos, mientras que el conocimiento intelectual es el que aprehende las cosas de manera clara y distinta. Wolff dice que percibimos la extensión y la continuidad de manera confusa,[73] y debido a eso añade que la extensión y la continuidad son fenómenos.[74] Así pues, para escapar a dificultades como las que hemos mencionado, inherentes a la composición y división de la extensión y el continuo, Wolff concibe, junto con Leibniz, a la extensión y al continuo como fenómenos.[75] Ello

---

Vol. 3, reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1736, § 548, p. 428.

[70] *Cosmologia generalis*, Jean Ecole Ed., en Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1964, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 4. Reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1737, §§ 219-222, pp. 168-171.

[71] Ibíd., § 221 not., p. 170.

[72] Ibíd., § 223, p. 171.

[73] *Cosmologia generalis*, § 224, p. 172.

[74] Ibíd., § 226, p. 173.

[75] *Cosmologia genaralis*, § 226 not., p. 174. La idea rectora de esta solución a los problemas de la extensión y el continuo reales proviene de Leibniz, quien llegó a la conclusión de que estas dificultades surgían de pensar que la materia y el espacio son substancias, y que la extensión es la substancia de la materia y los cuerpos. De acuerdo con Leibniz, mientras los consideremos como substancias reales, jamás se podrán resolver las dificultades de la composición del continuo. Su solución consiste en darse cuenta de que las cosas materiales no son sino fenómenos, aunque bien fundados en las cosas como son en sí mismas, las

permite superar varias de las dificultades señaladas al final del punto 3, y no es, de acuerdo con Wolff, un punto de vista idealista. Este filósofo entiende por fenómeno "quidquid sensui obvium confuse percipitur,"[76] y destaca que el fenómeno así concebido no debe confundirse con lo que los idealistas llaman fenómeno, lo cual no es sino una apariencia que no tiene realidad verdadera fuera del espíritu, mientras que a lo que él llama fenómeno sí le corresponde una realidad independiente del espíritu.[77] Cuando Kant se formó, esta era la filosofía que dominaba en Prusia, y él la recibió intermediada por seguidores de Wolff.

Los indivisibilismos previos al de Wolff consideraban que la extensión y la continuidad de los cuerpos resultaban directamente de la agregación de indivisibles, a los cuales se tendía a concebir como partículas infinitamente pequeñas. Recordemos que si los indivisibilistas concebían las partes últimas de los cuerpos como puntos, por lo tanto inextensos, se dificultaba mucho la explicación de los cuerpos como agregados. Para salir de esta dificultad, algunos decían que se trataba de partes infinitamente pequeñas, de cuya agregación resultaba una magnitud finita. Así, la extensión y la continuidad resultan directamente de su agregación. Wolff es original, en tanto sostiene que la extensión y la continuidad resultan de la percepción confusa de lo que en sí mismo es

---

mónadas, y que el espacio es además el orden de lo coexistente, mientras que el tiempo es el orden de lo que no es simultáneo. "La source de nos embarras sur la composition du Continu vient de ce que nous concevons la matiere et l'espace comme des substances, au lieu que les choses materielles en elles mêmes ne sont que des phenomenes bien reglées : et Spatium nihil aliud est praecise quam ordo coexistendi, ut Tempus est ordo existendi, sed non simul." Leibniz an Remond, en Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, reimpresión de la edición de Berlin, 1880, Vol. III, p. 612. "Les difficultés de compositione continui ne se resoudront jamais, tant qu'on considerera l'étendue comme faisant la substance des corps, et nous nous embarrassons de nos propres chimeres." Leibniz an Arnauld, en Gottfried Wilhelm Leibniz, *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, Vol. II, p. 98. Cfr. también: *De modo distinguendi phaenomena realia ab imaginariis*, *Die philosophischen Schriften von ... Leibniz*, Vol. VII., p. 322; *Entretien de Philarète et d'Ariste*, en *Die philosophischen Schriften von ... Leibniz*, Vol. VI. pp. 584, 585.

[76] Ibíd., § 225, p. 173

[77] Ibíd., § 226 not., p. 174.

discreto, lo cual le permite considerar a los indivisibles como puntos físicos, y evitar las dificultades que tenían los otros indivisibilismos para explicar la posibilidad de las partículas infinitesimales, así como las de su agregación para constituir magnitudes. Wolff no tiene el problema de dar cuenta de cómo resulta una extensión de la agregación de sus puntos físicos, porque no la concibe como la suma directa de dichos puntos, sino como un fenómeno fundado en dicha agregación. Esto vale sólo para los cuerpos; de la extensión abstracta, Wolff piensa que es divisible al infinito, como la mayoría de los geómetras. La extensión de los cuerpos se presenta a la sensibilidad como continua y no como constituida por indivisibles, pero racionalmente podemos demostrar que en realidad consta de indivisibles puntuales. Así pues, en la cosmología de Wolff, los cuerpos constan de la agregación de infinitos elementos, que son en sí mismos discretos, pero se nos muestran como extensiones continuas, porque los percibimos confusamente de tal manera. Su metafísica, con la distinción de grados entre el conocimiento sensible y el inteligible, la idea de que el conocimiento sensible es confuso, y la doctrina del fenómeno bien fundado, da las bases para una respuesta posible a las dificultades del continuo y la extensión. Allí reside la diferencia con el indivisibilismo anterior. Esto no quiere decir que la posición de Wolff no pudiera ser criticada, como de hecho lo fue.

Ya nos hemos referido a las críticas a la doctrina de los elementos wolffiana que hay en las *Lettres a une Princesse d'Alemagne*. Antes de esa obra, en los *Gedanken von der Elementen der Körper*, Euler arguyó (contra el indivisibilismo infinitista en general, y en particular contra Leibniz y Wolff) que si las mónadas, elementos, o partes constitutivas de los cuerpos son partículas corpóreas infinitamente pequeñas, entonces, si ellas son extensas, son divisibles, no importa cuan pequeñas sean; pero si no tienen ninguna magnitud, ninguna composición de ellas puede ser extensa.[78] Euler piensa que si uno concibe las partes últimas de un cuerpo como entes simples, solamente puede representárselas como partículas

[78] Leonhard Euler, *Gedanken von den Elementen der Körper in welchen das Lehrgebäude von den einfachen Dingen und Monaden geprüfet, und das wahre Wesen der Cörper enddeckte wird* (1746), en Leonhard Euler, *Opera omnia,* Geneva, 1942, ser. 3, vol. 2, 348–366, 352 ss and 362 ss. Esta obra fue publicada bajo seudonimo en 1746.

infinitamente pequeñas.[79] Ahora bien, si el número de entes simples que constituye un cuerpo es infinitamente grande, ¿cómo puede una cantidad infinitamente grande de entidades infinitamente pequeñas constituir una magnitud finita?[80] De hecho, lo infinitamente pequeño no es sino una pura nada.[81] Si se dice que un cuerpo está compuesto por una cantidad determinada y finita de entes simples, ¿cómo puede una cantidad finita de entes indefinidamente pequeños constituir una magnitud finita? ¿Cómo puede la milésima parte de un pie cúbico de materia ser infinitamente pequeña y –como consecuencia– no tener ninguna magnitud? Esto es tan absurdo y desprovisto de sentido respecto de una milésima parte, como lo es respecto de una millonésima parte.[82] No obstante, su crítica malinterpreta a Wolff, porque este no sostiene que los elementos sean partes infinitamente pequeñas, sino puntos físicos inextensos, como tampoco lo hace Leibniz respecto de sus mónadas, que ni siquiera tienen naturaleza física. Euler cree haber mostrado que uno sólo puede representarse a los elementos como partículas infinitamente pequeñas, pero no puntuales; él rechaza el punto de vista wolffiano de que la extensión y la continuidad que resultan de la agregación de elementos puntuales son fenómenos confusos de la agregación de los mismos. Para Euler, esto sólo quiere decir que no es posible comprender de manera clara y distinta como la extensión puede resultar de la agregación de puntos. La metafísica que da sustento a la cosmología wolffiana le parece errada.

Aunque el pensamiento precrítico de Kant pertenece a la tradición wolffiana, en la *Monadologia physica* Kant emplea la misma clase de razonamientos que Euler para negar que sus mónadas sean partículas

---

[79] Euler, *Gedanken von den Elementen der Körper*, § 56, p. 362.
[80] Ibíd., § 60, pp. 362–3.
[81] Ibíd., § 61, 64, p. 363.
[82] Ibíd., § 63, p. 363. "Hernach läuft es noch vielmehr wieder alle unsere festgegründete Begriffe, wie eine endliche Anzahl unendlich kleiner Dinge eine endliche Größe darstellen könne. Denn wie kan zum Exempel der tausendste Theil eines Cubischen Schues Materie unendlich klein seyn, und floglich gantz und gar keine Größe mehr haben? So ungereimt aber dieses von einem tausendsten Theil, den wir noch sehen können, scheinet, eben so ungereimt muß dieses auch von einem millionsten ja so kleinen Theil, als auch immer begriffen werden kan, würklich seyn"; Euler, *Gedanken von den Elementen der Körper*, § 65, p. 363.

corpóreas infinitamente pequeñas, que –por un lado– serían tan pequeñas que no podrían ser divididas, y –por el otro lado– no siendo puntos, sino partes con una extensión, aunque infinitamente pequeña, harían posible explicar los cuerpos por medio de su agregación, ya que en este caso la extensión de los cuerpos no se originaría en puntos físicos inextensos, como los wolffianos.[83] De acuerdo con este punto de vista, después de dividir infinitamente un cuerpo, quedarían las substancias simples que lo constituyen.[84] Kant lo confronta con el siguiente argumento:[85] Los cuerpos son compuestos en los cuales la composición no es sino un accidente, y por lo tanto las substancias sujetos de la misma deben existir.[86] En esa clase de compuestos, que son agregados, la substancialidad del todo está fundada en la substancialidad de las partes. Si fuera posible completar la infinita división de un cuerpo, se seguiría de ello que cada parte primitiva del mismo sería tan pequeña (y tan desprovista de substancialidad), que unida con cualquier número de otras partes primitivas, tan grande como se quiera, nunca llegaría a constituir una particular de materia, y esto niega toda substancialidad al compuesto, y por lo tanto no puede ser verdad respecto de los cuerpos naturales. Esto quiere decir que las substancias simples deben ocupar un espacio definido. Como consecuencia de las críticas de Euler, y para evitar las dificultades presentadas por la doctrina wolffiana de los elementos, Kant concluye en la *Monadologia physica* que para que los cuerpos puedan ser explicados como agregados de elementos primitivos, o mónadas, estas

---

[83] Kant, *Monadologia physica*, Prop. IV, Schol., p. 530. Kant posiblemente se refiere entre otros indivisibilistas a sí mismo. En sus *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendingen Kräfte und Beurtheilung der Beweise derer sich Herr von Leibnitz und andere Mechaniker in dieser Streitsache bedienet haben, nebst einigen vorhergehenden Betrachtungen welche die Kraft der Körper überhaupt betreffen*, en Kant, *Werke in sechs Bänden*, Vol. 1, §§ 142, 143, pp. 198, 199, se dice que substancias provistas de fuerzas ocupan espacios infinitamente pequeños ("unendliche kleine Räumchen"), lo que equivale a decir que son partes infinitamente pequeñas de los cuerpos ("unendlich kleine Teilchen"). El punto de vista de los *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendingen Kräfte* es indivisibilista infinitista.

[84] La división infinita es completa, lo que quiere decir que el cuerpo contiene un número infinito (actual) de substancias simples.

[85] Kant, *Monadologia physica,* Prop. IV, Schol., p. 530.

[86] Kant entiende la composición como un accidente de relación. *Monadologia physica*, Prop. II, p. 522.

deben ocupar un espacio real y finito, lo cual es un resultado importante de esta obra.[87] La lectura de la *Introductio ad Veram Physicam* también debe haber contribuido a esta conclusión. Recordemos que Keill niega que partes inextensas puedan constituir ninguna magnitud. Los puntos –como cualquier otra entidad desprovista de partes– no son magnitudes, sino el comienzo o el final de una magnitud– como en una línea.[88] Cualquier número de puntos, por infinito que ese número sea, no puede producir ninguna magnitud.[89]

La solución de la aporía de la división en la *Monadologia physica* se apoya en la concepción relacional del espacio heredada de Leibniz y Wolff, y modifica la doctrina de los elementos de Wolff, sobretodo en que de nuevo propone un indivisibilismo finitista, para poder resolver los problemas que encuentra en la explicación wolffiana de la extensión y la continuidad. Los cuerpos están constituidos por un número finito de mónadas físicas kantianas, cada una de las cuales ocupa un espacio finito. Este indivisibilismo, a diferencia del atomismo tradicional, no es derrotado por las pruebas geométricas, ni por los razonamientos de Leibniz, ya que las mónadas no llenan ellas mismas su espacio, sino que lo hacen en virtud de fuerzas repulsivas, por medio de las cuales impiden que otras substancias penetren el espacio que ocupan. En esta teoría, el llenado del espacio es dinámico y por lo tanto relacional, de manera que lo dividido al dividir ese espacio no es la substancia sino una esfera de su actividad, que consiste en su relación (dinámicamente concebida) con las demás substancias. Kant sostiene que encontrar una pluralidad en la relación de la substancia no anula su simplicidad. Una manera similar de concebir el indivisibilismo fue propuesta por Boscovich. De la división (geométrica) del espacio ocupado por la mónada, no resulta una pluralidad de partes que puedan existir separadas. Es decir, que a diferencia de la división geométrica del espacio que ocupan, la división

---

[87] Ibíd., Prop. V, pp. 530–2. Hemos presentado esta tesis en Gustavo Sarmiento, "On Kant's Definition of the Monad in the *Monadologia physica* of 1756," *Kant-Studien*, 96, 2005, pp. 1-19

[88] Cf.: Euclid, *The Thirteen Books of the Elements*, trans. Thomas L. Heath, 3 vol., 2a edicion, New York: Dover, 1956, Vol. 1, p. 153, definiciones 1 y 2: "A *point* is that which has no part" and "the extremities of a line are points."

[89] John Keill, *Introductio ad Veram Physicam*, p. 18; *Introduction to Natural Philosophy*, p. 21.

física de las mónadas, y por lo tanto: de los cuerpos, no prosigue *ad infinitum*. La aparente dificultad existente en la concepción de una entidad que puede ser dividida geométricamente, pero no físicamente, se resuelve a través de una concepción relacional del espacio y de la ocupación del mismo. La mónada física ocupa su espacio en virtud de sus relaciones dinámicas con las mónadas circundantes, en tanto ejerce sobre ellas una fuerza de impenetrabilidad, que impide que ellas penetren el espacio que ocupa. De esta manera, la pluralidad puesta de manifiesto en la división geométrica del espacio ocupado, concierne a la relación de la mónada con las otras mónadas, y no implica una pluralidad substancial en la misma mónada. Por lo tanto, la división geométrica no revela una pluralidad de partes en la mónada, cada una de las cuales pueda existir separadamente. El punto de vista de Kant no es el del atomismo, que postula en la naturaleza átomos geométricamente divisibles, pero físicamente indivisibles. Estos átomos están sujetos a varias críticas: primero, que sí son divisibles, sólo que en la naturaleza no existe ninguna fuerza que los divida (pero, Dios, p. ej., podría dividirlos). Más importante, que tales entes no serían simples, porque tendrían como fundamentos las partes en las cuales pueden dividirse, por lo cual no serían los fundamentos últimos de los cuerpos. No serían unidades, sino pluralidades. En cambio, la mónada kantiana es una y la misma, es indivisible, tanto geométricamente como físicamente, porque su naturaleza no es espacial. Al contrario, las mónadas son anteriores al espacio, que se funda en sus relaciones dinámicas. Por ello no constan de partes. En *Von dem ersten Grunde des Unterschiedes der Gegenden im Raume* de 1768, Kant abandona este punto de vista y pasa a concebir al espacio como algo ontológicamente anterior a aquello que lo ocupa. Una consecuencia de ello es que tiene que abandonar la solución de la *Monadologia physica*, y con ella el indivisibilismo finitista que formaba parte de la misma. Él sigue siendo un partidario del indivisibilismo, y un seguidor no-ortodoxo de la cosmología wolffiana. Por otro lado, tampoco abandona la tesis de la "geometría," en particular la divisibilidad infinita del espacio ocupado por los cuerpos, que proviene de la tradición medieval que le llega a través de Keill.

En la Disertación Inaugural de 1770, Kant vuelve a recorrer una parte de la senda wolffiana que había abandonado en la *Monadologia*

physica, a la vez que introduce nuevas modificaciones. La posición resultante de nuevo lo distancia de la filosofía de Wolff, tal vez más que en la *Monadologia physica*, aunque todavía conserva su convicción en la metafísica monadológica. Esta obra trata acerca de la diferencia entre el mundo tal como es aprehendido por el conocimiento sensible, al cual llama mundo sensible, y el mundo tal como es en sí mismo, el mundo inteligible, conocido por la razón. Ambos mundos, con sus respectivos conocimientos, tienen distintos principios. El mundo sensible está sometido a la forma de la sensibilidad, el espacio y el tiempo, y por lo tanto, allí los compuestos son divisibles *in infinitum* y no constan de partes simples, como tampoco el espacio que es su forma. Es bien conocido que en la *Dissertatio* Kant adelanta mucho de la doctrina del espacio y el tiempo que aparece en la *Crítica de la Razón Pura* de 1781. Por otro lado, los compuestos, tal como son en sí mismos, constan de simples, que en número infinito, los constituyen por agregación. Aquí hay un retorno a un indivisibilismo infinitista como el de Wolff. Al igual que en este, lo que en sí mismo es discreto, se nos aparece fenoménicamente como extenso y no compuesto de simples. Pero Kant rompe con la tradición de Wolff en un aspecto fundamental, que va más allá de lo que había hecho en la *Monadologia physica*, ya que no considera al conocimiento sensible como una percepción confusa de algo que sólo la inteligencia conoce clara y distintamente. A partir de la *Dissertatio*, Kant propone una distinción de esencia y no de grados entre ambos conocimientos, que se mantiene en la *Crítica de la Razón Pura*. La manera en que la *Dissertatio* trata el problema de la división de los cuerpos consiste en la conciliación del divisibilismo, que rige en el mundo sensible, con el indivisibilismo infinitista, que vale en el mundo inteligible. En la *Dissertatio* no se trata de que percibimos la composición de elementos discretos de manera confusa como la extensión y continuidad de los cuerpos. La distinción de naturaleza, y no de grados, entre el conocimiento intelectual y el sensible tiene como consecuencia que no podemos percibir en absoluto dicha composición, ni clara ni confusamente. La *Dissertatio* considera que la extensión y la continuidad de los cuerpos se funda en la extensión y continuidad del espacio, que es la forma de la sensibilidad, y por lo tanto, la condición a la cual se tiene que someter todo lo que se aparece a ella. Además, de la extensión y la continuidad de los cuerpos no tenemos un conocimiento

confuso, sino claro y distinto, como el que nos da la geometría.[90] Cuando en la *Crítica de la Razón Pura* se deja a un lado definitivamente la pretensión del conocimiento inteligible de aprehender como son las cosas en sí mismas, esta solución también colapsa. En la *Crítica de la Razón Pura* Kant adopta una posición divisibilista respecto de la división de la materia, que está estrechamente vinculada al *Idealismo Trascendental* y concibe al infinito de la división de la materia como potencial.

Kant parte (en los *Gedanken von der wahren Schätzung der lebendingen Kräfte*) de un punto de vista acerca de los elementos de los cuerpos cercano al de Wolff. En la *Monadologia physica*, bajo el influjo de los newtonianos, sobre todo de Keill y Euler, se separa de la solución de Leibniz y Wolff a los problemas de la extensión y el continuo. La *Dissertatio* vuelve a considerar como fenómenos a la extensión y a la continuidad, al introducir su doctrina idealista del mundo sensible, pero no piensa que la extensión y la continuidad de los cuerpos estén fundados en la composición de una pluralidad de mónadas, sino en su sometimiento a la condición subjetiva de la aparición de los fenómenos al sentido externo; a saber: el espacio. Sin embargo, todavía piensa que en última instancia es posible conocer que en sí mismos los cuerpos son agregados de mónadas. Finalmente, en la *Crítica de la Razón Pura*, Kant renuncia a la posibilidad de que el fundamento último del continuo sea aprehendido por la razón. Teniendo en cuenta la distancia que separa de la filosofía de Leibniz y Wolff a las soluciones a la antinomia de la división de la *Dissertatio* y la *Crítica de la Razón Pura*, sin embargo ellas vuelven a estar bajo el influjo del pensamiento leibniziano según el cual la salida a las dificultades de la composición del continuo consiste en darse cuenta de que la materia y los cuerpos no son sino fenómenos.

5.

El tratamiento de la cuestión de la divisibilidad de la materia por parte de la física ha recorrido un camino independiente de la filosofía a partir de Newton, pero sólo desde los trabajos de Dalton ha podido presentar una concepción atomista respaldada por experimentos. La indagación teórico-experimental de la estructura de la materia se ha

---

[90] Hemos tocado varios de estos puntos en Gustavo Sarmiento, *La Aporía de la División en Kant*, Equinoccio, Caracas, 2004, Cap. III, pp. 169 ss.

mostrado extraordinariamente fecunda, sobre todo a partir del siglo XX, hasta llegar al llamado modelo estándar de la estructura de la materia, que tiene un extraordinario poder predictivo, aunque sus partidarios no lo consideran una explicación definitiva. La física de partículas ha mostrado experimentalmente lo que tal vez podríamos interpretar como sucesivas divisiones de la materia, partiendo de "corpúsculos," como los átomos postulados en el siglo XIX, que en realidad resultaron no ser indivisibles, hasta los quarks del modelo estándar. Sigue abierta la interrogante de si hay o no constituyentes últimos de la materia, que de todos modos no podrán ser interpretados como los átomos de Demócrito, ni los corpúsculos de los físicos de los siglos XVII y XVIII. Como la cuestión de la división de la materia habrá de decidirse experimentalmente, la ausencia de aceleradores de partículas suficientemente potentes para producir velocidades que permitan verificar si las partículas que hasta ahora se han descubierto podrán a su vez romperse y dividirse en otras partículas que las constituyen, o permanecerán indivisibles, impide resolverla por ahora. La construcción de nuevos aceleradores permitirá dilucidar la simplicidad o composición de los quarks. Por otro lado, siempre podría suceder que detrás de los quarks y otras partículas elementales se descubran nuevas partículas, y así sucesivamente. De cualquier manera, hay que tener presente que el modelo estándar de las partículas elementales difiere fundamentalmente del atomismo y corpuscularismo tradicionales. La física de partículas se basa en nociones ajenas al atomismo tradicional, como las de simetría, fuerza, conservación de los números cuánticos, etc. En dicha física hay principios de conservación de entidades, pero estas no son ninguna clase de partículas como las del atomismo o el corpuscularismo del siglo XVII. Desde esta perspectiva, la doctrina wolffiana de los elementos puntuales dotados de fuerzas, o la explicación de las mónadas dinámicas del Kant pre-crítico, son más afines a las modernas concepciones que el atomismo.

6

Retomemos la cuestión de por qué la inconmensurabilidad presenta tal desafío, tanto al indivisibilismo finitista como al indivisibilismo infinitista. Ya vimos que la inconmensurabilidad niega la existencia de unidades universales de medida, que serían los indivisibles. Esto basta

para descartar la existencia de indivisibles finitos. Ahora bien, los medievales pensaron que la inconmensurabilidad también negaba el indivisibilismo infinitista. El argumento de la diagonal ilustra esto, ya que muestra una correspondencia uno a uno entre los infinitos puntos del lado y de la diagonal del cuadrado, por lo cual ambas líneas –con sus correspondientes magnitudes– serían conmensurables (e iguales) si el indivisibilismo fuera cierto. Esta conclusión presupone una relación entre la longitud de cualquier línea recta y los indivisibles que la constituyen, la cual se ha sacado de la relación entre la línea y los segmentos de línea finitos que la constituyen. La longitud de una línea recta es igual a la suma de las longitudes de los segmentos en los cuales la dividamos. De igual manera, si la línea constara de un número finito de indivisibles de tamaño finito, su longitud sería igual a la suma de los tamaños de los indivisibles que la constituyen. La consecuencia de esto es que la longitud de la línea es proporcional al número de indivisibles que la constituyen, que es un número entero finito. Ahora bien, si la línea consta de indivisibles inextensos, su longitud debería ser proporcional al número de los mismos, que es infinito. Y si hay una correspondencia uno a uno entre dos líneas rectas, entonces el número de indivisibles en ambas es igual, por lo cual, su longitud debería ser la misma. Otra variante de este razonamiento sería la siguiente: tanto en la línea recta como en la diagonal hay infinitos puntos indivisibles que las constituyen, por lo cual entre ellas puede establecerse una proporción como la que hay entre magnitudes racionales, lo cual es absurdo.

A la base de esto está la suposición de que la línea está constituida por los infinitos indivisibles de la misma manera en que está constituida por sus segmentos finitos. Con ello se esta tratando a los indivisibles como si fueran segmentos de la línea. Ello hace posible que los indivisibles sean pensados como magnitudes, aún si no son extensos, y conduce a pensar que la longitud de la línea es proporcional al número de indivisibles en ella, incluso si este número es infinito. Al hacerlo se aplica la teoría de las proporciones entre magnitudes finitas a agregados infinitos. Y de esta manera se incorporan a la crítica del indivisibilismo infinitista los problemas del infinito actual.

El indivisibilismo finitista considera que en la extensión hay un

número entero de indivisibles, los cuales están contiguos uno al otro y en sucesión, como los números enteros: el 1º al lado del 2º, el 2º al lado del 3º, el 3º al lado del 4º, y así sucesivamente. El indivisibilismo infinitista también era concebido a partir de una analogía con los números enteros. Se consideraba que en la recta había un número entero, si bien infinito de indivisibles. Hoy en día, esto equivaldría a decir que hay una correspondencia uno a uno entre los puntos de la línea y el conjunto de los números enteros. Esa manera de concebir al indivisibilismo infinitista posiblemente resultaba en última instancia de la analogía entre los infinitos puntos de la línea y los segmentos en que la misma puede ser dividida. Supongamos un número finito de segmentos que constituyen una recta finita, tenemos el primero, junto a este el segundo, después el tercero y así sucesivamente; hay un número entero finito de segmentos, que contiguos uno al otro, en sucesión, constituyen la línea. De igual manera, se pensó, los puntos de la línea, sus infinitos indivisibles, están uno al lado del otro, en sucesión, como los números enteros, sólo que en número infinito. después del 1º viene el 2º, después del 2º el 3º, y así sucesivamente *ad infinitum*. Así como, cualquiera que sea el número (entero) del segmento, digamos n, el segmento n de la línea recta es seguido por el segmento $n + 1$, y no hay nada entre los dos, y así para todos los segmentos, el indivisible n es seguido por el indivisible $n + 1$ y no hay nada entre los dos, y así para todos los indivisibles.[91] La paradoja en el círculo y el cuadrado resulta de esto: se supone que hay una correspondencia uno a uno entre los puntos de ambas líneas, que es pensada de manera tal que conduce a que en ambas hay el mismo número *entero e infinito* de puntos y como la longitud debe ser proporcional al número de puntos, se tiene que la longitud es la misma en ambos círculos, o en la diagonal y el cuadrado, lo cual es absurdo. En realidad, los puntos de una línea no están dispuestos de la manera que hemos indicado arriba. Entre cualesquiera dos puntos, siempre hay más puntos, de manera que si se intentara numerarlos resultaría que entre el punto n y el punto $n + 1$ siempre quedarían puntos por numerar.

Es evidente que la longitud de una línea no es proporcional al

---

[91] En el lenguaje de la teoría de conjuntos: el conjunto de puntos de la línea es numerable.

número de puntos en ella. La longitud de una línea no se funda en sus puntos de la misma manera que se funda en sus segmentos. También parece claro que la teoría de las proporciones no se puede extender sin más a los infinitos. Hay errores en algunos razonamientos que atribuyen absurdos al indivisibilismo infinitista. Por otro lado, si la manera tradicional de comprender cómo surge la extensión a partir de los indivisibles no es aplicable al indivisibilismo infinitista, ¿de que otro modo se va a entender la generación de la extensión a partir de infinitos indivisibles? Si los indivisibles constitutivos de la extensión no son numerables, entonces habría que concebir su composición de una manera diferente a como el indivisibilismo ha pensado la composición de la extensión y el continuo, y alguna relación debe haber entre los puntos de la extensión, el conjunto infinito de ellos, y su magnitud, si esta consta de infinitos indivisibles. No intentaremos llegar a conclusiones en la deliberación acerca de si el indivisibilismo infinitista puede o no salvarse mediante estas consideraciones. Nos contentamos con haber mostrado algunas de las dificultades que encierra esta posición, referir brevemente la solución que se dio a algunas de ellas, y mencionar otras dificultades que no han sido resueltas.

Isaac Barrow, Rohault y Keill se referían a las limitaciones del intelecto humano como obstáculo para la comprensión del infinito, pero en cierta medida el problema residía en una comprensión todavía inadecuada de los infinitos, no en que el entendimiento humano no pudiera comprender de ninguna manera al infinito. La teoría de conjuntos desarrollada a finales del siglo XIX por Georg Cantor hizo inteligible el concepto del infinito actual, al menos desde la perspectiva matemática. Esta teoría reivindicó la noción del infinito actual y propuso una teoría coherente de los conjuntos infinitos, que prueba la posibilidad de que el continuo conste de un infinito actual de puntos. Desde esta perspectiva es posible mostrar la posibilidad de la posición indivisibilista respecto del continuo matemático.[92]

[92] El lector puede sacar provecho de dos buenas exposiciones introductorias de la teoría de conjuntos: David M. Burton, *Burton's History of Mathematics. An Introduction*, Dubuque, Wm. C. Brown Publishers, 1995, Capítulo 12: The Theory of Sets: Georg Cantor, pp. 584 ss.; Geoffrey Hunter, *Metalógica.*

La teoría de Cantor permitió comparar las magnitudes de conjuntos infinitos de números. De acuerdo con esta teoría, dos conjuntos son equivalentes, o equipotentes,[93] si existe una correspondencia uno a uno entre sus elementos (es claro que en el caso particular de los conjuntos finitos, dos de ellos son equivalentes si tienen el mismo número de elementos[94]). Esta manera de definir la equivalencia entre conjuntos prescinde de la noción de finitud y de la noción de número. Ello permite despejar varias paradojas de los conjuntos infinitos, entre ellas las que hemos visto arriba. Existen conjuntos contables o numerables, que son aquellos que tienen una correspondencia uno a uno con el conjunto de los números naturales, y los conjuntos infinitos que no son contables son llamados no numerables. Cantor probó que diversos conjuntos infinitos son numerables, pero que había conjuntos que no eran numerables. Entre ellos están el conjunto de los números reales (el continuo real), una línea infinita (el continuo lineal), o diversos subconjuntos de estos conjuntos, por ejemplo, las diferentes líneas finitas (círculos, rectas, etc.). Esto último probó que las variedades del infinito eran mayores de lo que se pensaba y que el infinito contenido en el conjunto de los reales, y en cualquier subconjunto de ellos (p. ej., el conjunto de los números entre o y 1), en una línea infinita, o en cualquier línea finita, es mayor que el contenido en los números naturales. Volviendo a nuestras paradojas, según la teoría de conjuntos, los dos círculos, el lado y la diagonal del cuadrado, son conjuntos equivalentes, sin que ello genere contradicciones. A nuestro modo de ver, está pendiente, sin embargo, la explicación de la diferencia de longitudes en estas líneas, si ellas son consideradas como constituidas por sus puntos. Ellas remiten a la aclaración de cómo la extensión puede fundarse en un conjunto infinito de puntos o indivisibles, y respecto de esta dificultad, tal vez sean pertinentes algunas de las consideraciones filosóficas a las cuales nos hemos referido en este trabajo.

Introducción a la Metateoría de la Lógica Clásica de Primer Orden, Madrid, Paraninfo, 1981, Primera parte, pp. 30 ss.

[93] Esta es una manera rigurosa de definir "tener tantos elementos como". Un conjunto tiene tantos elementos como sus conjuntos equivalentes.

[94] Pero esto no se puede extender a los conjuntos infinitos.

BIBLIOGRAFÍA

’sGravesande, Willem Jacob. *Mathematical Elements of Physicks, Prov’d by Experiments: Being an Introduction to Sir Isaac Newton’s Philosophy*, John Keill, traductor, London, G. Strahan, 1720.

“Martini Lister, e Medicis Domeſticis Sereniſſimæ Majeſtatis Reginæ Annæ, Diſſertatio de Humoribus,” *Acta Eruditorum*, 1711; mayo, pp. 216-22.

“Philoſophical Principles of Natural Religion, &c. h.e. Philoſophica Principia Religionis Naturalis, quæ Elementa Philoſophiæ Naturalis continent, & probationes, ad ſtabiliendam religionem naturalem inde deductas: Autore Georgio Cheynæo,” *Acta Eruditorum,* 1710: Octubre, pp. 454-64.

“Prælectiones Chymicæ: In quibus omnes fere operatones Chymicæ ad vera principia & ipſius Naturæ leges rediguntur, Oxonii habitæ a Johanne Freind, M.D. Ædis Christi Alumno,” *Acta Eruditorum*, 1710: Septiembre, pp. 412-16.

Aiton, E. J. *The Vortex Theory of Planetary Motions*, London, Macdonald, 1972.

al-Ģhazzālī. *Algazel’s Metaphysics*. A Mediaeval Translation, Rev. J. T. Muckle, C.S.B. Editor, St. Mchael’s College, 1933.

Aristoteles. *The Works of Aristotle*. Translated into English under the editorship of W. D. Ross, 1a edición, Oxford, Oxford at the Clarendon Press, 1930.

Barrow, Isaac. *Mathematical Lectures Read in the Publick Schools at the University of Cambridge*, London, 1734.

Baumgarten, Alexander Gottlieb. *Metaphysica*, Editio IIII., Halae Magdeburgicae, Impensis Carol. Herman. Hemmerde, 1757, reimpreso en Kant, *Gesammelte Schriften*, Vol. XVII.

Bayle, P. *Dictionaire Historique et Critique*, XVI Vols., Slatkine Reprints, Genève, 1969. Reimpresión de la edición de la edición de París, 1820-1824.

Beck, L. W., Ed., *Proceedings of the Third International Kant Congress,* D Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1972.

Bentley, Richard. *Sermons Preached at Boyle's Lecture; Remarks upon a Discourse of Free-Thinking; Proposals for an Edition of the Greek Testament; etc. etc.*, Alexander Dyce, Editor, London, Francis Macpherson, 1838.

Boscovich, Roger Joseph. *A Theory of Natural Philosophy*, The M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts, 1966. Edición Inglesa de la primera edición de Venecia, 1763.

Boyle, Robert. *The Sceptical Chymist*, London, J. M. Dent & Sons Ltd., 1911.

Boyle, Robert. *A Disquisition About Final Causes of Natural Things: Wherein it is inquir'd, Whether, And (if at all) with what Cautions, a Naturalist should admit of Them*, London, 1688.

Brewster, (Sir) David. *Memoirs of the Life, Writings, and Discoveries of Sir Isaac Newton*, 2 Vols., Johnson Reprint Corporation, New York, 1965, Reimpresión de la edición de Edimburgo de 1855.

Brunet, Pierre. *L'Introduction des Théories de Newton en France au XVIIIe Siècle*, Vol. 1 : Avant 1738, Paris, Librairie Scientifique Albert Blanchard, 1931.

Burnet, Thomas. *The Sacred Theory of the Earth, containing an account of the original of the Earth, and of all the general changes which it had undergone or is to undergo, till the consummation of all things*, London, 1684

Burton, David M. *Burton's History of Mathematics. An Introduction*, Dubuque, Wm. C. Brown Publishers, 1995.

Calinger, Ronald S. "The Newtonian-Wolffian Confrontation in the St. Petersburg Academy of Sciences (1725-1746)", *Journal of World History*, 11 (1968), pp. 417-35.

Calinger, Ronald S. “The Newtonian-Wolffian Controversy (1740-1759)”, *Journal of the History of Ideas*, 30 (1969), pp. 319-30.

Capek, Milic (Ed.). *The Concepts of Space and Time. Their Structure and Their Development,* Boston Studies in the Philosophy of Science, Volume XXII, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1976.

Cassirer, Ernst. *El Problema del Conocimiento en la Filosofía y en la Ciencia Modernas*, 2 Vols., Wenceslao Roces, Trad., Vol. 2, México, Fondo de Cultura Económica, 1956.

Cheyne, George. *Philoſophical Principles of Religion. Natural and Revealed*, 2 Parts, 3a edición, London, George Strahan, 1724.

Clarke, Samuel. *A Demostration of the Being and Atributes of God. 1705. A Discourse concerning the Unchangeable Obligations of Natural Religion. 1706*, Faksimile-Neudruck der Londoner Ausgaben, Friedrich Frommann Verlag (Günther Holzboog), Stuggart-Bad Cannstatt, 1964.

Corr, Charles A. “Did Wolff follow Leibniz?”, *Akten des 4. Internationalen Kant-Kongresses Mainz*. 6-10. April 1974, II, 1, ed. Gerhard Funke, Walter de Gruyter, Berlin, 1974, pp. 11-21.

Corr, Charles A. “Christian Wolff and Leibniz”, *Journal of the History of Ideas*, Vol. XXXVI, No. 2, April-June 1975, pp. 241-262.

Descartes, René. *Oeuvres de Descartes*, Charles Adam y Paul Tannery Eds., 11Vol., Librairie philosophique J. Vrin, Paris, 1964 -1974.

Descartes, René. *Regles pour la Direction de l’Esprit,* Traduction et notes par J. Sirven, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1996.

Descartes, René. *Discours de la Méthode*, texto y comentario de Étienne Gilson, 4a edición, Paris, Vrin, 1967.

Dictionary of Scientific Biograhphy. Charles Coulston Gillispie Ed., New York, Charles Scribner’s Sons, 1973.

Dolnikowski, Edith Wilks. *Thomas Bradwardine. A View of Time and a Vision of Eternity in Fourteenth Century Thought*, E. J. Brill, Leiden, 1995.

Dreyer, J. L. E. *A History of Astronomy from Thales to Kepler,* formerly titled *History of the Planetary Systems from Thales to Kepler*, Revised with a Foreword by W. H. Stahl, 2ª edición, New York, Dover Publications Inc., 1953. Re-publicación de la edición original de 1906.

Du Hamel, Joannes-Baptista. *Philosophia vetus et nova ad usum scholae accomodata in regia Burgundia olim pertractata,* Parisiis*,* 1678.

Dugas, René. *La Mécanique au XVIIe Siècle (Des Antécédents Scolastiques a la Pensée Classique),* Neuchâtel*,* 1954.

Duns Scotus, Johannes. *Opera Omnia. Mit einem Vorwort von Tullio Gregory*, 12 Vols., Hildesheim, Georg Olms Verlagsbuchhandlung, 1968-69

Duns Scoti, Ioannis. *Quæstiones in Lib. II. Sententiarum*, Tomi sexti pars Prima (VI, I), Lugduni, Sumptibus Laurentii Durand, 1639, Reimpreso en Johannes Duns Scotus, *Opera Omnia.*

École, Jean. *Introduction a l'Opus Metaphysicum de Cristian Wolff*, Paris, Vrin, 1985.

École, Jean. "Un essai d'explication rationnelle du monde ou la Cosmologia generalis de Christian Wolff", *Giornale di metafísica*, 1963/6, pp. 622-650, en Jean Ecole, *Introduction a L'Opus Metaphysicum de Christian Wolff*, pp. 20-48.

Erdmann, Benno. *Ein Nachtrag zu Kants Werken*, Preuss, Jahrbuch 37, 1876.

Erdmann, Benno. *Die Entwicklungsperioden von Kants theoretischer Philosophie*, en: *Reflexionen Kants zur Kritik der reinen Vernunft. Aus Kants handschriftlichen Aufzeichnungen*, Benno Erdmann, Ed., Leipzig, 1884

Euclides. *The thiteen books of Euclid's Elements*, Thomas L. Heath Traducción y Comentario, 2a. Edición, Vol I-III, Dover Publications, New York, 1956.

Euler, Leonhardt. *Opera omnia*, Geneva, 1942.

Euler, Leonhardt. *Gedanken von den Elementen der Körper*, 1746,

en Leonhard Euler, *Opera omnia*, Geneva, 1942.

Euler, Leonhardt. *Lettres a une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, Paris, Charpentier, Libraire-Editeur, 1843, publicadas por primera vez en San Petersburgo, 1768 a 1722.

Fellmann, Emil A. *Leonhard Euler*, Reinbek bei Hamburg, Rowohlt, 1995.

Fichant, Michel. *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz*, Paris, Presses Universitaires de France, 1998.

Fichant, Michel. "La « Fable du Monde » et la signification métaphysique de la science cartésienne," en: Michel Fichant, *Science et métaphysique dans Descartes et Leibniz*, pp. 59-84.

Fontenelle. *Œuvres Complètes*, 7 vols., Paris, Fayard, 1989.

Freind, John. [*Johannis Friend, M.D. Serenissimæ Reginæ Carolinæ Archiatri,*] *Opera Omnia Medica*, London, Johannis Wright, 1733.

Freind, John. *Prælectiones Chymicæ: In quibus omnes fere Operatones Chymicæ Ad Vera Principia & ipſius Naturæ Leges rediguntur; Anno 1704*, Oxonii, in Musæo Ashmoleano Habitæ, 1709, en John Friend, *Opera Omnia Medica*.

Freind, John. *"Johannis Freind, M.D. Oxon. Prælectionnm Chymicarum Vindiciæ, in quibus Objectiones, in Actis Lipſienſibus Anno 1710. Menſe Septembri, contra Vim materiæ Attractricem allatæ, diluuntur," Philosophical Transactions (1683-1775)*, Volume 27 (1710-1712), pp. 330-342.

Galilei, Galileo. *Discoveries and opinions of Galileo*, S. Drake (Trad.), New York, 1957.

Gerhardt, C. I., Editor, *Briefwechsel zwischen Leibniz und Christian Wolff. Aus den Handschriften der Koeniglichen Bibliothek zu Hannover*, Hildesheim, Georg Olms Verlag, 1971. 2a reproducción de la edición de Halle de 1860.

Gilson, Étienne. *Études sur l'histoire de la formation du système*

cartésien, Paris, Vrin, 1930.

Gregory, David. *The Elements of Physical and Geometrical Astronomy. To which is Annex'd, Dr. Halley's Synopsis of the Astronomy of Comets*, 2 vols, Johnson Reprint Corporation, New York, 1971. Reimpresión de la edición de 1726.

Halkett, Samuel; Laing, John. *Dictionary of Anonymous and Pseudonymous English Literature*, New and enlarged edition by James Kennedy, W. A. Smith and A. F. Johnson, II, Edinburg, Oliver and Boyd, 1926.

Hall, A. Rupert. *Philosophers at War. The Quarrel Between Newton and Leibniz*, Cambridge, 1980.

Hall, A. Rupert. *From Galileo to Newton*, New York, Dover Publications, Inc., 1981.

Hall, A. Rupert. *Henry More and the Scientific Revolution,* Cambridge, Cambridge University Press, 1997.

Harris, John. *Lexicon Technicum: Or, An Universal English Dictionary of Arts and Sciences: Explaining not only the Terms of Art, but the Arts Themselves*, 2 Vols., London, Dan. Brown etc., 1704-1710.

Hauksbee, Francis. *Physico-mechanical Experiments on Various Subjects,* London, 1709.

Heath, Thomas. *A History of Greek Mathematics*, Vol I., *From Thales to Euclid*, Dover, New York, 1981.

Heimsoeth, Heinz. *Atom, Seele, Monade. Historische Ursprünge und Hintergründe von Kants Antinomie der Teilung*, Abhandlungen der geistes und sozialwissenschaftlichen Klasse der Akademie der Wissenschaften und der Literatur in Mainz, Jahrgang 1960, NR. 3, pp. 257-398.

Hesse, Mary B. *Forces and Fields. The Concept of Action at a Distance in the History of Physics, Greenwood Press Publishers, Westport, Conneticut,* 1962, reimpreso en 1970.

Hiscock, W. G., Ed., *David Gregory, Isaac Newton and Their*

Circle. Extracts from David Gregory's Memoranda *1677-1708,* Oxford University Press, Oxford. 1937.

Hunter, Geoffrey. *Metalógica. Introducción a la Metateoría de la Lógica Clásica de Primer Orden*, Madrid, Paraninfo, 1981.

Jammer, Max. *Concepts of Space. The History of Theories of Space in Physics*, 2ª Edición, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1970.

Kant, Immanuel. *Gesammelte Schriften,* Edición de la Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften , Walter de Gruyter & Co., Berlín y Leipzig, 1926.

Kant, Immanuel. *Werke in sechs Bänden*, Wilhelm Weischedel Ed., Wissenschafliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1983.

Katz, Victor J. *A History of Mathematics. An Introduction*, New York, HarperCollins*CollegePublishers*, 1993.

Keill, James. *An Account of Animal Secretion* ..., London, 1708.

Keill, John. *An Examination of Dr. Burnet's Theory of the Earth Together with Some Remarks on Mr. Whiston's New Theory of the Earth*, Oxford, Printed at the *Theater*, 1698.

Keill, John. *Introdutio Ad Veram Physicam: seu Lectiones Physicæ Habitæ in Schola Naturalis Philosophiæ Academiæ Oxoniensis. Quibus accedunt Christiani Hugenii Theoremata de Vi Centrifuga & Motu Circulare demonstrata*, 2ª Edición, Oxoniæ, 1705.

Keill, John. "Epistola ad Cl. virum Gulielmum Cockburn, Medicinæ Doctorem. In qua Leges Attractionis aliaque Physices Principia traduntur," 1708, en *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 26, 1708-1709, pp. 97-110.

Keill, John. "Jo. Keill ex Aede Christi Oxoniensis, A. M. Epistola ad Clarissimum Virum Edmundum Halleium Geometriae Professorum Savilianum, de Legibus Virium Centripetarum," 1708, *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 26 (1708-1709), pp. 174-188.

Keill, John. Johannis Keill A.M. Ex Aede Christi, in Academia

Oxoniensi, “Epistola ad Clarissumum Virum Christianum Wolfium in Academia Regia Fridericiana Mathematum Professorem,” *Acta Eruditorum*, enero de 1710, pp. 11-15.

Keill, John. “Problematis Kepleriani, de inveniendo vero Motu Planetarum, areas tempori proportionales in Orbibus Ellipticis circa Focorum alterum describentium, Solutio Newtoniana; a D. J. Keill Astr. Prof. Savil. Oxon. & R.S.S. demonstrata & exemplis illustrata,” *Philosophical Transactions* (1683-1775), Volume 28, 1713, pp. 1-10.

Keill, John. “Theoremata quædam infinitam Materiæ Diviſibilitatem ſpectantia, quæ ejuſdem raritatem & tenuem compoſitionem demonstrant, quorum ope plurimæ in Phyſica tolluntur difficultates,” *Philosophical Transactions (1683-1775)*, Volume 29 (1714-1716), 1714, pp. 82-86.

Keill, John. *Introductio Ad Veram Astronomiam seu Lectiones Astronomicae. Habitae in Schola Astronomica Academiae Oxoniensis*, Editio Secunda, multo Auctior & Emendatio, Londini, G. Straham, 1721.

Keill, John. *An introduction to natural philosophy: or, philosophical lectures read in the University of Oxford, Anno Dom 1700. To which are added, the demonstrations of Monsieur Huygens's theorems, concerning the centrifugal force and circular motion,* traducida de la ultima edición en Latin, 3ª edicion, London: Woodfall, printed for J. Senex, W. Innys and R. Manby, J. Osborn and T. Lo, 1733.

Keill, John. *Introductiones ad Veram Physicam et Veram Astronomiam. Quibus accedunt Trigonometria. De viribus centralibus. De legibus attractionis*, Mediolani (Milán), Franciscus Agnelli, 1742.

Keill, John. *An Introduction to the True Astronomy: Or, Astronomical Lectures, Read in the Astronomical School of the University of Oxford*, 4th Edition, London, Henry Lintot, 1748.

Kirk, G. S. y Raven, J. E. *Los Filósofos Presocráticos, Historia Crítica con Selección de Textos,* Madrid, Gredos, 1969.

Koyré, Alexandre. *L'aventure de la science. Melanges Alexandre Koyré,* Vol. I, Hermann, Paris, 1964, pp. 416 ss.

Kubrin, David. “John Keill,” en *Dictionary of Scientific*

Biograhphy, Vol . VII, pp. 275-7.

Kuhn, Thomas S. "Robert Boyle and Structural Chemistry," *Isis*, vol. 43, April 1952, pp. 12-36.

Lasswitz, Kurt. *Geschichte der Atomistik vom Mittelalter bis Newton,* 2 Vol., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1963. Reimpresión de la edición de Hamburg y Leipzig, 1890.

Leclerc, Ivor. *"The Meaning of 'space' in Kant",* en L. W. Beck, Ed., Proceedings of the Third International Kant Congress, pp. 393-400, D Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland, 1972.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Mathematische Schriften*, C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1971. Segunda reimpresión de la edición de Berlín y Halle, 1849 -1863.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz,* C. I. Gerhardt Ed., 7 Vols., Georg Olms, Hildesheim, 1965, Reimpresión de la edición de Berlin, 1880.

Locke, John. *An Essay Concerning Human Understanding*, 2 Vols., Dover Publications, New York, 1959.

Lucrecio, *De la Nature*, Traduction Nouvelle, Introduction et Notes de Henri Clouard, Deuxième Édition, Paris, Librairie Garnier Frères, 1939.

Manuel, Frank E. *A Portrait of Isaac Newton*, Cambridge, Massachussets, the Belknap Press of Harvard University Press, 1964.

Meli, D. Bertoloni. "Carolina, Leibniz, and Clarke," *Journal of the History of Ideas*, Vol. 60, No. 3, July 1999, pp. 469-486.

More, Henry. *Philosophical Writings of Henry More*, Flora Isabel MacKinnon Ed., New Cork, Oxford University Press, 1925.

More, Henry. *Enchiridion Metaphysicum*, As translated in the *Saducismus Triumphatus* of Joseph Glanvil, London, 1681, under the title *The Easie, True, and Genuine Notion and Consistent Explication of the Nature of a Spirit*, reproducido en *Philosophical Writings of Henry More*, pp. 183-229.

Murdoch, John E. *"Rationes Mathematice": Un aspect du rapport des Mathématiques et de la Philosophie au Moyen Age*, Paris, Université de Paris, 1962.

Murdoch, John E. "Superposition, Congruence and Continuity in the Middle Ages," en Alexandre Koyré, *L'aventure de la science. Melanges Alexandre Koyré,* pp. 416 ss.

Murdoch, John E. and Synan, E. "Two Questions of the Continuum: Walter Chatton (?), O.F.M. and Adam Wodeham, O.F.M.," *Franciscan Studies*, Vol. 25, Annual IV, 1966, pp. 212-88.

Murdoch, John E. "Infinity and Continuity," in N. Kretzmann, A. Kenny, and J. Pinborg (eds.), en *The Cambridge History of Later Medieval Philosophy,* pp. 579-82.

Newton, Isaac. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, traducción al inglés por Andrew Motte, 1729, revisada por Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, California, 1934.

Newton, Isaac. *Principios matemáticos de la filosofía natural*, 2 Vols., trad. Eloy Rada García, Alianza, Madrid, 1987.

Newton, Isaac. *Opticks or A Treatise of the Reflections, Refractions, Inflections & Colours of Light*, Dover Publications, Inc., New York, 1952. Reimpresión de la edición de G. Bell and Sons, Ltd., 1931, a su vez basada en la 4ta. Edición, London, 1730.

Newton, Isaac. *The Correspondence of Isaac Newton,* ed. H. W. Turnbull et al., 7 vols, Cambridge, Cambridge University Press, 1959 - 1977.

Pemberton, Henry. *A View of Sir Isaac Newton's Philosophy,* London, 1728.

Philip, I. G. "Libraries and the University Press," en *The History of the University of Oxford*, Volume V,pp. 725-755.

Polonoff, Irving I. *Force, Cosmos, Monads and Other Themes of Kant's Early Thought*, Kantstudien Ergänzungshefte, 107, Bouvier Verlag Herbert Grundmann, Bonn, 1973.

Quarrie, P. “The Christ Church Collections Books,” en *The History of the University of Oxford*, Volume V, pp. 493-506.

Roberval, Gilles Persone de. *Aristarchii Samii de Mundi Systemate, partibus et motibus ejusdem, libellus. Adjectae sunt AE. P. de Roberval mathem. Scient. In Collegio Regio Franciae professoris, Notae in eumdem libellum, which proposed a rather crude mechanical explanation of phenomena in terms of mutual attractions,* Paris, apud Guillelmum Baudry,1644.

Roberval, Gilles Persone de. *éléments de géométrie de G. P. de Roberval*, Textes réunis et présentés par Vincent Jullien, Paris, Vrin, 1996.

Robinet, André. *Correspondence Leibniz-Clarke. Présentée d'aprés les manuscrits originaux des bibliothèques de Hanovre et de Londres*, Paris, Presses Universitaires de France, 1957.

Rohault, Jacques. *A System of Natural Philosophy. A Facsimile of the Edition and Translation by John and Samuel Clarke Published in 1723,* 2 Vols, Johnson Reprint Corporation, New York and London, 1969.

Sarmiento, Gustavo. *La Aporía de la División en Kant*, Equinoccio. Ediciones de la Universidad Simón Bolívar, Caracas, 2004.

Sarmiento, Gustavo. “On Kant’s Definition of the Monad in the *Monadologia physica* of 1756,” *Kant-Studien*, 96, 2005, pp. 1-19.

Saurin, J. *An examination of a considerable difficulty proposed* by M. Huygens, *against the Cartesian system of the cause of gravity* (April 10, 1709), en *The Philosophical History and Memoirs of the Royal Academy of Sciences at Paris.*

Schofield, Robert E. *Mechanism and Materialism: British Natural Philosophy in an Age of Reason,* Princeton, Princeton University Press, 1970.

Schönfeld, Martin. *The Philosophy of the Young Kant: The Precritical Project*, New York, Oxford University Press, 2000.

Stamm, Edward. “Tractatus de Continuo von Thomas Bradwardina. Eine Handschrift aus dem XIV. Jahrhundert,” *ISIS,* No. 71

(Vol. XXVI, I), December 1936, pp. 13-32.

Strong, E. W. “Newtonian Explications of Natural Philosophy,” *Journal of the History of Ideas*, Volume XVIII, Number 1, January 1957, pp. 49-83.

Strong, Martin (seud.). *An Essay on the Usefulness of Mathematical Learning. In a Letter from a Gentleman in the City to His Friend at Oxford,* London, 1701. Reproducido en: *Syntagma Mathesios: Containing the Resolution of Equations with A New Way of ....*

Sutherland, L. S. “The Curriculum,” *in The History of the University of Oxford, Volume V, The Eighteenth Century*, pp. 469-491.

Syntagma Mathesios: Containing the Resolution of Equations with A New Way of Solving Cubic and Biquadratic Equations, Analytically and Geometrically. Also The Universal Method of Converging Series, After an Easy and Expeditious Manner. Wherein are also treated The Series for Trigonometrical Operations; some new useful Properties of Conics; Centre of Oscilation; the direct and inverse Method of the Laws of Centripetal Forces; a Variety of Exponential Equations; with the Investigation of several other abstruse Problems, Etc. To all which is prefixed, *An Essay on the Mathematics*, London, J. Fuller, 1745.

Thackray, Arnold. "'Matter in a nut-shell': Newton's *Optics* and eighteenth century chemistry," *Ambix*, Vol. XV, No. 1, February, 1968, pp. 29-53.

Thackray, Arnold. *Atoms and Powers: An Essay on Newtonian Matter-Theory and the Devepoment of Chemistry*, Harvard University Press, Cambridge, 1970.

The Cambridge History of Later Medieval Philosophy, N. Kretzmann, A. Kenny, and J. Pinborg (eds.), Cambridge, 1982.

The Dictionary of National Biography, Sir Leslie Stephen and Sir Sidney Lee Eds., XXII Vols., London, Oxford University Press, 1917-.

The History of the University of Oxford, T. H. Aston General Editor, Volume V, *The Eighteenth Century*, L. S. Sutherland and L.G. Mitchell Eds., Oxford, Clarendon Press, 1986.

The Philosophical History and Memoirs of the Royal Academy of

Sciences at Paris: or, An Abridgement of all the Papers relating to Natural Philosophy, which have been pubish'd by the Members of that Illustrious Society. With many Curious Observations relating to the Natural History and Anatomy of Animals, &c. Illustrated with Copper-Plates, Translated and Abridged by John Martyn, Vols. I-V, London, John and Paul Knapton, 1742.

Thijssen, J. M. M. H. "David Hume and John Keill and the Structure of Continua", *Journal of the History of Ideas, Vol. 53, No. 2, April-June* 1992, pp. 271-286.

Timerding, H. E. "Kant und Euler," *Kant-Studien* 23, 1919, pp. 18–64.

Toulmin, Stephen, Goodfield, June. *The Architecture of Matter. The physics, chemistry, and physiology of matter, both animate and inanimate, as it has evolved since the beginnings of science*, Harper & Row, Publishers, New York, 1962.

Tournadre, Géraud. *L'Orientation de la Sciencie Cartésienne*, Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1982.

Turner, G. L'E. "The Physical Sciences," en *The History of the University of Oxford,* Volume V, *The Eighteenth Century,* pp. 659-682.

Vogel, Karl. *Kant und die Paradoxien der Vielheit, Die Monadenlehre in Kants philosophischer Entwicklung bis zum Antinomienkapitel der Kritik der reinen Vernunft*, Verlag Anton Hain, Meisenheim am Glan, 1975.

Voltaire, François Marie Arouet de, *Elémens de la philsophie de Neuton*, nouvelle edition, Londres, 1738.

Voltaire, François Marie Arouet de, *The Elements of Sir Isaac Newton's Philosophy*, translated by John Hanna, London, Stephen Austen, 1738. New impression: London, Frank Cass & Co. LTD, 1967.

Walker, Evelyn. *A Study of the Traité des Indivisibles of Gilles Persone de Roberval with a view to answering, insofar as is possible, the two questions: Which propositions contained therein are his own, and which are due to his predecessors or contemporaries? And What effect, if any, had this work on his succesors?,* AMS Press, New York, 1972,

Reimpresión de la edición de Teachers College, Columbia University, New York, 1932.

Westfall, R. "The foundations of Newton's philosophy of nature," *British Journal for the History of Science*, 1962, 1, 171-82.

Whewell, William. *History of the Inductive Sciences,* Vol. II, Olms, Hildesheim, 1976, reprint of the 3rd Edition, London, 1857.

Whiston, William. *Sir Isaac Newton's Mathematick Philosophy More Easily Demonstrated*, London, 1716.

Whiteside, D. T. "David Gregory," en *Dictionary of Scientific Biograhphy*, Vol. V, pp. 520-1.

Wolff, Christian (Christiani Wolfii). *Aërometriae Elementa*, en Christian Wolff: *Gesammelte Werke*, J. École, H. W. Arndt, Ch. A. Corr, J. E. Hofmann, M. Thomann, Eds., Georg Olms Verlag, Hildesheim, 1981, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 37. Reimpresión de la edición de Leipzig, 1709.

Wolff, Christian. "Responsio ad Epistolam Viri Clarissimi Johannis Keill, A. M. ex Aede Christi in Academia Oxoniensi & Reg. Societ. Socii, Actis Mensis Januarii p. 11 insertam," *Acta Eruditorum*, febrero de 1710, pp. 78-80.

Wolff, Christian. *Ontologia*, Jean Ecole Ed., Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 3, reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1736.

Wolff, Christian. *Cosmologia Generalis*, Jean Ecole Ed., Christian Wolff. *Gesammelte Werke*, J. École, J. E. Hoffmann, M. Thomann, H. W. Arndt, Eds., Georg Olms Verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1964, II. Abteilung, Lateinische Schriften, Vol. 4. Reproducción de la segunda edición de Frankfurt & Leipzig, 1737.

Wolff, Christian. *Vernünftige Gedanken, von Gott, der Welt und der Seele des Menschen, auch allen Dingen überhaupt –Deutsche Metaphysik–*, en Christian Wolff: *Gesammelte Werke*, I. Abteilung, Deutsche Schriften, Vol. 2. Reimpresión de la edición de Halle, 1751

Yolton, J. “Schoolmen, Logic and Philosophy,” en *The History of the University of Oxford,* Volume V, *The Eighteenth Century*, pp. 565-591.

Zoubov, Vassili P. "Walter Catón, Gerard d’Odon et Nocolas Bonet,” *Physis*, 1, 4, 1959, pp. 261-278.